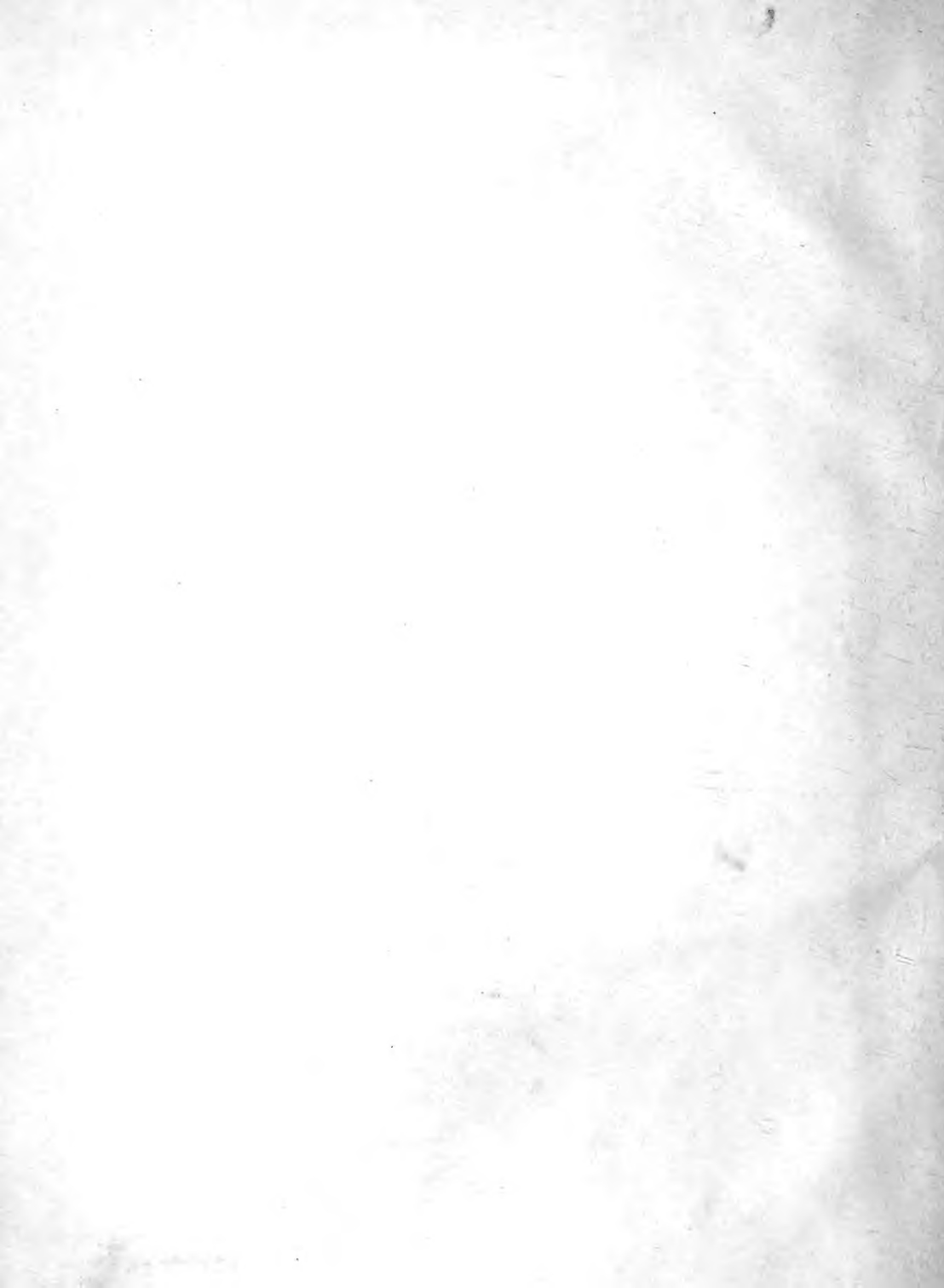


S. 804. 13.









HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXXIV.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique;
pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie,



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXVI.

NOTICE

OF THE

PROCEEDINGS

OF THE

COURT

OF THE

COMMONS

IN

PARLIAMENT

OF GREAT BRITAIN

AND IRELAND

IN THE

YEAR 1841

AND

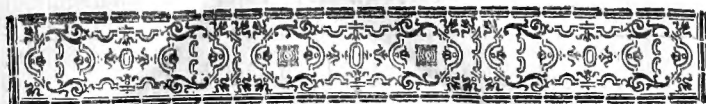
THE

REVENUE

ACTS

AND

THE



T A B L E

P O U R

L' H I S T O I R E.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

<i>SUR l'E'lectricité.</i>	Page 1
<i>Sur les Congellations artificielles.</i>	9
<i>Observations de Physique générale.</i>	15

A N A T O M I E.

<i>Sur la Fistule lacrimale.</i>	39
<i>Diverses Observations Anatomiques.</i>	41

C H I M I E.

<i>Sur l'Analise des Plantes.</i>	47
<i>Sur le Sel de Soufre.</i>	48
<i>Sur le Sublimé corrossif.</i>	49
<i>Sur l'E'méticité de l'Antimoine, du Tartre E'métique; & du Kermès Minéral.</i>	52
<i>Sur le Mercure.</i>	55

B O T A N I Q U E.

G E O M E T R I E.

T A B L E.

A S T R O N O M I E.

<i>Sur la détermination de la Figure de la Terre par la Parallaxe de la Lune.</i>	59
<i>Sur l'Inclinaison des Orbites des Planetes par rapport à l'Equateur de la Révolution du Soleil.</i>	63
<i>Sur l'Atmosphère de la Lune.</i>	68
<i>Sur la Grandeur des Satellites de Jupiter.</i>	70
<i>Sur une Méthode nouvelle pour trouver la hauteur du Pole.</i>	72
<i>Sur la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris.</i>	74
<i>Sur l'Obliquité de l'Ecliptique.</i>	77

M E C H A N I Q U E.

<i>Sur les Figures que les Planetes prennent par la Pesanteur.</i>	83
<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1734.</i>	105
<i>Eloge de M. de Lagny.</i>	107



T A B L E

P O U R

L E S M E M O I R E S.

- M*ÉTHODE de vérifier la Figure de la Terre par les Parallaxes de la Lune. Par M. MANFREDI. Page 1
- Comparaison des deux Loix que la Terre & les autres Planetes doivent observer dans la figure que la pesanteur leur fait prendre. Par M. BOUGUER. 21
- Recherche Chimique sur la composition d'une Liqueur très-volatile, connue sous le nom d'ÉTHER. Par M.^{rs} DU HAMEL & GROSSE. 41
- Sur les Figures des Corps Célestes. Par M. DE MAUPERTUIS. 55
- Essai d'Analyse des Plantes. Par M. BOULDUK. 101
- De l'Inclinaison du Plan de l'Ecliptique & de l'Orbite des Planetes par rapport à l'E'quateur de la Révolution du Soleil autour de son Axe. Par M. CASSINI. 107
- Anémometre qui marque de lui même sur le Papier, non seulement les Vents qu'il a fait pendant les 24 heures, & à quelle heure chacun a commencé & fini, mais aussi leurs différentes vitesses ou forces relatives. Par M. D'ONS-EN-BRAY. 123
- De la Fistule lacrymale. Par M. PETIT. 135
- Sur les Lignes Courbes qui sont propres à former les Voutes en Domes. Par M. BOUGUER. 149
- Expériences sur les différens degrés de froid qu'on peut produire, en mêlant de la Glace avec différens Sels, ou avec d'autres matières, soit solides, soit liquides; & de divers usages

T A B L E.

<i>utiles auxquels ces expériences peuvent servir.</i> Par M. DE REAUMUR.	167
<i>Solution de plusieurs Problemes où il s'agit de trouver des Courbes dont la propriété consiste dans une certaine relation entre leurs branches , exprimée par une E'quation donnée.</i> Par M. CLAIRAUT.	196
<i>Recherches sur le Tour. Premier Mémoire.</i> Par M. DE LA CONDAMINE.	216
<i>Sur le Sublimé corrosif ; & à cette occasion , sur un article de l'Histoire de l'Académie Royale des Sciences de l'année 1699, où il s'agit de ce Sublimé.</i> Par M. LÉMERY.	259
<i>Recherches sur le Tour. Second Mémoire.</i> Par M. DE LA CONDAMINE.	295
<i>Cinquième Mémoire sur l'E'lectricité, où l'on rend compte des nouvelles découvertes sur cette matière , faites depuis peu par M. Gray ; & où l'on examine quelles sont les circonstances qui peuvent apporter quelque changement à l'E'lectricité pour l'augmentation ou la diminution de sa force , comme la température de l'air , le vuide , l'air comprimé , &c.</i> Par M. DU FAY.	341
<i>De la grandeur des Satellites de Jupiter , & des erreurs qui se glissent dans les Observations de ces Satellites.</i> Par M. MARALDI.	362
<i>Sur les Courbes Tautochrones.</i> Par M. FONTAINE.	371
<i>Analyse des Plâtras.</i> Par M. PETIT le Médecin.	380
<i>Probleme. Quatre points ou quatre objets étant donnés sur un plan , placés comme on voudra , trouver un cinquième point , duquel ayant tiré des lignes aux quatre objets , les trois angles formés par ces quatre lignes soient égaux , ou dans tel rapport donné qu'on voudra.</i> Par M. PITOT.	405
<i>Méthode nouvelle de trouver la hauteur du Pôle.</i> Par M. GODIN.	409
<i>Mémoire sur l'E'méticité de l'Antimoine , sur le Tartre émélique , & sur le Kermès minéral.</i> Par M. GEOFFROY.	417

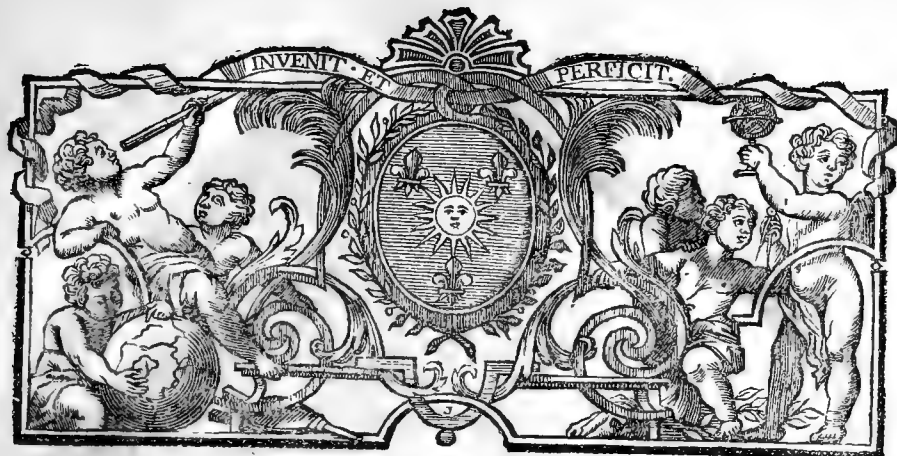
T A B L E.

<i>De la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris, prolongée vers l'Orient.</i> Par M. CASSINI.	434
<i>Remarques sur les Monstres. 2.^{de} Partie.</i> Par M. WINSLOW.	453
<i>Que l'Obliquité de l'Ecliptique diminuë, & de quelle manière; & que les Nœuds des Planetes sont immobiles.</i> Par M. GODIN.	491
<i>Sixième Mémoire sur l'Électricité, où l'on examine quel rapport il y a entre l'Électricité & la faculté de rendre de la Lumière, qui est commune à la plupart des corps électriques, & ce qu'on peut inférer de ce rapport.</i> Par M. DU FAY.	503
<i>Problème. Une Courbe étant donnée, trouver celle qui seroit décrite par le sommet d'un Angle dont les côtés toucheroient continuellement la Courbe donnée; & réciproquement la Courbe qui doit être décrite par le sommet de l'Angle, étant donnée, trouver celle qui sera touchée par les côtés.</i> Par M. FONTAINE.	527
<i>Remarques sur la Méthode de M. FONTAINE, pour résoudre le Problème où il s'agit de trouver une Courbe qui touche les côtés d'un Angle constant dont le sommet glisse dans une Courbe donnée.</i> Par M. CLAIRAUT.	531
<i>Réponse aux Remarques précédentes.</i> Par M. FONTAINE.	538
<i>Sur le Mercure.</i> Par M. BOERRHAVE.	539
<i>Suite des Observations du Thermometre, faites à l'Isle de Bourbon, par M. COSSIGNY, Correspondant de l'Académie; Et le Résultat de celles de chaque mois, faites à Paris pendant l'année 1734, avec un Thermometre pareil à celui de M. Cossigny.</i> Par M. DE REAUMUR.	553
<i>Observations Météorologiques faites à Utrecht pendant l'année 1734, extraites d'une Lettre de M. MUSSCHEMBROEK.</i> Par M. DU FAY.	564
<i>Journal d'Observations des Aurores Boréales qui ont été vûës à Paris, ou aux environs, à Utrecht, & à Peterßbourg, dans</i>	

T A B L E.

<i>le cours de l'année 1734. Avec quelques Observations de la</i>	
<i>Lumière Zodiacale. Par M. DE MAIRAN.</i>	567
<i>Méthode d'observer la Variation de l'Aiguille aimantée en Mer.</i>	
<i>Par M. GODIN.</i>	590
<i>Observations Météorologiques faites pendant l'année 1734. Par</i>	
<i>M. MARALDI.</i>	594
<i>Addition au Mémoire qui a pour titre, Nouvelle Manière</i>	
<i>d'observer en Mer la Déclinaison de l'Aiguille aimantée.</i>	
<i>Extrait d'une Lettre de M. DE LA CONDAMINE, de</i>	
<i>Saint-Domingue, le 15 Juillet 1735.</i>	597





HISTOIRE D E L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCXXXIV.



PHISIQUE GENERALE.

SUR L'ELECTRICITE.



NOUS avons fait en 1733 * l'Histoire abrégée de nos connoissances sur l'Electricité, matière qui est presque encore toute neuve, & qui depuis le peu de temps qu'on s'est avisé de la traiter, n'a cessé de fournir des Phénomènes des plus surprenants. Cette Histoire ne s'est pas bornée à ce qui appartenait à la France, ou plutôt à M. du Fay, elle a compris aussi ce qui appartenait à l'Angleterre, & principalement à

V. les M.
p. 341. &
503.
* p. 4. &
suiv.

Hist. 1734.

. A

M. Gray, & comme ils ont continué à travailler tous deux en même temps, & qui plus est, d'intelligence, leurs vûes se sont ou aidées ou rectifiées mutuellement, & ce qui résulte de leur accord, ou même de leur opposition, s'il s'en trouve, en doit être plus précieux aux Phisiciens.

M. Gray a découvert, & M. du Fay l'a vérifié, qu'il n'est pas nécessaire, quoique nous l'ayons dit en 1733, que tous les corps soient frottés pour être Electriques. Il en faut du moins excepter les corps sulphureux ou résineux, tels que le Soufre, la Cire, la Poix, la Gomme-laque, &c. On les fait fondre, & en cet état ils n'ont aucune vertu électrique; quand on les a laissés refroidir précisément au point de pouvoir être frottés, ils n'en acquièrent aucune par le frottement, mais s'ils sont entièrement refroidis, & sans qu'on y ait touché, ils ont par eux-mêmes beaucoup de vertu.

Et il y a plus. Ils la conservent long-temps, pourvû qu'on les enveloppe dans du Papier, dans de la Flanelle. On n'a encore de certitude que d'un an & demi, ce n'est pas que la vertu se soit éteinte en ce temps-là, c'est que l'observation n'a encore duré qu'un an & demi, & on ne sçait jusqu'où elle pourra aller. Le Tourbillon Electrique ne se dissipe donc pas si aisément qu'on le croyoit, & que nous l'avions dit. Il est même étonnant qu'il se conserve par une enveloppe appliquée au Corps, on s'imagineroit qu'il devoit plutôt en être rompu & détruit. Et en effet on verra ici qu'un Cone de Soufre qui s'est formé dans un Verre à boire, & qu'on en tire aisément quand on veut, est beaucoup plus électrique quand il n'a pas cette espece d'enveloppe que quand il l'a.

La vertu Electrique, pour se transmettre à une grande distance, n'a pas autant de besoin que nous l'avions insinué en 1733 d'un corps exactement continu qui la conduise. Cette continuité peut être interrompue, & l'interruption peut aller, selon M. Gray, jusqu'à 47 pouces Anglois. Si l'on y prend garde, on s'appercvra que les observations nouvelles, que nous rapportons, vont toutes à augmenter le

Merveilleux de l'Électricité, & non à le diminuer, comme on le souhaiteroit naturellement. Cependant on peut se flatter que l'on avance un peu, & M. du Fay a eu le plaisir de voir que son hypothèse hardie des deux Électricités contraires, l'une vitrée, l'autre résineuse, s'accordoit bien avec un fait singulier dont M. Gray lui-même étoit surpris.

M. Gray ayant mis dans une position verticale un Cerceau de 20 pouces de rayon, dont le plan étoit traversé par une corde ou ficelle assez longue qui passoit par son centre, & portoit à une de ses extrémités une Boule d'ivoire, il approcha le Tube de Verre bien frotté de ce Cerceau, & par-là donna la vertu électrique, non seulement à toute la circonférence qui avoit plus de 120 pouces ou de 10 pieds, mais encore à la ficelle, & jusqu'à la Boule, qui attiroit fortement un fil. En faisant couler cette Boule, comme on le pouvoit, le long de la ficelle jusqu'au centre du Cerceau, elle n'attiroit plus le fil, elle le repoussoit. D'où venoit cela ? l'hypothèse de M. du Fay en rend raison. Deux Corps, qui ont pris deux Électricités de même nature, se repoussent ; le fil présenté à la Boule placée à l'extrémité de la ficelle n'avoit point d'Électricité, & étoit attiré par la Boule qui en avoit, mais quand cette même Boule étoit au centre du Cerceau, il falloit que le fil pour s'en approcher entrât, se plongeât dans le fort du Tourbillon électrique du plan du Cerceau, il y prenoit de l'électricité, & la même qu'avoit la Boule, & par conséquent il devoit être repoussé par elle, puisqu'il n'étoit pas assez fort pour la repousser lui-même.

Reprenons maintenant l'histoire des recherches de M. du Fay, après nous être arrêtés quelque temps en chemin, soit pour considérer celui qui étoit déjà fait, soit même pour faire quelques pas en arrière. A la suite de ce que nous avons rapporté en 1733, M. du Fay a examiné quels changements pouvoient apporter aux phénomènes de l'Électricité les différentes circonstances de la température & de la rarefaction ou condensation de l'Air.

Les nouvelles expériences ont confirmé que l'humidité

4 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
de l'Air nuit beaucoup à la vertu Electrique, & cela à tel point qu'une journée que l'on croira sèche, ne le sera pas assés, parce que les précédentes auront été fort humides.

Le grand chaud est contraire aussi à cette vertu, & même les heures les plus chaudes d'un jour ordinaire. L'eût-on deviné, après avoir vû que les Corps chauffés avant le frottement en devenoient plus Electriques? Peut-être cependant cela vient-il, non de la part du Corps frotté, mais de l'Homme qui le frotte, dont la transpiration alors trop abondante & trop chaude a quelque chose d'opposé aux écoulements, aux Tourbillons électriques.

Un jour médiocrement chaud, serein & sec, un vent de Nord, sont jusqu'à présent les circonstances les plus favorables. La Gelée a été éprouvée, & pourroit ne le céder à aucune autre.

La plus grande merveille est que l'Air ou fort rarefié ou fort condensé diminuë également la vertu Electrique, elle a besoin de l'air libre & ordinaire, & les deux extrémités opposées entre elles lui sont aussi opposées. Cela est bientôt dit, mais on ne peut voir que dans le récit de M. du Fay combien il a fallu d'invention & d'adresse pour parvenir à faire les expériences de l'Electricité dans un air ou extrêmement rare, ou extrêmement dense. L'art de faire l'observation est souvent une découverte aussi difficile que celle qu'on cherche par l'observation.

Après tout cela, M. du Fay est venu à l'examen d'un phénomène des plus frappants. On sçait que la plupart des Corps devenus Electriques par le frottement, deviennent aussi lumineux par le même frottement, du moins pendant qu'il dure. C'est cette propriété que M. du Fay considere présentement.

Le fameux Diamant, dont M. Boyle a fait un Traité, auroit seul suffi pour engager M. du Fay à commencer ses recherches par les Diamants. On sçavoit déjà qu'il ne luisoit dans l'obscurité que comme les autres sont aussi étant frottés*, le privilege que M. Boyle lui avoit attribué n'étoit plus un

* V. l'Hist.
de 1707.
p. 2. & 3.

privilege, & il l'est encore beaucoup moins aujourd'hui, depuis que M. du Fay a trouvé qu'il étoit commun à tous les Diamants de couleur & aux Pierres précieuses, quoiqu'en différents degrés.

Il y a plus, & sans comparaison plus. Quantité de Diamants, quelques Pierres précieuses, le Cristal de Roche, & plusieurs autres Corps dont on se douteroit encore moins, n'ont pas besoin de frottement pour luire dans l'obscurité, il leur suffit, comme à de vrais Phosphores, comme à la Pierre de Boulogne, de s'être abreuvés de lumière pendant un temps, non pas nécessairement au Soleil, mais seulement à l'ombre durant le jour. Quel chemin depuis le Diamant de M. Boyle jusques-là ! M. du Fay se réserve à l'examen particulier de ce sujet, qui doit être piquant par sa nouveauté, mais qui n'appartient pas à l'Électricité dont il s'agit ici, car ces nouveaux Phosphores ne sont nullement Électriques, il leur manque la condition essentielle d'avoir été frottés. Ils ont dû surprendre, s'il est arrivé par hazard qu'on en ait transporté brusquement quelqu'un du Soleil ou du jour dans un lieu assés obscur, on aura vû une lumière dont on ne connoissoit aucune cause, & de-là seront venus les contes de l'Escarboucle, un peu plus fondés que de fiers Philosophes ne pensoient.

Dans les Corps électriques & lumineux en même temps par le frottement, la matière qui fait l'électricité ou le Tourbillon électrique doit être différente de celle qui fait la lumière. C'est-là ce qu'indiquent plusieurs expériences où l'on voit ces deux propriétés varier différemment l'une de l'autre dans les mêmes sujets & dans les mêmes circonstances, l'une augmenter tandis que l'autre diminuë, mais ce qui décide promptement & nettement, c'est qu'un Diamant mouillé ou simplement humecté avec l'haleine, perd aussi-tôt toute son électricité, & conserve toute sa lumière aussi long-temps qu'il l'eût conservée naturellement.

La lumière excitée par le frottement est plus vive & plus abondante dans le Vuide que dans l'air libre.

Qu'un globe de verre dont on a pompé l'air soit tourné rapidement sur son axe, il ne faut que toucher avec la main sa surface extérieure, aussi-tôt il paroît lumineux dans tout son intérieur, & il ne le paroît pas davantage quand on appuyera la main avec plus de force, quoiqu'alors le frottement soit plus fort. Si le globe étoit plein d'air, & tourné de même, & frotté, on en verroit sortir de petites particules brillantes qui iroient s'attacher aux corps voisins. La lumière se porte ou au dedans ou au dehors du globe, & sous une forme différente, selon que le globe est vuide ou plein d'air.

Si on frotte dans l'obscurité avec la main une Pomme de canne qui soit d'Ambre, qu'on retire ensuite la main brusquement de dessus la Pomme sans la glisser, & qu'enfin on approche le bout du doigt de cette Pomme, même sans la toucher, il part aussi-tôt de l'Ambre un petit Cilindre de lumière qui va frapper le doigt, retourne du doigt à l'Ambre, & se divise sur sa surface, s'éparpille en petits rayons, & disparoît dans l'instant. Il semble que le frottement ait produit sur la surface de l'Ambre une lumière confuse, un petit chaos lumineux, que le doigt en se portant vers là, ou en s'y plongeant, a obligé quelques parties à prendre quelque arrangement plus régulier, peut-être à se mouler sur lui, après quoi tout le reste du phénomène s'entendrait avec moins de peine.

Ce qu'il y a de bien certain, c'est que si on ne se sert pas de son doigt pour faire sortir de l'Ambre ce petit cylindre de lumière, & qu'on employe quelque autre corps pour ce même effet, l'effet sera plus foible ou même nul, selon que ce corps sera d'une électricité plus approchante de celle de l'Ambre, ou, comme il a été dit en 1733, plus propre à être repoussé par l'Ambre, ou même moins propre en général à s'électrifier. Rien n'est plus contraire à la vertu électrique que l'humidité; le doigt & pareillement tout autre corps qui pourra tirer de l'Ambre ce jet de lumière, le tirera mieux s'il est mouillé. Ce que nous disons de l'Ambre, il le faut

entendre aussi de la Gomme Copal, de la Cire d'Espagne, du Soufre.

Tous les Diamants que M. du Fay a éprouvés sont devenus par le frottement électriques & lumineux, tantôt plus électriques que lumineux, tantôt au contraire, mais toujours l'un & l'autre, & avec des variétés qui ne se rapportent constamment, ni à leur grosseur, ni à leur netteté, seulement peut-être à leur forme, ceux qui sont plats & ont une grande table sont moins électriques & moins lumineux que les Brillants élevés. Il en va de même des Diamants de couleur & des Pierres précieuses pour la quantité de variétés bizarres en apparence, & difficiles à réduire sous quelque ordre.

Nous nous contenterons de rapporter encore les deux plus remarquables expériences qui appartiennent à l'électricité lumineuse, la 1^{re} dûë aux Anglois, la 2^{de} à M. du Fay. Si ce globe de verre vuide d'air, & tourné rapidement sur son axe, qui paroît lumineux en dedans lorsqu'on y applique la main, étoit de plus enduit intérieurement de Cire d'Espagne (on apprendra dans le Mémoire de M. du Fay comment se fait cet enduit) on verra un spectacle auquel on ne se seroit certainement pas attendu, l'image de la main qu'on tenoit appliquée sur le globe, peinte sur la surface intérieure & concave de la Cire d'Espagne, comme si la main étoit lumineuse, & la Cire d'Espagne transparente. Il faut qu'on ait réservé deux endroits du globe, comme les deux Poles, exempts de l'enduit de Cire, afin qu'on puisse voir par-là. Si le globe vuide d'air n'avoit point eu l'enduit de Cire en dedans, l'application de la main y auroit fait paroître une lumière plus vive dans les endroits touchés que par tout ailleurs, & cette lumière eût été continuë. Reprenons maintenant l'enduit de Cire, & supposons qu'il sera pénétré par la matière lumineuse qu'on peut imaginer sortie de la main, ou au moins poussée par la main, il y aura dans les intervalles des doigts des interruptions à la lumière qui eût été continuë, & des interruptions figurées, d'où l'on voit que

s'enfuit l'image de la main sur la surface concave de l'enduit. Voilà ce que pense M. du Fay sur cette représentation si surprenante. D'autres matières appliquées sur le globe au lieu de la main, ou ne font point du tout la lumière, ou ne la font pas à beaucoup près si bien.

La seconde expérience va prouver que la lumière des Corps électriques peut aller jusqu'à être un feu, ou le commencement d'un feu. On suspend une personne par des cordes de soye, afin qu'elle soit isolée de toutes parts, & que le Tourbillon de matière électrique qu'on va lui donner ait toute son étendue, & ne soit point détourné ou altéré par des Corps voisins. On lui donne ensuite ce Tourbillon par le Tube de verre qui l'électrifie, après quoi si l'on approche la main de la personne suspendue & électrisée, il sort d'elle, à l'endroit le plus proche de la main, une étincelle de feu plus vive, plus brillante que les lumières de toutes les autres expériences, & ce qui la distingue encore, elle sort avec un bruit sensible, & ce n'est pas tout, elle cause aux deux personnes en même temps une douleur semblable à celle d'une picqueure ou d'une brûlure légère.

Un Animal vivant, comme un Chat, mis de même en expérience, réussit également. Il est à remarquer que si l'Animal étoit mort, on ne verroit plus l'étincelle brillante & brusque, mais une lumière pâle & uniforme, & pour ainsi dire, lugubre.

Les matières qui sont les plus électriques, le Verre, l'Ambre, sont les moins propres à tirer de l'Animal électrisé cette étincelle par l'attouchement, & au contraire les matières qui la tirent le mieux sont les moins électriques, les métaux, les corps mouillés, le bois, les corps vivants. Apparemment on est présentement accoutumé à ces convenances fondées non sur la ressemblance, mais sur l'opposition. Combien tous ces faits si singuliers ont-ils demeuré de temps ensevelis dans le secret de la Nature? combien d'autres pareils y sont encore? & en sortiront-ils jamais tous?

SUR LES CONGELATIONS ARTIFICIELLES.

RIEN n'est si connu que la manière de faire geler des Liqueurs, malgré le chaud de la Saison, & ce seroit peut-être une expérience simplement curieuse, renfermée chés les seuls Philosophes, si elle ne produisoit ces Glaces que notre délicatesse nous rend si nécessaires en Été, & même en Hiver, quoiqu'avec moins de raison. Il n'est pas encore bien réglé quels sont les Sels les plus propres à donner ou le plus grand froid, ou le froid que l'on veut, quelles sont à cet égard les différentes vertus des Sels, en quelles doses ils doivent être avec la Glace pilée ou pulvérisée que l'on employe à cette opération ; cependant on n'a pas laissé de faire de belles expériences sur ce sujet, mais on s'est pressé d'aller aux curieuses, & on a passé légèrement par dessus les fondamentales, qui sont celles que M. de Reaumur a entreprises ici.

Il y a été invité par son nouveau Thermometre dont nous avons parlé en 1730* & 1731*. Il avoit en main une nouvelle mesure du froid aussi-bien que du chaud, plus exacte & plus sûre que l'ancienne, & c'étoit précisément ce qu'il lui falloit pour ces expériences fondamentales des Congélations artificielles. Le nouveau Thermometre, qui a été construit sur une de ces Congélations, devient ensuite la règle, & en quelque sorte le juge de tout ce qui l'a fait naître. On le plonge dans la Liqueur qu'on a glacée, & on voit par sa descente quel est le degré du froid, degré que l'on peut aisément & sûrement comparer à quelque autre degré de froid que ce puisse être, observé avec un autre Thermometre de même construction. On part toujours ici du point de ces Thermometres qui marque la Congélation, parce que c'est la première & la moindre congélation de l'eau, celle qui n'attaque encore que sa superficie, après cela

Hist. 1734.

B

V. les M.
p. 167.

* p. 9.
& suiv.
* p. 6.
& suiv.

les degrés marqués sont toujours ceux d'un plus grand froid.

Le Salpêtre passe communément pour le Sel le plus propre aux Congélations artificielles, mais les expériences de M. de Reaumur nous jettent bien-loin de-là. Le Salpêtre le plus raffiné, employé dans l'opération, ne fait descendre le Thermometre qu'à $3\frac{1}{2}$ degrés au dessous du terme fixe que nous venons de poser, & s'il est moins raffiné, il le fait descendre plus bas. Ce qui cause cette plus grande descente, ou ce plus grand froid, c'est donc la partie du Salpêtre qui le rend alors moins pur, moins Salpêtre, & quelle est cette partie? c'est presque uniquement du Sel Marin, qu'on lui ôte en le purifiant par les trois Cuites qu'on lui fait consécutivement.

En effet M. de Reaumur ayant mêlé dans des jours très-chauds deux parties du Sel Marin qu'on sert sur les tables avec trois parties de Glace pilée, le Thermometre est dans l'instant descendu de 15 degrés, & il faut sçavoir que dans le violent Hiver de 1709, le plus rude qu'ait vû la génération présente, le nouveau Thermometre, qui n'existoit pas encore, n'eût pas été plus bas que $14\frac{1}{4}$ degrés. On le sçait par le rapport connu de ce Thermometre à ceux qui étoient alors à l'Observatoire.

Si le Salpêtre moins pur, plus mêlé de Sel Marin, fait plus baisser le Thermometre, voilà donc une manière nouvelle & fort simple d'en éprouver la qualité. Le meilleur ne donnera que $3\frac{1}{2}$ degrés de froid, les autres plus mauvais en donneront toujours davantage. Il auroit pû d'abord paroître étrange que la vertu de causer une grande inflammation, qui est celle qu'on recherche tant dans le Salpêtre, on eût voulu la reconnoître par sa vertu refroidissante. La Poudre à Canon n'est presque que du Salpêtre, car elle en a trois parties sur une qui est de Soufre & de Charbon en portions égales. Aussi la Poudre à canon mise à la même expérience que le Salpêtre a-t-elle fait de même, & vû l'incertitude & les défauts des autres Epreuves, il y a apparence que celle-ci seroit préférable.

M. de Reaumur a bien profité de son Thermometre pour voir au juste quels étoient les différens degrés du plus grand froid que puissent produire les différens Sels, la dose convenable pour chacun étant toujours supposée. Aucun Sel concret ou moyen n'a égalé le Sel Marin, qui, comme nous l'avons vû, donne 15 degrés de froid. Dans la Classe des Alkalis le Sel Armoniac qui passé pour si actif à cet égard, n'a été qu'à 13 degrés, la Soude au même degré que le Salpêtre bien raffiné. Un plus grand détail nous seroit inutile, il suffit que l'on voye, & on le verra aisément, que par ces sortes d'expériences faites en assés grand nombre, on pourroit dresser des Tables où le degré du plus grand froid que puisse donner chaque Sel lui seroit assigné, après quoi on caractériseroit chaque froid, observé d'ailleurs, par le nom de son Sel, ce qui seroit quelque chose de plus particulier & de plus distinctif que le nombre d'un degré de Thermometre.

Nous n'avons encore considéré ce sujet qu'avec des yeux de Philiciens, & à continuer de cette sorte, il ne seroit question que d'aller toujours plus loin d'expérience en expérience. Mais l'Art de faire des Glaces n'est pas étranger ici, & il est bon de s'y arrêter un peu, & de faire des réflexions qui lui conviennent. Il ne s'agit point dans cet Art d'avoir le plus grand froid qu'il se puisse, on ne veut pas des Glaces d'une extrême ni même d'une grande dureté, au contraire on les veut légères, & qui ne soient, comme on dit, que des *Neiges*. C'est pour cela qu'on s'accommodoit si-bien du Salpêtre, il avoit même l'avantage, dont on ne s'appercevoit peut-être pas, qu'étant mauvais il en valoit mieux pour cet usage. Il est rarement nécessaire que des Glaces se fassent fort promptement, mais il l'est, sur-tout pour les Marchands, qu'elles se conservent un assés long-temps sans se fondre. Enfin le prix des Sels qu'il faut employer n'est pas tout-à-fait indifférent. Ces différentes conditions se combinent différemment ensemble & forment ainsi comme autant de petits Problemes que M. de Reaumur résout. Si l'on veut des Glaces qui se fassent très-vîte, & soient très-froides &

très-fortes, il faut le Sel Marin, elles ne seront que trop fortes & trop froides, mais elles coûteront cher en ce païs-ci, & ce qu'on n'auroit peut-être pas crû, elles se conserveront peu. Au contraire la Soude d'Alicant donnera des Glaces du degré de froid qu'on les veut ordinairement, qui se conserveront assés, & ne coûteront guere, mais qui se seront formées plus lentement. M. de Reaumur a trouvé une autre matière à beaucoup meilleur marché que la Soude, & qui fait à très-peu près les mêmes effets, & au même degré, une matière à laquelle on ne s'aviserait pas de s'abaisser dans une recherche où l'on est parti du Salpêtre & du Sel Marin, c'est de simple Cendre de bois, pourvû que ce bois soit neuf.

On voit par toutes les expériences, & jusqu'à présent sans exception, que le mélange d'une matière quelconque avec la Glace pilée ne cause un nouveau froid que parce qu'il fait fondre cette Glace. Quand on trouve moyen d'empêcher qu'il ne la fasse fondre, nulle production nouvelle de froid.

Reprenons maintenant la pure Phisique, & ne nous arrêtons plus à des pratiques, & à des opérations qui peuvent avoir d'autres vûes que les siennes. Nous n'avons encore parlé que des Sels ou concrets ou Alkalis, qui sont les uns & les autres en forme sèche, mais nullement des liqueurs spiritueuses & Acides qui se tirent des Sels concrets, & qui apparemment participent à leur vertu de produire du froid. Elles sont plus qu'y participer, elles l'ont à un plus haut degré. De l'Esprit de Nitre, qu'on aura eu soin de refroidir jusqu'au point de la Congélation du Thermometre, étant versé sur de la Glace pilée, dont le poids soit environ double du sien, on verra aussi-tôt le Thermometre descendre avec vitesse jusqu'à 19 degrés, & par conséquent on aura un froid de 4 degrés plus fort que celui qu'avoit donné le Sel marin, le plus efficace des Sels concrets.

On peut donner & à l'Esprit de Nitre & à la Glace pilée un plus grand froid que celui de la Congélation, il n'y a qu'à environner ces deux matières de Glace mêlée avec du Sel Marin, & si après les avoir ainsi préparées on les éprouve,

on trouve qu'on a produit un froid de près de 24 degrés, c'est-à-dire, qui est à celui de 1709 presque comme 12 à 7. En suivant cette même voye, en refroidissant davantage le mélange d'Esprit de Nitre & de Glace, on aura encore de plus grands degrés de froid. M. de Reaumur n'en a pas trouvé le terme, il voit seulement que les augmentations du froid vont toujours en décroissant, ainsi qu'il étoit raisonnable de le conjecturer.

Mais ce qu'on n'eût pas deviné, c'est que le Sel Marin étant si supérieur au Salpêtre par rapport à l'effet dont il s'agit, l'Esprit de Sel est cependant inférieur à l'Esprit de Nitre. Quelle bizarrerie, qui n'en est pourtant pas une au fond ! Le vrai Systeme n'en admet pas.

C'en est encore une de même espèce que le froid causé par une liqueur qui ne paroît être qu'un feu liquide, par l'Esprit de vin. Employé précisément de la même façon que l'Esprit de Nitre, il s'en faut peu qu'il n'en égale la force pour une production qu'on n'eût pas crû leur devoir être commune.

Le mélange d'une matière quelconque avec la Glace pilée ne causant, comme nous l'avons dit, un nouveau froid que parce qu'il fait fondre la Glace, il s'ensuit d'abord que c'est-là dans chaque opération le moment du plus grand froid, car après cela l'air extérieur, qu'on suppose toujours plus chaud, ne peut plus que diminuer toujours ce froid étranger & forcé. Il suit encore que plus la fonte de la Glace sera prompte, plus le froid sera grand ; il seroit à souhaiter que cette fonte pût être instantanée, toutes les parties de la Glace donneroient leur plus grand froid en même temps, & pour cela il faudroit que chaque particule de Glace fût attaquée en même temps par une particule de Sel capable de la fondre, ce qui demande que la Glace & le Sel soient atténués, pulvérisés jusqu'à un certain point, car ils ne peuvent l'être à l'infini, ou autant que la dernière perfection l'exigeroit.

De-là naît une Regle, non pas absolument précise, mais suffisante, pour déterminer à peu-près la dose du Sel qu'on

mêlera avec la Glace. On sçait par expérience combien une certaine quantité d'eau peut fondre d'un certain Sel ; si l'on pouvoit diviser la Glace & le Sel en parties infiniment petites, il faudroit mettre le Sel en même quantité que la Glace, ou si l'on veut ici une plus grande exactitude géométrique, & concevoir les infiniment petits de la Glace & ceux du Sel inégaux, il faudroit mettre le Sel dans la dose indiquée par la quantité de ce que l'eau en peut fondre. Mais comme on ne va pas jusqu'à l'infiniment petit, il faudra que cette dose soit plus forte, & même assés considérablement. Comme les particules de Glace ne seront attaquées qu'en différents temps, il faudra du moins que la force dont seront attaquées celles qui le seront, répare ce desavantage.

Quand on aura trouvé quelle est la meilleure dose pour le Sel Marin, il sera aisé de voir que d'autres Sels, dont l'eau ne peut pas fondre une aussi grande quantité, devront être employés en moindres doses, & au contraire.

Les Liqueurs qui, aussi-bien que les Sels, sont capables de produire du froid, les Esprits Acides, l'Esprit de vin, sont, pour ainsi dire, plus libres dans leur action, & l'exercent avec plus d'aisance que les Sels, ils pénètrent en un instant la Glace, & l'attaquent vivement de toutes parts. Seulement il est indispensable, pour la production du froid, que de ces Liqueurs & de la Glace fonduë il se fasse un nouveau liquide parfaitement liquide, ou dont les parties soient bien mêlées. Des Huiles fondront bien la Glace, mais elles ne se mêleront pas avec l'eau qui lui succédera, & il n'y aura aucun nouveau froid.

M. de Reaumur, après s'être procuré des moyens si faciles & si sûrs de produire & mesurer les plus grands froids, voulut en jouir par des expériences qui lui apprissent quelque chose ou d'intéressant ou de curieux, par exemple, quel degré de froid est nécessaire pour tuer certains Insectes, c'est-à-dire, pour geler les liqueurs qui font leur vie ; il est bien sûr qu'alors leur corps perd toute sa mollesse, toute sa souplesse, & devient tout roide.

Il y a quelques especes de Chenilles qui gèlent à 7 ou 8 degrés de froid, d'autres plus petites, & absolument fort petites, & très-déliçates en apparence, soutiennent sans se geler 17 degrés, 3 degrés de plus que le froid de 1709. Malheureusement celles-ci sont les plus communes, & sont celles qui font le plus de ravage. Il n'y a donc pas lieu de se consoler de la rigueur d'aucun Hiver par l'espérance qu'il exterminera ces Chenilles.

Cependant le sang de ces fortes d'Animaux ne paroît guere qu'une liqueur aqueuse, qui devoit être très-susceptible de congélation. Le sang des grands Animaux le paroît beaucoup moins, & l'est réellement beaucoup davantage. Quand sçaura-t-on dans ces matières-là plus que les faits, qu'il est pourtant toujours très-curieux & très-important de sçavoir?

OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GÉNÉRALE.

I.

M. HELVETIUS a communiqué à l'Académie la Relation suivante, qui lui avoit été envoyée par le Gouverneur de Surinam son parent. Elle a été faite par M. de Treytorens, Médecin, témoin oculaire.

Il y avoit, au temps que la Relation a été écrite, 9 ou 10 mois qu'une Nègresse esclave, grande & bien faite, & qui avoit déjà eu quelques Enfants, en accoucha d'un qui parut fort singulier. Il étoit grand, bien formé, très-blanc, couleur qui lui a toujours duré. Toute sa phisionomie, tous les traits de son visage, étoient d'un Negre, les Levres grosses & relevées, le Nés écrasé & camus. De plus il avoit comme les autres Negres de la laine à la tête, mais une laine aussi blanche que de la Neige. Quoique fort exposé au Soleil pendant tout le temps où ceci est renfermé, il n'avoit point rougi, non plus que la laine de sa tête. Le blanc de ses yeux

étoit fort clair, ce qui n'est pas rare, mais son Iris étoit d'un rouge fort vif, & couleur de feu, marbrée seulement de quelques traits blancs tirants sur le bleu ; la Prunelle que nous ne connoissons que noire, & qui doit l'être puisque c'est un vuide, étoit aussi très-rouge. Cet Enfant ne vouloit pas ouvrir les yeux quand il faisoit un Soleil vif & violent, hors de-là il les ouvroit, & voyoit dans un lieu peu éclairé. Lorsqu'il vouloit fixer la vûe sur quelque objet, son Iris & sa Prunelle prenoient un mouvement extrêmement rapide, comme d'un tournoyement autour de leur centre, & il sembloit que l'Enfant se fût mis tout d'un coup à chercher quelque chose des yeux avec beaucoup d'inquiétude. Il avoit le Piam, maladie ordinaire aux Negres, & n'en avoit encore rien perdu de son embonpoint. Ses dents continuoient de pousser, & il en avoit déjà cinq. Il paroissoit peu intelligent, & destiné à être imbecille.

La grande question est de sçavoir qui étoit son Pere. Ce n'étoit pas un Noir, quoique la Mere le dit. Il est bien vrai que les Enfants des Noirs naissent blancs, à l'exception d'un peu de noir aux parties génitales & à la racine des Ongles, mais quelques jours après leur naissance, ils changent, & deviennent noirs. S'ils sont Mulâtres, enfants d'un Blanc & d'une Noire, ils deviennent rouges. On reconnoît à ces marques les différentes origines, & elles ne peuvent être long-temps douteuses. Quant à l'Enfant dont nous parlons, il étoit encore parfaitement blanc à 9 ou 10 mois.

Son Pere n'étoit pas non plus un Blanc. D'où lui seroient venus tous ces traits de Negre si marqués, cette laine au lieu de Cheveux ? D'ailleurs la Mere avoit déjà fait un Mulâtre, & n'avoit pas caché qu'il étoit venu d'un Blanc, pourquoi l'auroit-elle caché cette fois-ci comme elle faisoit obstinément ? Il est constant encore que les Noires se tiennent honorées d'un commerce avec les Blancs, & ne manquent pas de s'en vanter.

Il est parlé dans quelques Relations d'Afrique de certains peuples blancs, ou du moins s'ils sont en trop petit nombre,
de

de certains hommes blancs, qui habitent dans le païs des Noirs. On remarque particulièrement qu'ils ont la vûe extrêmement foible, qu'ils ne peuvent presque pas soutenir le jour, & qu'ils ne sortent que la nuit de leurs Cavernes ou tanières. Les Noirs ne les traitent pas d'hommes, & les chassent comme des Bêtes. On voit assés la ressemblance que l'Enfant de la Nègresse pourroit avoir avec eux, & ce qui sembleroit d'abord confirmer cette idée, c'est que la Relation de Surinam porte expressément que de vieux Negres amenés de la Côte de Guinée, ont dit qu'ils ont vû en cette contrée des Enfants blancs dans des endroits où il ne va jamais de Blancs, mais que leurs Chefs les font bien-tôt périr. On conçoit bien qu'un Blanc d'Afrique auroit rencontré la Nègresse en Afrique, & que de-là seroit venu l'Enfant, mais comment l'aura-t-il rencontrée en Amérique? comment y seroit-il venu? ne l'y auroit-on pas vû? il est vrai que quelques-uns disent qu'il y a de ces Blancs en Amérique. On a encore bien des éclaircissements à souhaiter sur ce Pere qu'il seroit si curieux de connoître.

II. M. le Duc de Richemont a écrit à M. du Fay que le 31 Novembre de cette année, à 3 heures & demie après minuit, il y eut un tremblement de terre à Chichester dans la Province de Suffex en Angleterre. Toutes les Maisons, les Lits, les Meubles, ont tremblé, des portes se sont ouvertes, des Cloches ont sonné, ce qui étoit posé sur des bords de Cheminées est tombé. On disoit que le tremblement avoit été encore plus sensible à Portsmouth & à Arondel. On observa que c'étoit moins un tremblement qu'un balancement du Nord au Sud semblable au tangage d'un Vaisseau en sens-là; car tous ceux qui étoient couchés dans la direction du Nord au Sud sentirent un mouvement de la tête aux pieds, & ceux qui étoient couchés dans la direction de l'Est à l'Ouest, ne sentirent qu'un mouvement semblable au roulis d'un Vaisseau, ou à celui du Berceau d'un Enfant.

M. Bouguer, qui étoit au Havre, a écrit qu'on y sentit

Hist. 1734. C

le même jour, entre 3 & 4 heures du matin, trois ou quatre légères secouffes. On en sentit aussi de l'autre côté de la Seine. On n'a point eu d'autres nouvelles sur ce sujet, & il n'y a pas d'apparence que le tremblement ait eu plus d'étendue en France. Il n'aura été que le foible commencement de celui d'Angleterre.

Cette année parut un Livre de M. de Reaumur, intitulé *Mémoires pour servir à l'Histoire des Insectes. Tome I. Sur les Chenilles, & sur les Papillons*. On comprend allés par ce Titre que M. de Reaumur a en vûë un dessein si grand & si vaste, qu'il ne prétend pas le remplir entièrement, mais seulement aider à le remplir, si on peut l'entreprendre quelque jour, & que ce qu'il donne présentement au Public n'est qu'une partie de ce qu'il lui donnera.

Les *Insectes*, selon la force du mot, ne sont que les Animaux dont le corps est comme *coupé* par des especes d'Anneaux qui en divisent la longueur, mais l'usage commun étend ce mot plus loin, on appelle *Insectes* tous les petits Animaux très-différents des grands par leurs figures, méprisables par leur petitesse, ou haïssables par les dommages qu'ils nous causent. Ils sont peut-être aussi-bien définis par ce mépris & par cette haine, que par une définition plus régulière qui seroit apparemment très-difficile.

Cependant si l'on jugeoit que les Animaux que la Nature a eu principalement dessein de produire sont ceux qu'elle a produits en plus grand nombre, je dis plus grand même par rapport aux différentes especes, il se trouveroit que cette sorte de prédilection de la Nature seroit toute entière, & presque infinie en faveur des Insectes. Il y a des Insectes sur la Terre, dans l'Air, dans toutes les Eaux, & il y a dans chacun de ces trois Eléments sans comparaison plus d'Insectes que de grands Animaux qui leur appartiennent.

On pourroit croire que les Insectes sont en plus grand nombre, parce qu'étant beaucoup plus petits, ils sont plus

aisés à nourrir, mais cette raison n'auroit lieu que pour la multitude des Individus, & non pour celle des différentes Espèces, beaucoup plus grande que dans aucun Genre connu des grands Animaux. Pourquoi tant de soin de varier les Espèces dans des Genres qui par eux-mêmes seroient des objets peu importants?

Mais, ce qui fera encore beaucoup plus fort, pourquoi la Nature a-t-elle employé tant d'art à la formation des Insectes, que les grands Animaux paroissent presque en comparaison des ouvrages négligés? N'y eût-il que les Métamorphoses ou transformations communes à la plus grande partie des Insectes, elles demandent une plus fine Mécanique, plus de ressources d'invention que les Machines des grands Animaux, toujours constantes & invariables pendant leur durée.

Encore plus. Les grands Animaux, ou sont totalement privés d'industries particulières, comme les Bœufs, les Chevaux, les Moutons, ou s'ils en ont quelques-unes, comme les Oiseaux pour la construction de leurs Nids, elles ne sont pas comparables à celles d'une infinité d'Insectes, aux Ruches des Abeilles, aux Coques des Chenilles, &c. Si l'on veut bien honorer du nom d'esprit les instincts naturels des Animaux, les Insectes sont certainement ceux qui ont le plus d'esprit, & si cet esprit dépend, comme en nous, des dispositions organiques du Cerveau, les Insectes sont ceux de tous les Animaux dont le Cerveau est le plus & le mieux travaillé.

Ils sont donc bien éloignés d'être des ouvrages de la Nature méprisables, ou même peu dignes de notre attention. Les yeux des Philosophes savent bien leur rendre plus de justice, ils découvrent en eux les plus surprenantes merveilles que la souveraine Intelligence ait répandues sur notre Globe, & la profonde admiration qu'on lui doit, en redouble.

Mais outre cette utilité plus que philosophique, & qui va jusqu'au théologique, l'étude des Insectes peut en avoir d'autres plus grossières, & par conséquent plus frappantes pour le commun des hommes. Si on avoit dédaigné d'observer une espèce de Chenilles, nous serions privés de la Soye, &

quelle perte ne seroit-ce pas pour les commodités & les agréments de la vie, même pour la Médecine, qui sçait tirer de la Soye un si bon remede ? Ce sont des Fourmis des Indes qui nous donnent la Laque, des especes de Punaises d'Amerique qui fournissent la Cochenille, & sans entrer dans un plus long dénombrement des différents profits dont nous sont actuellement les Insectes, ne sera-ce pas une autre sorte de profit toute contraire & aussi avantageuse que de sçavoir détruire ceux qui nous sont nuisibles, quand nous les aurons assés étudiés ? M. de Reaumur a déjà trouvé ce secret à l'égard des Teignes qui gâtent nos Etoffes de Laine *. Les connoissances qui demeureront inutiles par rapport à ces usages sensibles & populaires, car assurément il en demeurera, seront la portion & le domaine propre des Philosophes.

* V. les M.
de 1728.
p. 139. &
suiv. p. 311.
& suiv.

Ce n'est que depuis assés peu de temps que l'on s'est mis à étudier les Insectes bien sérieusement, & avec méthode, & il est facile de compter ceux qui s'y sont appliqués. Dans cette Science naissante & peu cultivée, M. de Reaumur a trouvé beaucoup à faire, & beaucoup plus que n'en peut faire un seul homme, & un seul Siècle, même en se renfermant dans quelques especes particulières d'Insectes. Ce sont une infinité de petits faits qui se cachent aux yeux pour la plupart, qui, s'ils se montrent, passent en un instant, & alors même s'enveloppent encore dans une sorte de mystere. Un moment manqué pour l'observation ne se retrouve plus, & il n'y a qu'un hazard heureux qui puisse non seulement le donner, mais enseigner quel est ce moment important qu'il faut attendre, & ensuite saisir. Il est très-difficile de bien voir, & très-difficile de sçavoir seulement où l'on doit principalement porter sa vûë. Les yeux qui le plus souvent ont besoin d'être armés d'une Loupe ou d'un Microscope, ont encore plus de besoin de l'être d'un esprit pénétrant qui apperçoive au de-là des Microscopes & des Loupes. A peine l'industrie d'un Homme peut-elle bien découvrir toute celle d'une Chenille qui travaille à sa Coque.

On verra dans tout le Livre de M. de Reaumur jusqu'à

quel point il a porté l'assiduité, la patience, la sagacité de l'observation. Il fait le récit des difficultés qu'il a trouvées, des expédients qu'il a imaginés pour les vaincre, des hazards qui l'ont ou traversé ou favorisé, de ce qui lui a fait ou prendre ou rejeter certaines idées, enfin de toutes ses aventures, pour ainsi dire, & de toute sa conduite dans le pays peu connu où il s'étoit engagé, & qu'il défrichoit pour la plus grande partie. Cette Relation du Voyage, agréable par elle-même, sera de plus instructive pour d'autres Voyageurs qui viendront après lui.

Ce Volume qui est gros, & qui sera suivi de plusieurs autres, ne regarde que les Chenilles. Tout le monde les connoît, & sçait grossièrement leur Histoire. Elles se changent en ce que le peuple appelle *Fèves*, & les Naturalistes *Chrysalides*, ou *Aurélias*, ou *Nymphes*. Enfin elles deviennent Papillons, & ne songent à la propagation de leur espece qu'en ce dernier état.

Quand un Naturaliste veut parler du Bœuf, du Cheval, du Mouton, &c. il n'a qu'à le nommer, on connoît l'Animal dont il parle, & on lui applique sans peine tout ce qu'on en apprend. Mais quand un Naturaliste parlera d'une Chenille, comme il y en a une infinité d'especes très-différentes entre elles, on ne sçaura de quelle Chenille il parle, & on sera hors d'état de vérifier, de suivre, de rectifier, s'il le faut, ce qu'il aura dit, à moins qu'il n'ait si-bien désigné & caractérisé sa Chenille, qu'on la puisse retrouver sûrement.

Pour cela il faudroit avoir fait sur les Chenilles ce que de grands Botanistes ont fait sur les Plantes, des distributions en Classes, Genres & Espèces. On entendra nettement ces trois termes, pourvû qu'on se souvienne que dans une distribution pareille qui regarderoit les grands Animaux, les Quadrupèdes, par exemple, seroient une Classe, les Chiens un Genre, les Dogues, les Lévrier, &c. des Espèces. Les caracteres les plus propres à bien désigner ces trois ordres, ce sont les plus sensibles, les plus frappants, les plus populaires, ceux qui se manifestent le plus vite, car il faut que tout le monde

puisse reconnoître ce dont il s'agit, sans hésiter, & le plus promptement qu'il se puisse.

M. de Reaumur s'est tourné de tous les côtés pour tâcher de distribuer les Chenilles en Classes, Genres & Especes, soit par leur figure, & par les proportions de leur corps, soit par le nombre de leurs Anneaux, soit par celui de leurs Jambes écailleuses ou membraneuses, soit par certaines Cornes qu'elles ont quelquefois vers la tête, quelquefois vers le derrière, soit par des tubercules ou mamelons semés quelquefois sur leur peau, soit par les poils qu'elles ont souvent, & dont elles sont quelquefois privées, soit par la position des touffes ou bouquets de ces poils, soit par les couleurs disposées sur leur peau ou en long ou en travers, soit par les Plantes qui leur servent d'aliment préférablement aux autres, soit par leur genre de vie, ou solitaire, ou en société, &c. Tous ces principes de différence, très-nombreux par eux-mêmes, se combinent si diversément ensemble, & se soutiennent si peu dans chaque combinaison, qu'on diroit que les Chenilles ont voulu se dérober à tout ordre artificiel de la Philosophie. Cependant M. de Reaumur n'a pas laissé d'établir sept Classes, sous lesquelles il indique comment on pourra ranger des Genres & des Especes. Il a déjà les moyens de caractériser assez bien les Chenilles, dont il traite, pour les rendre aisément reconnoissables.

Ce sont-là de ces endroits d'un ouvrage qui ont apparemment le plus coûté, & qui intéressent le moins la plupart des Lecteurs. Combien de gens peu curieux de voir jamais les Chenilles de M. de Reaumur, se contenteront d'apprendre & de croire sur sa parole qu'il y en a qui ont telles & telles propriétés, qui font telles & telles opérations ? mais il faut que des Naturalistes plus curieux & mieux instruits travaillent pour ces gens-là mêmes, & c'est pour faciliter le travail des Naturalistes que l'on entre dans des discussions qui ne sont que pour eux.

Nous ne prendrons de tout le Livre de M. de Reaumur que ce qui peut être du goût de ce plus grand nombre de

Lecteurs, les faits principaux que nous dépouillerons même de l'ingénieux & agréable détail des explications Méchaniques. Il nous meneroit beaucoup trop loin, & souvent ces faits ainsi dépouillés seront comme des especes d'Enigmes proposées par la Nature, & dont le mot ne sera pas aisé à trouver.

Les Chenilles ne paroissent qu'au Printemps, lorsqu'une bonne provision d'aliments différens, selon le goût des différentes especes, les attend de tous côtés.

Quelques especes vivent en communauté, elles se mettent plusieurs ensemble à ronger la même feuille; d'autres veulent vivre solitaires, & ronger chacune leur feuille à part.

Il y en a, j'entends des especes, qui ne mangent que la nuit, & se vont cacher sous terre pendant tout le jour, de sorte qu'un Jardinier qui a laissé vers le soir une Plante bien exempte de Chenilles, bien saine, est fort surpris de la retrouver le matin toute ravagée sans y découvrir les ennemis.

Quelques especes de Chenilles n'ont point, comme toutes les autres, la faculté d'étendre & de resserrer, d'allonger & de raccourcir leurs anneaux, elles ont le corps roide, & quand elles se sont accrochées sur une branche par leurs premières jambes, elles peuvent s'y soutenir pendant une heure entière, le corps posé en haut verticalement, de manière qu'on les prendroit pour un petit brin de bois. Quelle force ne faut-il pas à leurs Muscles pour une attitude si contrainte! Elle peut durer encore après leur mort, ce qui augmente la merveille. Il leur faut encore sans comparaison plus de force pour se soutenir horizontalement, comme elles font quand il leur plaît.

Il y a des Chenilles si voraces, qu'en moins de 24 heures elles mangent plus du double du poids de leur corps. Les grands Animaux sont bien sobres en comparaison. Aussi croissent-elles extrêmement vite.

M. Malpighi a découvert que les Chenilles respiroient l'air par 18 Poumons dont les Trachées avoient leurs ouvertures extérieures disposées le long du corps sur deux lignes parallèles. Ce qui a prouvé à ce grand & ingénieux Observateur

que ces ouvertures qu'il appelle *Stigmates*, sont des ouvertures de Trachées, c'est qu'en y appliquant de l'Huile qui les bouchoit, il voyoit les Chenilles mourir étouffées. Il a cru, & même sur quelques expériences, que l'air resorloit ensuite par les mêmes endroits par où il étoit entré, ainsi que dans les grands Animaux, mais M. de Reaumur, qui a eu le mérite de vouloir encore, après une si grande autorité, s'en convaincre par lui-même, a trouvé, en tenant des Chenilles sous l'eau, où elles vivent des heures entières, que tout leur corps se couvre de bulles d'air, & beaucoup moins aux endroits où sont les *Stigmates*, & que par conséquent l'air sort de toute l'habitude du corps par des ouvertures insensibles, comme la matière de notre transpiration. Il a été réduit en particules extrêmement subtiles par son passage dans des canaux aussi fins que ceux qui ont fait les rameaux, & les rameaux de rameaux de Trachées aussi déliées dès leur origine. De plus, les Chenilles ne se gonflent point, comme les autres Animaux, dans la Machine du Vuide, marque que l'air contenu dans leur corps s'en échappe aisément.

Elles vivent des deux ou trois jours dans ce Vuide, quelque parfait qu'on l'ait pû faire, mais sans aucun mouvement. Dès qu'on leur rend l'air, elles se raniment.

M. Malpighi a cru que les Chenilles avoient tout le long & au milieu de leur corps un grand nombre de Cœurs aussi-bien que de Poumons, mais autant qu'on en peut juger dans une Anatomie si délicate, & qui approche tant d'être impossible, M. de Reaumur croit que cette suite apparente de Cœurs n'est qu'une longue Artere droite, qui, à la vérité, a des étranglements qui semblent la diviser en différentes parties, mais des étranglements causés par des compressions de corps voisins, & tels qu'on peut les faire disparaître.

Tous les ans les Quadrupedes & les Oiseaux muent, c'est-à-dire, changent de poils ou de plumes. Les Insectes font plus, tous ceux que M. de Reaumur connoît, & il en connoît beaucoup, changent de peau une fois au moins en leur vie,

les

les Vers à foye jusqu'à quatre fois, la plupart des autres Chenilles autant.

Quand les Chenilles se préparent à muer, elles cessent de se nourrir, tombent dans une grande langueur, & perdent l'éclat de leurs couleurs, & quelquefois quelques-unes de ces couleurs mêmes.

En général leur artifice pour se dépouiller consiste à gonfler & à contracter alternativement leurs Anneaux, moyennant quoi leur ancienne peau tirillée en divers sens se détache de la nouvelle déjà toute formée au dessous, & vient à se fendre en quelque endroit par où le corps de la Chenille a un commencement d'issuë. Le reste est facile à imaginer.

Mais la merveille est d'un côté la perfection de l'ancienne peau, de l'autre celle de la nouvelle. La dépouille est si parfaite, qu'elle comprend les Dents, les Ongles, & jusqu'au Crâne, qui est assés dur & écailleux. La nouvelle peau est si parfaite, que dans les Chenilles veluës elle a les poils tout pareils à ceux qui sont restés sur l'ancienne, disposés de la même manière, aussi longs, & quelquefois plus, & cela dès que l'Animal paroît dans son renouvellement. On ne peut donc pas penser que les nouveaux poils fussent logés dans les anciens comme dans des E'tuis, d'où ils se seroient dégagés ; M. de Reaumur s'est encore assuré de la fausseté de cette idée, en coupant bien exactement tous les poils à une Chenille toute prête à muer, il eût coupé nécessairement aussi les poils de la nouvelle peau, mais elle n'en fut pas moins couverte. Tout ce qui reste à penser, & on peut s'en assurer par ses yeux, c'est que les nouveaux poils bien formés & ayant toute leur étenduë, se tiennent couchés sur la nouvelle peau, parce que l'ancienne les y oblige tant qu'elle n'est pas détachée. On conçoit même que l'effort qu'ils font pour se redresser doit aider à la séparation des deux peaux, sans compter une liqueur assés abondante qui se répand alors entre elles.

M. de Reaumur a trouvé que le nouveau Crâne étoit

Hist. 1734.

. D

presque toujours considérablement plus grand que l'ancien, & comment a-t-il été renfermé sous l'ancien ? ce seroit encore une question quand il ne seroit qu'égal. Il faut qu'étant plus mol & plus flexible, il se soit un peu accommodé au lieu qui le renfermoit, & que quand il a été libre, il ait pris par son ressort sa figure naturelle, & en même temps sa consistance & sa dureté par le desséchement de l'air.

Il est à remarquer que les couleurs de la nouvelle peau ne sont pas toujours les mêmes que celles de l'ancienne, & par conséquent, si on jugeoit par les couleurs, on pourroit croire qu'une même Chenille en seroit deux différentes, ou au contraire.

Quelque temps après leur dernière peau, il leur arrive encore un changement beaucoup plus considérable, elles deviennent ce qu'on appelle communément *Fève*, & dans la langue des Naturalistes *Crisalide*, ou *Auréli*, ou *Nimphe*.

Les noms de *Crisalide* ou d'*Auréli* viennent de la couleur d'or dont quelquefois tout le corps de quelques especes, ou quelques endroits du corps, brillent dans leur nouvel état. Le nom de *Nimphe* vient de ce qu'elles sont alors comme voilées, & couvertes de la manière dont l'étoient anciennement les *épousées*. Il est pourtant vrai qu'elles ressemblerent davantage à des Momies d'Égypte. Tout le monde connoît la figure de quelques Crisalides, ne fût-ce que de celles des Vers à soie. Toute Crisalide est si différente de la Chenille qu'elle étoit auparavant, qu'on n'auroit jamais cru que ce fût le même Animal. Elle n'a même presque plus aucune apparence d'Animal, nul mouvement, nul besoin de nourriture, nul signe de vie, si ce n'est quelque sensibilité dans la partie postérieure de son corps, quand on la touche.

Pour se garantir des accidents contre lesquels elles n'ont point de défense dans cet état de faiblesse & de langueur, les Chenilles, qui semblent le prévoir, se filent des Coques où elles s'enferment, & sont à l'abri de tout. Les Vers à soie s'en font de très-fortes, de très-épaisses, & d'une belle matière qui est une richesse pour nous. D'autres Chenilles ne

se filent que des Coques peu garnies, au travers desquelles on les voit, & dont la matière est mauvaise. D'autres, qui ont peu de matière à fournir, remplissent les vuides de leur tissu de soye par de petits grains de terre fort adroitement transportés & placés où il faut; serrés & battus autant qu'il l'a fallu. D'autres prennent une feuille pour la cage de leur édifice, la plient & la roulent très-industrieusement en forme de Cornet par le moyen de fils de soye qu'elles attachent d'un bord à l'autre de la feuille. D'autres enfin, tant la variété est grande, se passent de Coques, & se retirent seulement dans des lieux de sûreté, ou bien même plus hardies ou moins prévoyantes, elles se tiennent à l'air sous la dangereuse forme de Crisfalides.

De celles-ci quelques-unes ont l'art de se fixer contre un corps solide, suspenduës seulement par la queue, la tête en embas; d'autres, par un art encore plus étonnant, se font entouré le milieu du corps d'un cordon de soye qui les tient suspenduës, & les assure dans cette situation. Si on fait bien réflexion à ces deux dernières industries, on sentira combien elles doivent être difficiles. Il y a bien là, aussi-bien que dans beaucoup d'autres choses du même genre, de quoi exercer l'adresse du Phisicien pour trouver les moyens de voir ce qui se peut voir de ces sortes de manœuvres, & la sagacité pour suppléer par raisonnement à ce qu'il n'aura pas vu.

Quand la Chenille doit devenir Crisfalide, elle s'y prépare par quelque temps de jeûne, peut-être est-ce un jeûne forcé par des douleurs qu'elle souffre. Les peaux qu'elle a quittées successivement jusques-là ne couvroient qu'une Chenille, ne laissoient voir en tombant qu'une Chenille, mais la dernière peau n'en couvroit plus, & n'en laisse plus voir une, c'est un Animal d'une figure & d'une constitution toute différente, une Crisfalide.

La Chenille, après avoir cessé de prendre de la nourriture, se vuide abondamment. On trouve dans ses excréments des portions d'une Membrane que M. de Reaumur a reconnuë pour être celle qui doubloit le canal de leur Estomac & de

* p. 16. leurs Intellins. Elles la rejettent comme font les Ecrevisses dont il a été parlé dans l'Histoire de 1709* d'après M. Geoffroy.

Les mouvements & les efforts nécessaires pour quitter le dernier fourreau de Chenille, sont plus grands que ceux qui l'ont été pour les précédentes dépouilles. Cependant cette opération difficile est fort prompte. Toutes les actions de la Chenille ont été exposées dans le détail le plus exact & le plus curieux.

Quelquefois le fourreau de Chenille lui reste attaché par embas en un petit endroit, elle ne le peut plus souffrir, & elle use d'une industrie nouvelle pour achever de s'en défaire entièrement.

Vû la grande diversité des especes de Chenilles, on s'attend bien que les Crisalides seront de figures fort différentes. Elles ont aussi une durée fort différente jusqu'à la transformation qui les attend encore. Quelques-unes ne sont Crisalides que 10 jours, d'autres le sont pendant tout l'Hiver & une partie du Printemps. Ce sont-là les deux extrêmes.

En quittant le fourreau de Chenilles, les Crisalides y laissent leurs 18 Stigmates bien marqués & même plus aisés à observer & à examiner par rapport à leur structure, qu'ils ne l'étoient auparavant. Mais elles en ont d'autres presque semblables sur leur nouvelle enveloppe de Crisalide. Il y a donc lieu de croire qu'elles respirent, quoique mortes en apparence; elles respirent en effet, mais ce qu'il y a de singulier, c'est qu'elles perdent par degrés & jusqu'à un certain point où elles s'arrêtent, leur faculté de respirer, & le besoin qu'elles en ont. Dans les premiers jours tous leurs Stigmates leur sont nécessaires, ensuite ceux d'embas se bouchent, & elles se contentent de ceux d'enhaut, quelques-uns de ceux-ci se bouchent aussi, & il ne reste enfin que les plus hauts, & ils leur suffisent. Comment a-t-on pû pénétrer jusqu'à ces particularités? Des Crisalides de différents âges ont été plongées dans de l'Huile à différentes hauteurs par M. de Reaumur, & il a vû jusqu'à quelle hauteur il falloit plonger

chacune d'elles pour lui ôter la respiration, & la faire mourir, c'est-à-dire, la priver entièrement du sentiment qui lui restoit.

Quand une Crisalide est plongée dans l'eau, on ne voit plus son corps se couvrir de bulles d'air, hormis à l'endroit des Stigmates, comme il seroit arrivé lorsque la même Crisalide étoit Chenille, ce ne sont plus que les Stigmates qui rendent de l'air, ceux qui ne se sont pas encore fermés. Il est fort naturel que l'enveloppe presque toute écailleuse de la Crisalide ne laisse pas échapper l'air comme une peau molle & tendre, mais l'air a donc pris dans le corps de la Crisalide des routes qu'il ne suivoit pas auparavant. C'est une conclusion étonnante qu'il faut pourtant admettre.

La circulation de ce qu'on doit appeller *Sang* dans ces Animaux, change aussi. Cette longue Artere droite, dont nous avons parlé, pousse dans la Chenille sa liqueur du derrière vers la tête, dans la Crisalide c'est le contraire.

Dans la Machine Pneumatique, la Crisalide, à cause de la dureté & de la fermeté de son enveloppe extérieure, ne peut pas augmenter de grosseur, mais elle augmente de longueur, ses Anneaux qui étoient emboîtés les uns dans les autres, se déboîtent & s'écartent, tant il est vrai que l'air s'échappoit du corps des Chenilles, & ne peut plus s'échapper de celui des Crisalides.

Après que celles d'entre les Crisalides qui sont dorées, & qui même le sont le mieux, ont quitté leur enveloppe pour devenir Papillons, leur dépouille ne conserve rien de sa belle couleur d'or qui la rendoit si magnifique, elle n'est plus que d'une couleur très-commune. Sur cela M. de Reaumur imagine qu'elle pouvoit ressembler à nos Cuirs dorés, qui le sont sans aucun or. Tout ne consiste qu'en un Vernis d'une couleur brune, quand il est en masse, mais s'il est étendu sur des feuilles d'un très-beau blanc, bien polies, ce blanc vû au travers du Vernis paroît le plus bel or. Il se trouva en effet que la première peau très-fine de la Crisalide étant transparente, a sous elle ou une membrane ou une liqueur desséchée, qui est d'un très-beau blanc. Cette première peau

fait l'office du Vernis des Cuirs. Si on la détache seule avec adresse du corps de la Crisalide, & qu'on l'étende sur de l'argent bien bruni, c'est de l'or. Si on l'enleve avec sa matière blanche, la dorure se perd dans quelques heures, apparemment parce que cette couche de blanc se dessèche à l'air, & par conséquent se ride, & perd le poli nécessaire; ce qui le persuade bien, c'est qu'il ne faut que la mouiller pour faire renaître l'or, & cela autant de fois qu'il a disparu. Mais la dorure de l'enveloppe que le Papillon a quittée naturellement ne revient pas ainsi pour être mouillée. Quand le Papillon s'est dégagé, il est arrivé des changements à la couche de blanc, peut-être les efforts qu'il a faits l'ont-ils ou détachée, ou trop altérée par le mélange de quelque autre matière qui y est survenuë à leur occasion.

Il faut que l'Animal subisse encore une métamorphose, qu'il prenne la forme de Papillon, très-différente des deux premières. Il la prend ou dans sa Coque même, ou dans la petite retraite qui lui en a tenu lieu, s'il ne s'est pas fait de Coque. Dans ce 2^d cas il n'y a pas de difficulté à comprendre comment il sort, il n'y en a pas non plus quand sa Coque est fort mince, une gaze très-légère & transparente, on le voit qui la perce avec sa tête, mais quand la Coque est très-épaisse & très-serrée, comme celle du Ver à Soye, on ne voit que, l'Animal sorti, la Coque percée à l'endroit de la tête, & on ne sçait comment il a fait pour forcer sa prison. Après tant d'autres mystères de cette espece qui se sont laissés pénétrer par M. de Reaumur, celui-là s'est refusé à lui. Seulement il a conjecturé que l'instrument tranchant ou divisant, dont le Papillon s'étoit servi, car il en faut un, & la tête n'en peut faire la fonction par elle-même, pouvoit être ses Yeux. Le paradoxe paroît violent, mais ces yeux, dont nous parlerons tantôt un peu plus au long, sont tels que toute leur convexité est remplie d'une dentelure très-fine & proportionnée aux fils de Soye qu'elle couperoit les uns après les autres, & sur lesquels elle agiroit comme une Lime sur du bois. Enfin c'est sûrement la tête qui opere, ce.

n'est pas le total de la tête, c'en est donc quelque partie, il faut la trouver.

Il y a des especes de Chenilles qui ne jettent pas les Naturalistes dans cet embarras, elles laissent leurs Coques ouvertes, & en sortent sans peine. Elles sont donc, pendant tout le temps qu'elles sont Crisalides, exposées sans aucune défense à toutes les attaques, à toutes les insultes des autres Insectes leurs ennemis? Non. Elles ont fait une espece de Labyrinthe où l'Insecte étranger s'égarerait sans arriver jusqu'à la Crisalide. Un Poisson entre aisément jusqu'au fond de la Nasse, & n'en peut presque plus sortir, elles ont renversé l'artifice de la Nasse dans leur Coque, l'Insecte étranger n'y peut presque pas entrer, & le Papillon en sort sans difficulté.

Il n'est pas besoin d'observer bien finement une Crisalide pour y voir le Papillon comme emmaillotté. C'est un petit paquet disposé & arrangé de façon que le volume en soit le moindre qu'il se puisse, & qu'aucune partie ne soit ni blessée, ni trop gênée. Les quatre Ailes, par exemple, deux supérieures & deux inférieures, sont appliquées tout de leur long des deux côtés du corps, les deux *Antennes*, qui sont deux especes de longues Cornes que le Papillon porte sur le devant de sa tête, sont renversées de devant en arrière & étendues sur le dos. La Trompe dont il doit se servir pour sucquer les fleurs, & qui est longue, peut être roulée en Spirale, & s'étendre aussi de son long.

L'enveloppe de Crisalide, cartilagineuse comme elle est, & même écailleuse, est assez dure, & quand le temps prescrit, où le Papillon doit en sortir, est arrivé, il a besoin de plus grands efforts que ceux qui lui ont suffi, quand il étoit Chenille, pour se dégager successivement de chacune de ses peaux.

De la Chenille au Papillon il n'y a point de vraie métamorphose. Il est visible que de la Crisalide au Papillon il n'y en a point, c'est un simple développement qui se passe sous nos yeux, c'est donc toujours la même chose dans le

total, ou de la Chenille au Papillon; le Papillon étoit enve-
loppé dans la Chenille avec ses Aîles, ses Antennes, sa
Trompe, &c. mais rien de tout cela n'y étoit visible; il
n'y a que le bas de son corps, encore divisé en Anneaux,
qui se sente de sa première forme de Reptile. D'un Œuf à
un Poulet, quel changement! Ce n'est pourtant qu'un dé-
veloppement dont on se peut donner le Spectacle d'un bout
à l'autre, & voir toutes les différentes Décorations se succe-
der. La Chenille peut être regardée, si l'on veut, comme
l'Œuf du Papillon. Il n'est point absolument nécessaire qu'un
Œuf, pour être véritablement Œuf, ne prenne point de
nourriture.

La première chose que fait le Papillon, c'est de se vider
copieusement. Destiné désormais à des aliments plus délicats,
il ne conserve rien de ses anciens aliments grossiers. Ces
excréments sont quelquefois rouges, & accompagnés de
quelques gouttes de cette couleur. Sur cela M. de Reaumur
se souvient d'un trait de la vie du célèbre M. de Peiresc.
On vit un matin dans la Campagne des environs d'Aix un
grand nombre de taches rouges semées en différents en-
droits; on s' imagine aussi-tôt que c'est une pluie de Sang
tombée du Ciel, & on s'alarme de cet horrible présage.
M. de Peiresc dissipa l'effroi par différentes remarques
dignes d'un bon Physicien, & principalement en montrant
de ces Taches dans de petits creux où une pluie n'auroit
jamais pû tomber. On reconnoît bien là un accident causé
par les Papillons dont nous venons de parler. Un Papillon,
dont la tête a de l'air d'une tête de mort, a répandu encore
bien de la terreur, quand il a paru dans des contrées déjà
affligées de quelque calamité. L'ignorance de la Physique est
souvent un grand mal pour le Genre humain.

Il y a des Papillons qui ne volent ou ne volent guere
que le jour, & d'autres au contraire que la nuit. On appelle
les 1^{ers} *diurnes*, & les 2^{ds} *nocturnes*, ou *Phalenes*. Les nocturnes
sont en beaucoup plus grand nombre que les diurnes.

Les nocturnes, qui apparemment craignent donc le jour,
vont

vont cependant la nuit se rendre à toutes les lumières, quoique très-vives, qu'ils voyent, & même s'y brûlent, source très-commune de comparaisons poétiques. M. de Reaumur ayant remarqué qu'il n'y a guere que les Mâles des Phalenes qui soient attirés la nuit par la lumière, & voltigent à l'entour, soupçonne qu'ils cherchent leurs femelles, brillantes peut-être, comme celles des Vers luisants *, de quelque lumière, mais beaucoup plus foible, & visible seulement pour eux. L'expédient des petits Phares que portent des femelles, employé par la Nature pour avertir leurs Mâles du lieu où elles sont, pourroit bien avoir été employé plus d'une fois.

* V. l'Hist.
de 1723.
p. 9.

Quand le Papillon est sorti de son enveloppe de Crisalide & de sa Coque, il est comme tout étonné de son nouvel état, & il lui faut quelque temps pour s'y accoutumer, ou, à parler plus précisément, pour se sécher à l'air, & se défaire d'une humidité superfluë qui l'engourdissoit. Il commence à étendre ses Aîles. On pourroit s'imaginer qu'elles étoient pliées comme un E'ventail sous le fourreau qu'il a quitté, mais non, elles étoient seulement fort petites, mais en récompense fort épaisses, leurs vaisseaux qui étoient gênés, contournés les uns sur les autres, pleins d'obstructions, vont se mettre en liberté, prendre les directions que demande le cours des liqueurs, & augmenter la superficie totale en diminuant à proportion l'épaisseur.

Les Aîles des Papillons, & cela leur est particulier, sont couvertes d'une espèce de poussière ou de farine, qui s'attache aux doigts, quand on y touche. On a vû avec le Microscope que chaque atome de cette poussière est une petite plume insérée par un pédicule dans le corps de l'Aîle, M. de Reaumur croit que le nom d'*écaille* lui convient mieux, & le prouve. Ces écailles, qu'il a observées avec grand soin, sont d'une infinité de figures différentes soit sur les Aîles de différents Papillons, soit sur les Aîles du même. C'est d'elles que viennent & toutes ces couleurs, & tous ces compartiments de couleurs, quelquefois distribuées si agréablement & si heureusement, qu'elles donnent un grand prix à ces

34 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
Ailes, & les rendent un objet de passion pour quelques
Curieux.

Les Yeux des Papillons, aussi-bien que ceux des Mouches, des Scarabés, & de divers autres Insectes, sont une merveille des plus singulières. Aux deux côtés de la tête sont deux petites plaques arrondies, luisantes, de consistance assez ferme, qu'on ne peut s'empêcher de prendre pour des Yeux, ou du moins pour leur Cornée. Mais ces Cornées, car nous leur en laisserons le nom, vûës au Microscope, sont un Réseau qui a une infinité de mailles rectilignes le plus souvent, & fort régulières, & du milieu de chacune s'élève une petite Lentille, que les plus grands Observateurs en cette matière, & qui ont le plus consulté l'expérience, s'accordent à prendre pour un Cristallin. En les comptant, il n'y a pas, selon M. Puget, moins de 17325 Cristallins sur chaque Cornée d'un Papillon. Nous sommes des Aveugles en comparaison de ces Insectes-là. La Nature si prodigue pour eux à cet égard n'aura pourtant pas été follement prodigue, elle ne leur aura donné que ce qui leur étoit nécessaire, mais pour quels usages, pour quels besoins? c'est ce que nous ignorons, ainsi que beaucoup d'autres choses. Il faut qu'une ignorance se console à la vûë du grand nombre de ses pareilles. Ce sont les surfaces convexes de chaque Cornée du Papillon que M. de Reaumur a cru propres à scier la Soie de la Coque.

Les Antennes sont encore une partie du Papillon très-remarquable par sa structure, & dont l'usage est ou ignoré, ou très-incertain. Elles sont en général mobiles sur leur base, en quoi elles diffèrent des Cornes des grands Animaux, & de plus articulées & divisées par des especes de Vertèbres, de sorte qu'elles peuvent se courber, se contourner au gré de l'Animal, du reste différemment conformées, différemment terminées, lisses ou à poils, & ces poils sont quelquefois au Microscope des barbes de Plumes, mobiles elles-mêmes sur leur base, &c. souvent les Antennes paroissent des tuyaux creux. Tant que l'on n'a guere examiné les Papillons, on a pû comparer les Antennes au Bâton des Aveugles, mais

la comparaison ne peut plus conveñir à des Animaux à qui l'on connoît tant de milliers d'Yeux, & ce qui prouvé mieux, c'est que les Papillons vont souvent les Antennes toutes droites, & n'en servent nullement comme d'un Bâton pour tâter leur chemin, ou reconnoître ce qui se présente devant eux. Les Antennes seroient plutôt les Organes de l'Odorat des Papillons, qui apparemment en ont besoin pour le discernement des Plantes & de leurs suc. Mais après tout, pourquoi n'y auroit-il dans l'Univers que les cinq Sens dont nous sommes doués? S'il y en a d'autres, dont quelques-uns soient tombés en partage à des Animaux de notre Globe, certainement nous ne reconnoîtrons pas les Organes qui leur appartiendront. Un Sourd devineroit-il l'usage d'une Trompette?

Celui de la Trompe des Papillons, quand ils en ont une, car ils n'en ont pas tous, du moins sensiblement, est incontestable, elle leur sert à sucer les Fleurs, c'est leur unique Bouche. Ce Tuyau peut avoir jusqu'à 3 pouces de long. Son ressort naturel le tient roulé, & en cet état il trouve une espece d'Étui où se loger, il ne se déroule & ne s'étend en longueur que par la volonté ou une action de l'Animal. Il est composé d'Anneaux qui ne peuvent guere être faits que pour un mouvement vermiculaire, pour des contractions & des dilatations successives, qui conduiront de la fleur jusqu'au corps de l'Animal une petite parcelle d'aliment prise par le bout de la Trompe. Ce n'est pas que la simple succion ne pût suffire pour faire monter une goutte de liqueur le long d'un canal inflexible, qui n'aidera point à la pousser, mais dans le cas présent il faudroit que la goutte fût toujours extrêmement fine, & incapable de s'attacher aux parois intérieures du canal, & cela peut très-aisément ne se pas rencontrer. La succion & l'action du canal se joindront fort bien ensemble, & n'en seront chacune que plus sûres de leur effet.

La Trompe, qui au simple coup d'œil n'est qu'un canal, beaucoup mieux observée par M. de Reaumur, se trouve en

être trois disposés sur un même plan ; celui du milieu étant le plus gros, & en ayant à ses côtés deux égaux entre eux. M. de Reaumur s'est suffisamment assuré que la liqueur nourricière tirée des fleurs ne monte que par le canal du milieu. A quoi serviront donc les deux autres ? A recevoir l'air nécessaire pour la respiration, & apparemment aussi à le rendre. La Trompe sera en même temps Œsophage & Trachée.

Par ce même canal du milieu qui fait monter la liqueur nourricière de la fleur à l'Animal, M. de Reaumur a vû aussi descendre une liqueur, & descendre à plein canal, sans qu'il y eût d'ailleurs aucun indice que ce fût une espece de vomissement, sans aucun effort extraordinaire du Papillon, qui continuoît toujours tranquillement à se nourrir d'un petit morceau de Sucre, auquel il fut obstinément attaché pendant deux heures après un long jeûne. Ce fut la nature de ce Sucre qui fit deviner à l'Observateur de quoi il s'agissoit. Cet aliment, agreable d'ailleurs au Papillon, étoit pourtant trop dur & trop sec, il l'humectoit & se l'assaisonnaît par une liqueur qu'il fournissoit lui-même, & en effet le Sucre se trouva amolli, & comme mouillé dans les endroits piqués par la Trompe. Sans doute les Papillons en font autant dans toutes les occasions pareilles, mais elles passent toujours si rapidement qu'on n'y peut rien voir, & M. de Reaumur ne dut cette découverte qu'à un pur hazard, hazard cependant de la nature de ceux qui ne sont que pour les Observateurs très-assidus, & aussi intelligents qu'assidus.

Si on conçoit la Trompe divisée en deux moitiés égales par un plan où soit compris l'axe qui fait sa longueur, ces deux moitiés n'appartiennent point, comme on l'auroit cru naturellement, à une même membrane continuë, ce sont deux demi-canaux appliqués simplement l'un contre l'autre pour en faire un total, qui se séparent aisément, hormis vers la tête, & si aisément qu'ils sont quelquefois séparés d'eux-mêmes ou par quelque leger accident, & qu'il faut que le Papillon travaille à les remettre ensemble. S'il n'y réussit pas, sa mort est assurée, faute de nourriture. Mais comment

remet-il ensemble ces deux moitiés ? de la même manière dont on y remet des barbes de Plume dont on a rompu la continuité en defengrainant les uns d'avec les autres les petits fils qui les composent ; il ne faut que passer un peu la main sur ces barbes, en rapprocher les parties séparées, & dans un instant heureux, qui par conséquent n'arrive pas toujours, tout l'engrainage se rétablit. Les deux moitiés de la Trompe s'unissent ainsi par des poils dans leur partie supérieure. Il ne faut point craindre que la Trompe ne soit mal fermée, & ne laisse échapper ou l'air ou les liqueurs, les barbes des Plumes, impénétrables à l'air & à l'eau, répondroient bien nettement à cette difficulté.

M. de Reaumur ne s'est pas moins appliqué à imaginer un ordre pour les Papillons que pour les Chenilles. Comme un Papillon a été Chenille, & continué sous la forme de Papillon d'être le même Animal qu'il étoit, il seroit à souhaiter que dans cet ordre qu'on imagineroit, on lui pût assigner une certaine place pour toute sa vie. Mais c'est ce qui ne se peut, on n'a point encore assez d'observations, & peut-être n'en aura-t-on jamais assez pour sçavoir quel Papillon viendra d'une telle Chenille, ou de quelle Chenille est venu un tel Papillon. Au contraire on voit quelquefois que de deux Chenilles qu'on ne peut s'empêcher de rapporter au même Genre, viennent deux Papillons qu'on ne peut rapporter au même. Et pour le dire à cette occasion, la beauté des Chenilles, car elles en peuvent avoir une, & bien marquée, ne tire nullement à conséquence pour celle des Papillons, & réciproquement. Il faut donc renoncer, du moins quant-à-présent, à l'ordre *continu*, qui comprendroit tout de suite les Chenilles & leurs Papillons, & se contenter de l'ordre *interrompu*, qui les regardera comme différents Animaux.

Les Papillons diurnes & les nocturnes font d'abord deux Classes, qui se présentent d'elles-mêmes. Pour les subdivisions suivantes, qui demandent aussi des caractères sensibles, M. de Reaumur les règle par la figure des Antennes, par

38 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

celle des Trompes, par celle des Ailes, & encore plus par le port des Ailes, car il est très-différent en différents Papillons, quelques-uns les portent paralleles au plan sur lequel ils sont posés, d'autres les portent perpendiculaires, les uns en Toit aigu, d'autres en Toit écrasé, &c. Enfin toutes les marques, toutes les distinctions extérieures, où l'on peut se prendre, étant saisies, M. de Reaumur parvient à établir sept Classes de Papillons diurnes, & sept de nocturnes, & dans la 5^{me} Classe de ceux-ci jusqu'à 10 Genres.

Ce n'est que dans l'état de Papillon que ces Insectes songent à la multiplication de leur espece, mais ce 1^{er} Tome de M. de Reaumur ne va pas jusques-là. Il faut en attendre la suite, à qui l'on ne peut guere souhaiter rien de mieux que d'en être digne.

V. les M.
P. 553.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires L'Ecrit de M. de Reaumur sur des Observations du Thermometre faites par M. de Cossigni dans l'Isle de Bourbon.

V. les M.
P. 564.

L'Ecrit de M. du Fay sur les Observations Météorologiques de M. Musschembroek faites à Utrecht en 1734.

V. les M.
P. 567.

Le Journal des Observations d'Aurores Boréales en 1734 par M. de Mairan.

V. les M.
P. 590.

La Méthode de M. Godin pour observer la variation de l'Aiguille.

V. les M.
P. 594.

Les Observations Météorologiques de 1734 par M. Maraldi.

V. les M.
P. 597.

Et une Addition de M. de la Condamine à son Mémoire sur la Déclinaison de l'Aiguille.



ANATOMIE.

SUR LA FISTULE LACRIMALE.

IL y a dans l'Œil une Glande placée entre la partie supérieure du globe de l'Œil & la voute de l'Orbite. Dès que l'Œil se meut, il frotte contre cette Glande, & en exprime une liqueur qui sert à enduire sa surface, à la rendre plus lisse, plus polie & plus mobile, de sorte que ce mouvement-là même produit ce qui doit le faciliter. La liqueur sortie de la Glande se répand en petits ruisseaux très-fins sous la surface interne de la Paupière supérieure, & sur la surface de l'Œil, d'où elle tomberoit naturellement au plus bas de l'Œil, & en sortiroit bien-tôt pour aller mouiller la Jouë, si deux especes de Goutières que les bords des Paupières forment avec le globe de l'Œil, sur lequel ils appuyent, ne ramassoient la liqueur, & ne la conduisoient vers le grand angle de l'Œil, où elle aura sa décharge. Ce sont deux petites ouvertures, que l'on appelle *Points lacrimaux*, ouvertures de deux canaux fort courts, qui s'étant réunis, portent la liqueur dans un Réservoir commun, nommé *Sac lacrimal*, assez spacieux d'abord par rapport à ces parties-là, mais qui va toujours diminuant, & se termine par un petit canal étroit & court, appelé *Canal nasal*, parce qu'il s'ouvre dans le Nés, & y jette la liqueur. Quand elle est en si grande abondance qu'elle ne peut pas s'écouler toute par le Nés, & que l'Œil trop plein en laisse tomber une partie sur la Jouë, ce sont les Larmes plus proprement dites que quand elles ne s'extravaient pas.

M. Petit le Chirurgien, d'après qui nous parlons, croit que les Paupières qui se meuvent souvent, & bien plus souvent qu'on ne pense, poussent toujours par ces mouvements

V. les M.
P. 135.

fréquents & très-brusques la liqueur des Larmes vers le grand angle de l'Œil, d'où elle se rendra dans le Nés. Il n'est pas même nécessaire que dès qu'elle est arrivée au grand angle, elle enfile la route des Points lacrimaux, elle peut sans inconvénient s'amasser en une certaine quantité avant que de couler, & M. Petit détermine le lieu où elle s'amassera.

Mais il regarde comme cause principale du passage de la liqueur dans le Nés un jeu de Siphon qu'il trouve qui résulte de la position que les Points lacrimaux ont entre eux & avec le Sac lacrimonal. La liqueur pompée par un canal plus court tombe dans un plus long pour être versée où il faut. Cette action de Siphon s'unit à celle des Paupières, & y supplée quand il en est besoin, comme pendant le sommeil, où les Paupières n'agissent pas, & où il suffit d'une seule cause pour pousser les Larmes, puisqu'alors l'Œil en exprime moins de la Glande lacrimonale.

Toute cette structure si délicate, & qui le paroîtroit encore beaucoup plus, si nous en faisons une description plus exacte, ne doit pas être fort difficile à déranger. Si par quelque cause que ce soit, il survient une obstruction au Canal nasal, qui, par son extrême finesse, en est assez susceptible, les Larmes, qui ne pourront plus se dégorger dans le Nés, séjourneront dans le Sac lacrimonal, & s'y amasseront en trop grande quantité. Si elles sont douces, & une espèce d'eau pure, elles créveront le Sac par la seule force que leur quantité leur donne; si elles sont âcres & salées, elles rongeront, corroderont quelque endroit du Sac, par où elles s'échapperont, & cela pourra même arriver avant qu'il s'en soit fait un grand amas. Alors par la mauvaise nature des Larmes, il se fait une fermentation qui produit du pus, dont la corrosion est encore plus forte, & ce pus se creuse une espèce de trou caveux, qui est une vraie *fistule*, que l'on appelle *lacrimonale*. Dans le premier cas où les Larmes étoient douces, il est bien vrai qu'il y a aussi une ouverture par où elles s'échappent, mais cette ouverture n'est pas *fistuleuse*, ou *fistule*. Seulement elle le peut devenir assez aisément,

aisément, car les Larmes peuvent s'aigrir par leur séjour dans le Sac lacrimonal. Il faudra avoir soin de le vider souvent, en le comprimant.

M. Petit compte une 3^{me} espece de maladie qui seroit Fistule sans être lacrimonale. C'est lorsqu'il se forme au coin de l'Œil un petit Abscès si proche des Points lacrimaux, qu'il les bouche par son inflammation. Alors les Larmes, qui ne peuvent entrer dans les premiers canaux où elles devoient être reçues, se répandent nécessairement au dehors, comme elles feroient dans une Fistule lacrimonale, & c'est ce qui a pû faire croire que cette maladie en étoit une, mais réellement les Larmes ne sortent point par une ouverture fistuleuse. Il y a cependant une Fistule, qui est l'Abscès, mais les Larmes n'en sortent point, & dès que cet Abscès est percé, les Larmes reprennent leur cours naturel, & tout le mal est guéri.

Toute cette Théorie de la Fistule lacrimonale n'est faite que pour amener un point de Pratique important, une opération particulière que M. Petit employe dans cette maladie depuis plusieurs années, car il ne l'a pas trouvée d'abord, & elle est le fruit de son expérience & de ses réflexions. Il assure qu'elle lui a toujours réussi, & en effet sa grande simplicité & les raisons physiques sur quoi elle est fondée, s'accordent fort avec cet éloge.

DIVERSES OBSERVATIONS

ANATOMIQUES.

I.

UN jeune homme, âgé de 24 ans, d'une bonne famille de Schafhouse, ayant été sur Mer dans des temps extrêmement chauds, & ayant fait beaucoup d'excès de Vins très-violents, devint fol pendant la Canicule de 1733, &

Hist. 1734.

. F

quelquefois furieux, mais sans fièvre. Il étoit alors à Venise, & il fut mis entre les mains de M. Michelotti, célèbre Médecin de cette Ville, qui a passé les bornes de sa profession par des ouvrages d'une profonde Géométrie. Il seroit inutile de suivre jour par jour l'histoire de la Cure, que M. Michelotti, Correspondant de l'Académie, lui a envoyée. Il suffira de dire qu'elle ne consista qu'en de fréquentes & abondantes Saignées & au Pied & au Bras & aux Temples par les Sangsues, & sur-tout en un usage extraordinaire & presque excessif d'eau froide & de Glace. Le peu de nourriture, & de nourriture très-légere qu'on lui donnoit, des Jus de Graine de Melon, par exemple, ou d'Amandes douces, déjà très-rafraîchissantes par leur propre substance, avoient encore été refroidis extérieurement autant qu'on l'avoit pu. Quand le Malade étoit plongé dans un Bain d'eau très-froide, ce qui lui arrivoit souvent, on lui versoit encore brusquement & impétueusement de l'Eau à la glace sur la Tête, qu'on avoit rasée exprès. Comme la folie consiste physiquement en ce que les Esprits animaux trop abondants & trop agités ne suivent plus dans le Cerveau les routes qui leur sont marquées, qu'ils ne se meuvent plus qu'irrégulièrement, en confusion, & comme des Torrents qui n'ont point de lit, l'intention de M. Michelotti étoit de diminuer d'abord le volume, & par-là la force de ces Torrents, & ensuite de les obliger à rentrer dans leurs canaux naturels, en resserrant par un grand froid toutes les parties où ils pouvoient s'être débordés. Cette intention lui réussit, & dès le premier jour de Septembre le Malade bien guéri partit pour retourner en son País, dont le Climat lui devoit mieux convenir que le Climat chaud de Venise.

Il n'est guère possible que le froid ait eu un si grand effet par une autre raison que celle qui vient d'être rapportée, & M. Michelotti a droit d'en conclure que l'Hellébore, si vanté par les Anciens pour la guérison de la Folie, auroit été mal placé, du moins dans celle-ci. Il cause des irritations très-

violentes dans l'Estomac & dans les Intestins, & il n'auroit fait qu'augmenter le desordre & les tempêtes qu'il s'agissoit de calmer. L'Opium paroît y avoir assés contribué.

II.

Le Cerveau est enfermé dans une espece de Boîte dure & solide, composée de plusieurs Pièces, engrainées seulement ensemble par leurs contours, afin qu'elles puissent se laisser soulever doucement par le Cerveau à mesure qu'il s'augmentera, & qu'elles se prêtent sans résistance à cette augmentation, tant qu'elle durera. Quand le temps en est passé, ces Pièces, qui sont les Os du Crâne, se soudent ensemble, & n'ont plus ce peu de mobilité qui leur étoit nécessaire auparavant. M. Hunauld a fait voir à l'Académie le Crâne d'un Enfant de 7 ou 8 ans, où il ne paroissoit aucun vestige de la Suture Sagittale & de la Coronale ni en dehors, ni en dedans, & par conséquent l'Os Coronale, & les Pariétaux s'étoient réunis avant le temps, & outre que leur réunion prématurée eût pû les empêcher de s'étendre suffisamment, elle résistoit à l'accroissement que le Cerveau devoit encore prendre. C'est-là une suite de la Mécanique du développement des Os du Crâne, que M. Hunauld avoit expliqué en 1730*. Dans la surface concave du Coronale & des Pariétaux de cet Enfant, il s'étoit creusé des traces plus profondes qu'à l'ordinaire des circonvolutions du Cerveau qu'elles suivoient.

* V. les M.
p. 545. &
suiv.

M. Hunauld a vû dans plusieurs autres Sujets plus jeunes cette soudure prématurée de ces mêmes Os du Crâne déjà commencée de manière à ne pas laisser douter qu'elle ne se fût achevée, & bien des Crânes qu'il a entre les mains lui persuadent qu'elle n'est pas rare. On connoît trop l'importance du Cerveau pour ne pas voir qu'il ne peut sans un extrême danger, ou sans de grands inconvénients, être gêné dans son accroissement, ou dans ses opérations. Dans de pareils cas l'Art de la Médecine n'aura pas tort de ne pas deviner les causes, & quand il les devineroit, quel remède?

* V. l'Hist.
de 1711.
p. 27. &
1713. p. 21.

Nous avons parlé ailleurs d'ossifications très-différentes*, ce sont des formations d'Os étrangers dans le Cerveau. M. Hunauld y a adjouté l'histoire d'un Homme de 35 ou 40 ans, attaqué d'Épilepsie depuis quelques années. Rien ne le soulageoit que de grandes Saignées, comme de 40 Onces. Quand il fut mort, on lui trouva dans une des parois latérales du Sinus longitudinal supérieur de petits Os hérissés de pointes qui s'engageoient dans le Cerveau, & devoient le picoter. Par les grandes & fréquentes Saignées, le Cerveau qui contenoit moins de Sang, diminueoit un peu de volume, & se déroboit à l'action des petites pointes.

III.

M. Hunauld a fait voir aussi le Crâne d'un Enfant de 3 ou 4 ans, dont les Os avoient presque par-tout 7 ou 8 lignes d'épaisseur. Ils étoient assés mols, & en les pressant on en faisoit sortir du Sang & de la Limphe en abondance. Les Vaisseaux Sanguins étoient fort apparens.

IV.

L'Académie a vû aussi la démonstration que M. Hunauld lui a faite d'un Rameau de Nerve assés considérable, qui, partant du Plexus gangliforme semilunaire de M. Vieussens tout auprès du grand Plexus Mésentérique, remonte du bas-Ventre à la Poitrine, & va se perdre à l'Oreillette droite & à la Base du Cœur où il se distribuë. Il avoit déjà observé l'année précédente la même chose dans un autre Sujet, & elle en devenoit plus sûre. Comme ce sont les Nerve qui portent le sentiment dans les parties, & qui sont que quelquefois des parties fort différentes & assés éloignées sont en commerce de sensations, on entendra par ce nouveau Nerve celui qui se rencontre souvent entre les Viscères du bas-Ventre, & le Cœur.

V.

Dès 1732, M. Hunauld avoit fait voir à l'Académie, dans le Poumon de l'Homme, les Vaisseaux Limphatiques,

que vrai-semblablement on n'avoit encore vûs que dans les Animaux, où il est quelquefois assés facile de les découvrir. Il les a suivis en 1733 & cette année, & il les a conduits en présence de la Compagnie depuis le Poumon jusqu'au Canal Thorachique.

Cette année, M. Mai, Démonstrateur d'Anatomie dans l'Université de Strasbourg, a fait voir à l'Académie diverses préparations Anatomiques, dont deux ont principalement attiré son attention.

La 1^{re} contient l'Organe de l'Ouie qu'il a décomposé en 16 piéces, où l'on voit beaucoup d'art dans les coupes, & une grande industrie dans les moyens qu'il a employés pour faire voir l'assemblage & le jeu de certaines parties.

La 2^{de} est un Crâne dans lequel six coupes très-fines & bien ménagées démontrent différentes vûes & différents rapports de parties, de sorte que dans le même Crâne il donne la commodité d'observer des particularités qui ordinairement ne se démontrent que dans plusieurs portions de différents Crânes.

Ces deux Piéces, jointes à des Injections que M. Mai a fait voir, ont montré sa sagacité pour les préparations Anatomiques.

Cette année, M. le Cat, Chirurgien de l'Hôtel-Dieu de Rouen, a envoyé à l'Académie l'histoire des opérations de la Taille latérale qu'il a faites tant à Rouen qu'à Dieppe. Elles ont toutes réussi, au nombre de 10, sans aucun mauvais succès, qui en ait interrompu la suite. M. le Cat avoit réformé le *Lithotome* Anglois, & y en avoit substitué un de sa façon. Il a vû de très-bons effets du Bain d'eau chaude, quand ses Taillés étoient menacés d'inflammation, il en a sauvé trois de tout accident par ce moyen.

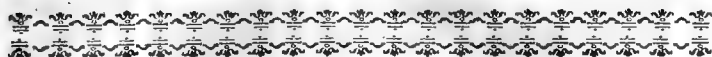
46 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

Depuis les opérations de la Taille latérale par la méthode de M. Cheselden, dont M. Morand a donné l'histoire en * V. les M. 1731*, il en a fait 4 dont 3 ont réussi. Elle a été pratiquée p. 144. & à Paris & dans le reste du Royaume, & même à Cadix, & au Caire, par des Chirurgiens qui avoient vû opérer M. Morand, & il a trouvé, en faisant le calcul de tout ce qu'il a rassemblé depuis 1731, que de 25 opérations, 22 ont eu un bon succès. Il n'y compte pas celles de M. Cheselden en Angleterre, qui continuënt toujours avec un grand éclat.

V. les M.
p. 453.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires
Les Remarques de M. Winslow, sur les Monstres.





CHIMIE.

SUR L'ANALISE DES PLANTES.

L'ACADÉMIE dans ses commencements s'est assés long-
 temps occupée d'Analises de Plantes, M. Bourdelin, V. les M. p. 101.
 comme nous l'avons dit en 1699*, faisoit ces Analises en * p. 122.
 distillant les Plantes en leur entier, & en examinant les
 différents produits que le feu donnoit. On ne manqua pas
 de s'appercevoir que ces produits du feu étoient trop altérés
 par son action, nous l'avons déjà dit en 1701*, & l'on ne * p. 68.
 compta plus guère sur un très-grand nombre d'Analises qui & suiv.
 avoient coûté bien du temps.

Certainement il y en a d'autres, plus adroites, pour ainfi
 dire, qui tireront des Plantes leurs principes moins changés
 & plus purs. M. Boulduc en a essayé une qui lui a réussi
 sur la Bourache, Plante fort employée dans la Médecine,
 & par-là plus intéressante. Il n'a travaillé que sur des Sucs
 ou Décoctions, & le feu n'a servi qu'à tirer ces Sucs, ou
 à causer quelques évaporations.

M. Boulduc a trouvé aisément & très-sensiblement dans
 la Bourache, l'Acide Nitreux, & celui du Sel Marin, ou
 plutôt le Salpêtre & le Sel Marin bien formés & bien distincts,
 & de plus un Tartre vitriolé. Comme le Tartre vitriolé est
 un Acide du Vitriol engagé dans un Sel Alkali fixe, les
 trois Acides Minéraux, celui du Salpêtre, du Sel Marin,
 & du Vitriol, sont donc en même temps contenus dans une
 même Plante, ce qui peut paroître remarquable. Ce n'est
 pas cependant que le Tartre vitriolé existe naturellement
 tout formé dans la Bourache, il s'y forme de l'Acide vitrio-
 lique dégagé par les opérations que l'on a faites, & du Sel
 Alkali que la Plante fournit.

M. Boulduc ne doute pas que beaucoup d'autres Plantes traitées comme la Bourache, ne donnent les mêmes principes. Mais y aura-t-il une différence sensible entre les principes des Plantes les plus différentes par les effets, des Plantes salutaires & des venimeuses? jusqu'à présent on n'en a pas trouvé, peut-être est-ce la faute des Analises. M. Boulduc ne désespere pas de pouvoir un jour décider la question. Si elle se décidait pour l'affirmative, on y perdrait un paradoxe agréable, & qu'on peut aimer à faire valoir.

SUR LE SEL DE SOUFRE.

* p. 52.
& suiv.

NOUS avons dit en 1730*, que M. le Fèvre, Médecin d'Uzès, & Correspondant de l'Académie, avoit en quelque façon changé le Soufre en Sel, ou tout au moins tiré un Sel du Soufre. De quelque façon que ce fût, la chose étoit assez nouvelle & assez singulière, pour mériter d'être approfondie, & l'Académie ayant voulu sçavoir de M. le Fèvre tout le détail de ses procédés, elle les a fait répéter & examiner par M.^{rs} du Hamel & Grosse. Ils accordent à M. le Fèvre que son Sel en avoit effectivement assez la forme. C'est une concrétion cristalline que M. Stahl a vûë, mais qu'il n'a traitée que de semblable à un Sel. Elle n'en est pas réellement un, puisqu'elle ne se dissout presque pas à l'eau soit froide, soit chaude, sans compter un grand nombre d'autres épreuves que nous supprimons, auxquelles elle ne répond point comme un véritable Sel. M.^{rs} du Hamel & Grosse ne croient pas même que ce soit un Sel Alkali, mais seulement un vrai Soufre allié d'un peu de terre, ou une espèce d'*Hepar Sulfuris*, de Foye de Soufre, fait avec la terre de la Chaux. Cependant il faut avouer que l'Acide du Soufre a un peu agi sur la terre à laquelle il s'est uni, & y a fait une petite & légère dissolution, d'où il a résulté quelque chose de salin, mais en trop petite quantité pour permettre l'examen, quoique l'on ait employé dans cette

opération

opération plus de Soufre que M. le Fèvre n'en demandoit.

A l'endroit ci-dessus cité de 1730, nous avons dit que M. le Fèvre croyoit que les Eaux Minérales & Sulphureuses des environs d'Uzès s'étoient chargées d'un Sel semblable au sien. M.^{rs} du Hamel & Grossé trouvent cette conjecture probable. D'un côté ils la fortifient par quelques raisonnements ou exemples, & de l'autre ils la refraignent par quelques observations délicates. En même temps ils ont rendu compte à l'Académie de leurs expériences sur des matières tirées de ces Eaux minérales, & envoyées par M. le Fèvre.

SUR LE SUBLIME CORROSIF.

TOUT le monde sçait que le Sublimé corrosif est un V. les M.
p. 259. Mercure tout pénétré des pointes d'un Acide. Le Mercure très-volatil par lui-même s'élève facilement à la moindre chaleur, & comme il est alors hérissé, armé d'une infinité de pointes pénétrantes & incisives, il est propre à des actions vives, & en quelque sorte pénibles que d'autres Agents n'exécuteroient pas, à détruire des chairs baveuses, à emporter de vieux ulcères, à faire tomber des Escarres, &c. Ce même Sublimé corrosif, adouci, refrené, & devenu ce qu'on appelle *Mercure doux* , ou *Panacée Mercurielle* , est un excellent remede interne, nécessaire dans une Maladie qu'on se plaît à rendre fort commune.

Il seroit donc de l'intérêt public qu'on ne le sophistiquât pas, & d'autant plus que si on le sophistique, ce sera par l'Arsenic, du moins est-ce l'opinion établie, & en ce cas ce remede seroit un poison. En 1699*, on a vû que * p. 54. M. Barchusen avoit condamné une épreuve du Sublimé corrosif qui consistoit à y jeter de l'Huile de Tartre par défaillance, dans la pensée où l'on étoit que si le Sublimé étoit bon il rougiroit, & que s'il étoit altéré il noirciroit; que M. Barchusen avoit soutenu que l'épreuve étoit inutile & fausse, parce qu'en y mettant quelque Sublimé que ce

Hist. 1734.

. G

fût, il jaunissoit d'abord, puis rougissoit, & enfin exposé quelque temps à l'air, noircissoit; que feu M. Boulduc ayant répété les opérations de M. Barchusen, avoit trouvé qu'à la vérité l'Huile de Tartre faisoit le même effet sur quelque Sublimé que ce fût, mais qu'il étoit faux que le Sublimé, quel qu'il fût, noircît à la fin. Il ne s'agissoit que de cette dernière circonstance entre M.^{rs} Barchusen & Boulduc, du reste ils convenoient sur l'inutilité de l'épreuve, ce qui étoit l'essentiel.

M. Boulduc ne s'étoit pas tout-à-fait fié à M. Barchusen sur les faits, M. Lémery ne s'est pas fié non plus à M. Boulduc, & s'est engagé dans un long travail, dont tout le but a été de connoître bien sûrement les changements de couleur qui arrivent au Sublimé corrosif par l'Huile de Tartre. Dès que les opérations sont délicates, les plus habiles gens, en supposant toujours toute la bonne foi qui convient à leur caractère, se défient légitimement les uns des autres, & veulent voir par leurs propres yeux; on ne se sert que trop de ceux d'autrui. Quand M. Lémery commença à examiner cette matière, il s'aperçût bien vite que le fait avancé par M. Boulduc contre M. Barchusen étoit fort douteux, cependant l'Académie l'avoit vû, à ce que rapportoit son Histoire, ainsi il étoit important pour elle que ce fait fût approfondi, ne fût-ce que pour le retracter, s'il le falloit, & ne pas donner lieu au Public de tomber dans une erreur.

Comme M. Lémery s'attendoit bien que les expériences variroient beaucoup selon les différentes circonstances, que peut-être se contrediroient-elles, de sorte que ceux qui auroient affirmé & nié auroient raison en même temps, il a voulu embrasser son sujet dans une certaine généralité à laquelle il fût difficile que rien échappât. D'un côté le Sublimé corrosif se peut faire de différentes façons, de l'autre on peut, pour l'épreuve, y verser d'autres Alkalis que l'Huile de Tartre, toutes ces différences vont être considérées.

On peut faire le Sublimé avec le Mercure, ou crud & coulant, ou déjà pénétré des Acides Nitreux, ou vitrioliques.

Le Sel Marin y est toujours absolument nécessaire. Dans certains procédés on ne peut se passer du Vitriol, dans d'autres il facilite l'opération, mais il est absolument inutile quand le Mercure est déjà pénétré d'Acides Vitrioliques.

On peut verser sur le Sublimé, non-seulement l'Huile de Tartre, mais de la Solution, ou de Sel de Soude, ou de Cendres gravelées, ou de Potasse, ou de tel autre Alkali de cette nature qu'on voudra. M. Lémery a porté le scrupule si loin sur cet article, qu'il distingue entre les premières Solutions de ces Alkalis, & les secondes, qui se font en faisant évaporer les premières, & redissolvant leurs Sels. Le scrupule est d'autant plus grand que la différence des premières & des secondes Solutions est ordinairement assés légère. Nous passons sous silence beaucoup d'autres attentions ; comme celle de remarquer si le Tartre étoit anciennement ou nouvellement fait. On sçait assés que des changements de couleur tiennent ordinairement à des causes assés imperceptibles.

Il semble que M. Lémery se soit plu à épuiser toutes les combinaisons qui se pouvoient faire des différents Sublimés avec les différents Alkalis, le tout jusque dans les plus petites circonstances qui pouvoient donner lieu à quelque diversité. Il résulte de ce détail presque immense, 1.° Que dans toutes les expériences le noir dont il s'agit ne manque presque jamais de paroître, mais ordinairement précédé du rouge, qui l'avoit été du jaune. 2.° Que quelquefois ce noir paroît attaché au corps du Mercure, & quelquefois ne consiste qu'en une espece de poussière qui nage dans la liqueur où est le Mercure, & qui est venue comme par hazard à rencontrer sa surface, & à s'y attacher légèrement. 3.° Que sur le Mercure uniquement pénétré des Acides Nitreux la succession des trois couleurs peut être si prompte que l'œil ait peine à la suivre, de sorte que l'on ne croira voir que le noir, & cela dès le premier instant. 4.° Que cette succession peut être aussi extrêmement lente, de sorte que le noir ne paroîtra qu'au bout de 24 heures. 5.° Qu'en ce cas-là il est plus ou moins fort. 6.° Qu'un Sublimé corrosif fait par

M. Lémery fans mélange d'Arsénic, a fait voir d'abord du noir, qui n'a été précédé ni de rouge, ni de jaune.

Par-là se découvre aisément la source des erreurs où l'on peut être tombé. On aura fait des expériences où l'on n'aura pas vû le noir, parce qu'on ne l'aura pas attendu assés longtemps, & on aura conclu généralement qu'il n'en paroïssoit point. Dans d'autres expériences on aura vû ce noir paroître tout d'abord, & si on a été prévenu de la conclusion tirée des expériences précédentes, on aura jugé qu'on étoit dans un cas extraordinaire, & que le Sublimé étoit sophistiqué par de l'Arsénic. Il est donc présentement bien sûr que le noir ne porte sur ce point aucun indice.

On pourroit avoir la curiosité de sçavoir d'où il vient. M. Lémery croit que c'est en partie cette matière terreuse que feu M. Homberg tiroit, mais en petite quantité, du Mercure le plus net *, elle noircissoit l'eau où on l'avoit jetée. Comme elle est assés singulière, & qu'il est assés surprenant qu'elle fût contenuë dans le Mercure, M. Homberg n'épargnoit point son temps ni ses peines pour la forcer à se montrer, mais M. Lémery en est venu à bout par un procédé infiniment moins long & moins pénible. Peut-être quelque autre matière provenuë des Alkalis aide-t-elle à la production du noir dans le Sublimé corrosif.

* V. l'Hist.
de 1700.
p. 56.

SUR L'EMETICITE' DE L'ANTIMOINE,

DU TARTRE EMETIQUE

ET DU KERME'S MINERAL.

V. les M.
p. 417.

L'ANTIMOINE est un remede dont la bonté seroit presque suffisamment prouvée par les puissants obstacles qu'elle lui a fait surmonter. Il est moderne, & il ne reste plus qu'à lui donner la précision moderne, dont jusqu'à présent il a besoin, car on ignore assés quel est le degré de force des différentes préparations qu'on en fait; & comme

c'est un remede violent, il est dangereux qu'il agisse trop, dangereux même qu'il n'agisse pas assés, & qu'il n'ait fait qu'une impression vive, & cependant inutile par rapport à ce qu'on s'étoit proposé. On envoie dans les Campagnes, par ordre du Roi, des Remedes Antimoniaux bien faits, mais souvent différemment faits, & dont ceux qui les employeront ne peuvent connoître les différentes vertus. C'est-là ce que M. Geoffroy a entrepris de régler autant qu'il étoit possible.

Selon lui l'Antimoine est composé d'une Terre métallique vitrifiable, d'un Acide vitriolique semblable à l'Esprit de Soufre, & d'une matière bitumineuse ou huileuse qui avec cet Acide peut former un Soufre commun brûlant.

Le Soufre commun n'est certainement pas émétique, l'Acide vitriolique, quoiqu'uni à des liqueurs huileuses, ne l'est pas non plus, l'Antimoine réduit par la plus violente calcination à une simple Terre, cesse d'être émétique; en quoi consiste donc son éméticité, quand il est en son entier? Il faut que ce soit dans l'union de quelques principes, & puisque celle de l'Acide avec une matière sulphureuse ne feroit rien, c'est donc celle du Soufre avec la Terre vitrifiable. Ce Soufre étendu, rarefié par la chaleur, prêt en quelque sorte à prendre feu, enlèvera les petites parties de la Terre, qui par leur roideur picotteront, ébranleront les Nerfs, & exciteront le vomissement.

Il faut pour cela que la quantité du Soufre soit en une certaine proportion avec celle de la Terre. Trop de Soufre envelopperoit toutes les particules de la Terre, & leur feroit un enduit mollaissé, qui les empêcheroit d'agir assés vivement. De-là vient que le Régule d'Antimoine, qui n'est autre chose que ce Minéral dépouillé d'une partie de ses Soufres, est plus émétique que l'Antimoine crud, & que le Verre, plus parfait à cet égard que le Régule, est encore plus émétique. Si enfin ce n'étoit plus qu'une pure Terre sans Soufres, il n'y auroit plus d'éméticité, puisque les parties de cette Terre, quelque dégagées qu'elles fussent, n'auroient plus

54 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
de véhicules pour les enlever, & les mettre en action.

Il est prouvé par des expériences de M. Geoffroy, que dans le Tartre émétique qui se fait avec la Crème ou les Cristaux du Tartre unis à l'Antimoine, il y a un Acide végétal qui se charge de la partie *réguline* de l'Antimoine, la corrode, & la rend par-là plus propre à picoter le genre Nerveux.

Mais comme enfin c'est dans l'Antimoine que réside la vertu émétique, plus il y aura dans un Tartre émétique de ce qui rend l'Antimoine émétique, c'est-à-dire, plus la quantité de la partie réguline sera forte par rapport à l'autre, seulement pourtant jusqu'à un certain point, plus ce Tartre sera émétique. Ainsi M. Geoffroy ayant trouvé le moyen de mesurer la quantité de partie réguline d'Antimoine qui sera dans un Tartre émétique quelconque, il sçaura combien ce Tartre est émétique, & quel est le rapport de sa force à celle de tout autre. Nous n'entreprenons point le détail des expériences & des faits, qui doit être réservé à M. Geoffroy.

* p. 50.
& suiv.

Il traite aussi du Kermès Minéral, autre préparation d'Antimoine dont nous avons parlé en 1720 * sous le nom de *Poudre des Chartreux*. Le Kermès ne doit pas être aussi vomitif que l'Antimoine, ou le Tartre émétique, on veut même le plus souvent qu'il ne le soit pas, qu'il ne soit qu'un fondant, un purgatif doux, ou qu'il n'agisse que par transpiration. L'opération qui le produit consiste à tirer, du moins on le croit communément, un Soufre de l'Antimoine par le moyen de l'Alkali du Nitre fixé par les Charbons. Mais M. Geoffroy prétend que le Soufre brûlant de l'Antimoine a changé de nature dans le Kermès, & que la poudre qu'on a pû y prendre pour du Soufre, est la partie métallique & réguline de l'Antimoine. Et comme l'opération du Kermès Minéral demande beaucoup de soins qu'on peut n'y apporter pas toujours, M. Geoffroy en propose une équivalente à celle du Kermès, & bien plus facile, puisqu'on n'y emploie que l'Antimoine crud sans addition de matières étrangères, qui multiplient nécessairement les attentions, & causent tout

l'embaras. Tout se réduit à pulvériser très-finement l'Antimoine, de sorte que sa partie réguline soit presque infiniment atténuée ; on le reconnoît en ce qu'en applatissant cette poudre avec un Couteau, on n'y voit plus au grand jour aucun brillant, tel que celui des Aiguilles ou des facettes de l'Antimoine. M. Geoffroy rend témoignage des expériences qu'il a faites ou qu'il a vûes de ce Remede, & avertit en même temps de ce qu'il faut observer en le pratiquant. Il y a toujours une présomption avantageuse pour ce qui est plus simple.

SUR LE MERCURE.

QUE la Chimie pût parvenir enfin à changer quelque Métal en Or, il est fort douteux que ce fût un bien pour le Genre humain, ni même pour le Particulier qui en auroit trouvé le secret. Mais certainement c'est un grand mal que cette ancienne espérance de le trouver, dont tant d'Impositeurs ont abusé pour engager des personnes crédules & avides, à des travaux infinis, & à des dépenses ruineuses. Nous avons déjà parlé ailleurs des supercheres de la Pierre Philosophale*. Ce seroit rendre un grand service aux Hommes que de leur ôter cette espérance qui, pour le moins, a trompé jusqu'ici tous ceux qui s'y sont livrés.

V. les M.
p. 539.

* V. l'Hist.
de 1722.
p. 37. &
suiv.

Comme c'est principalement le Mercure que l'on prétend transformer, parce qu'on le croit la base de tous les Métaux, M. Boërhavé a travaillé sur le Mercure de la même manière que s'il avoit été vivement persuadé de la possibilité de sa transformation, & possédé de la plus forte passion d'en venir à bout. Il n'y a plaint ni soins, ni dépense, ni temps. Il faut en faire autant que les Alchimistes pour être pleinement en droit de les condamner.

M. Boërhavé a pris du Mercure le plus pur, qu'il a encore purifié avec tout le soin possible, car nous ne répéterons pas après lui le détail de ses opérations. Il l'a mis en digestion

sur un feu dont la chaleur élevoit le Thermometre à plus de 100 degrés, au lieu que dans les Mines où se trouvent les Veines des Métaux, la chaleur n'est guère que de 70, & pour imiter, autant qu'il se pouvoit, la Nature qui apparemment ne produit les Métaux qu'avec beaucoup de lenteur, il a tenu son Mercure sur ce feu, toujours égal, pendant plus de 15 ans. Il est vrai que les Alchimistes disent qu'il en faudroit 1000, mais comment le sçavent-ils? & si cela est, le Mercure ne sera donc jamais transformé ou fixé en Métal que par une opération qui aura duré 1000 ans sans interruption, qui aura commencé sous Charlemagne, & finira aujourd'hui. M. Boërhave ayant vû qu'au bout de plus de 15 ans son Mercure étoit toujours aussi fluide & aussi volatil, qu'il ne s'y étoit fait aucune séparation que d'un peu de poussière noire flottante sur la surface, mais qui se revivifioit aisément en Mercure, qu'il ne paroissoit pas la moindre génération d'un atome de Métal, pas le moindre commencement de fixation métallique, il en a conclu hardiment, & avec beaucoup de raison, que le Mercure est immuable, inaltérable, & ne peut jamais être que du Mercure, quoiqu'il puisse prendre des formes capables de le faire méconnoître.

Dans tout le cours de l'opération, l'Air eut toujours un accès libre au Mercure, & parce qu'on s'en peut prendre à cette circonstance de ce que le succès n'a pas été tel qu'un Alchimiste l'eût désiré, M. Boërhave a répété l'opération avec des Vaisseaux bien fermés, & le succès en a été absolument le même. A la vérité le temps ne fut que de 6 mois, mais il n'y avoit nulle apparence de rien espérer d'un plus long temps.

Il pourroit être impossible de changer le Mercure en Métal, & il ne le seroit pourtant pas que le Mercure uni à quelque principe inconnu, à quelque Soufre particulier, entrât dans la formation des Métaux, & en fût tiré par l'art de la Chimie. M. Boërhave ne laisse seulement pas cette ressource à ceux qui s'en flatteroient. Le Plomb seroit, selon eux, le Métal qui rendroit le plus aisément son Mercure, il a fait sur le

Plomb

Plomb des opérations de près de 20 mois où rien n'a été oublié, & pas une goutte de Mercure n'a paru. C'a été la même chose avec l'Étain, qui devoit aussi permettre assez facilement à l'Art de pénétrer jusqu'à ses principes.

Mais le Mercure, selon quelques-uns, n'entre pas seulement dans la composition des Métaux, il est aussi leur Dissolvant, c'est une *Eau* où les Métaux *naissent, meurent, renaissent*, & peut-être par une longue digestion du Mercure avec le Plomb, & par une distillation violente, entreroit-il intimement dans le Plomb quelque portion de Mercure. L'opération a été faite par M. Boërhave, elle a duré près de 3 ans, & le poids du Plomb n'a point augmenté, quoique celui du Mercure fût un peu diminué. Il s'en étoit fait une très-petite dissipation, & les yeux même appercevoient ce qu'il étoit devenu, mais le Plomb n'en avoit rien pris. Même succès sur l'Étain.

Et si l'on croyoit que le mouvement seul, long-temps continué, pût faire dissoudre l'Étain par le Mercure, M. Boërhave oppose encore à cette erreur l'expérience d'une Bouteille pleine de Mercure & d'Étain, attachée à un Moulin à Foulon qui travailloit nuit & jour sans relâche, & dont elle a suivi le mouvement pendant près de 2 ans. Il s'étoit tout au plus détaché de l'Étain quelques petites parties sulfureuses & grasses qui s'étoient unies au Mercure, mais ni le Mercure ne les avoit dissoutes, ni elles ne s'étoient changées en Mercure. Les vrais Chimistes ne laisseront aux Alchimistes que le refuge d'une opiniâtreté invincible, refuge toujours ouvert à qui veut en profiter, & où en effet une infinité de gens se cantonnent fièrement.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires
L'Écrit de M.^{rs} du Hamel & Grosse sur une Liqueur
très-volatile, nommée *Ether*.

V. les M.

p. 41.

Celui de M. Petit le Médecin sur l'Analyse des Plâtras.

p. 380.

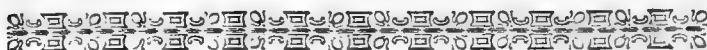




BOTANIQUE.

M. Marchant a lû la description du *Tribulus terrestris*, *Ciceris folio, fructu aculeato*. Casp. Bauh. Pin. 350.
Tribule.

Et du *Senecio minor vulgaris*. Casp. Bauh. Pin. 131.
Senecion.



GÉOMÉTRIE.

- N**ous renvoyons entièrement aux Mémoires
L'Ecrit de M. Bouguer sur les Courbes propres à
former les Voutes en Dome.
- V. les M.
p. 149.
- p. 196. Celui de M. Clairaut sur des Courbes dont la propriété
consiste dans une certaine relation entre leurs Branches exprimée
par une Equation donnée.
- p. 369. Celui de M. Fontaine sur les Courbes Tautochrones.
- p. 405. Un Probleme de M. Pitot sur le Point d'où l'on verra
sous des angles égaux quatre points donnés.
- p. 527. L'Ecrit de M. Fontaine sur la Courbe décrite par le
sommet d'un Angle dont les côtés toucheroient continuellement
une Courbe donnée, & réciproquement, &c.
- p. 531. Celui de M. Clairaut sur le même sujet.
- p. 538. Et une Réponse de M. Fontaine.





ASTRONOMIE.

SUR LA DETERMINATION DE LA FIGURE DE LA TERRE PAR LA PARALLAXE DE LA LUNE.

ON ne voit peut-être pas du premier coup d'œil comment la Parallaxe de la Lune peut tirer à conséquence pour la figure de la Terre. La Parallaxe de la Lune mesure la distance de la Lune à la Terre, c'est à cela uniquement qu'elle a été employée de tout temps par tous les Astronomes, mais cette distance de la Lune à la Terre, quel rapport a-t-elle à la figure de la Terre? par où deux choses de nature si différente peuvent-elles se trouver liées? on le va voir d'après M. Manfredi qui les a rapprochées par un tour assez subtil, mais solidement subtil, car autrement l'inflexible Géométrie ne lui feroit pas de grace. V. les M.
p. 1.

La Parallaxe, ou plus précisément le Triangle Parallactique est formé de trois droites dont deux font un angle au centre de la Lune, la première étant tirée du centre de la Terre, & la seconde d'un point quelconque de la surface de la Terre où se trouve l'Observateur; quant à la troisième droite, base de l'angle de la Parallaxe au centre de la Lune, c'est nécessairement un demi-diamètre de la Terre, puisque c'est une ligne qui joint le centre & un point de la surface.

Ce nécessairement suppose que la Terre soit sphérique, comme on l'a d'ordinaire supposé jusqu'à ces derniers temps, sans hésiter le moins du monde, mais si cela n'est pas, il arrive quelque changement dans le Triangle Parallactique, & c'est-là le fin de la Théorie de M. Manfredi.

Il est clair qu'il faut que ce Triangle soit dans un plan Vertical pour l'Observateur, & qui passè par son Œil, & par le centre de la Lune. Ce plan est donc perpendiculaire à la surface quelconque de la Terre Sphérique ou Elliptique. Dans cette incertitude on ne peut plus compter que ce plan continué au dedans de la Terre aille à son centre, ni que par conséquent la base de l'angle de la Parallaxe soit, comme elle l'étoit, un demi-diametre de la Terre. On ne sçait pas même jusqu'où il faut continuer ce plan, où il faut le borner pour y trouver la nouvelle base qu'on cherche. Dans la figure Sphérique on étoit bien sûr qu'il falloit s'arrêter au centre.

L'Analogie seule fait voir que dans la figure Elliptique il faudra s'arrêter à l'Axe autour duquel aura tourné l'Ellipse qui a produit, par sa révolution, la surface à laquelle le plan dont il s'agit est perpendiculaire. Il n'est plus question que de connoître les lignes qui, dans ce plan, seront les bases de l'angle de la Parallaxe selon les différens cas.

Qu'on imagine une Ellipse infiniment allongée, ou dont le petit axe soit infiniment petit, le grand étant fini, il est visible que les perpendiculaires tirées sur cette Ellipse qui ne sera alors qu'une ligne droite, ou son propre grand axe, tomberont toutes sur des points différens de cet axe, & toutes ensemble en occuperont toute l'étendue. Si le petit axe devient fini, quelque petit qu'il soit, l'Ellipse devient une Courbe, les perpendiculaires qu'on lui tire, & qu'on prolonge jusqu'au grand axe, n'en occupent plus toute l'étendue, & en laissent les deux extrémités vuides. Les portions de ces perpendiculaires comprises entre la Courbe & son grand axe commencent à être finies, la plus grande est au milieu du grand axe, & de-là les autres des deux côtés vont en décroissant. Celles de chaque côté appartiennent au quart d'Ellipse qui leur répond. Si le petit axe croît encore, les perpendiculaires tiennent moins d'étendue sur le grand axe, & se serrent davantage vers le milieu, leurs portions sont plus grandes, mais toujours disposées dans le même ordre, & croissantes ou décroissantes de même. Que si enfin le

petit axe devient égal au grand, auquel cas l'Ellipse est un Cercle, les perpendiculaires qui s'étoient toujours jusques-là serrées de plus en plus vers le milieu, se serrent enfin infiniment, puisqu'elles concourent à ce milieu, ou au centre, & toutes les portions inégales de perpendiculaires deviennent égales, & des rayons d'un même Cercle.

Si après cela il arrive, ce que j'appellerai la 2^{de} *hypothese* par rapport à la 1^{re} qu'on vient de voir, que l'axe jusqu'à présent plus petit ou égal à l'autre devienne plus grand, les portions de perpendiculaires qui avoient toujours avancé vers le centre, & enfin s'y réunissoient toutes, commencent à passer au de-là, & à tenir plus d'étendue sur l'axe où elles tombent, de sorte que celles qui viennent d'un certain quart de l'Ellipse tombent sur une partie de l'axe qui appartient au quart suivant. Cela ne se trouvoit jamais dans la 1^{re} hypothese, où toutes les portions de perpendiculaires d'un quart d'Ellipse tomboient en de-çà de celle du milieu la plus grande de toutes; au contraire dans la 2^{de} hypothese elles passent au de-là, & par conséquent sont plus longues que celle du milieu, & vont en croissant vers les deux extrémités de l'axe qui a été déterminé.

Il est visible que la 1^{re} hypothese est celle de la Terre Sphéroïde allongé, & la 2^{de}, celle de la Terre Sphéroïde applati; la Sphere est entre les deux. L'Axe de la Terre auquel il faut tout rapporter, n'est point indéterminé, comme il le seroit dans une figure purement géométrique, c'est ici celui de la révolution diurne d'Orient en Occident; s'il est plus grand que son conjugué, qui est le diametre de l'Equateur, la Terre est un Sphéroïde allongé; s'il est plus petit, elle est un Sphéroïde applati.

L'Observateur de la Parallaxe de la Lune étant dans un plan vertical sur un point de la surface de la Terre, la ligne comprise dans ce plan, & qui va de ce point jusqu'à l'axe de la Terre, est la base de l'angle de la Parallaxe, c'est elle qui mesure la différence du centre de la Lune vû d'un point de la surface de la Terre au même centre vû d'un point

correspondant de l'axe. Plus cette base est grande, plus la Parallaxe est grande. Il ne s'agit ici que de la Parallaxe horizontale, la plus grande de toutes. C'est bien tout ce que peut faire la plus grande Parallaxe que de suffire au dessein présent.

Si la Terre est Sphérique, sur quelque point de sa surface que l'Observateur soit posé, la base de l'angle de la Parallaxe est toujours un demi-diametre de la Terre, & par conséquent les Parallaxes sont toujours égales, bien entendu que la Lune ne s'approchera, ni ne s'éloignera de la Terre, ou qu'on tiendra compte de ce changement de distance. On ne considère que les changements qui arriveront par les différentes positions de l'Observateur sur la surface de la Terre, & parce que l'on ne concevoit la Terre que Sphérique, on n'a pas dû penser jusqu'à présent que ces différentes positions eussent aucun effet par rapport à la Parallaxe de la Lune.

Si la Terre est un Sphéroïde allongé, & que l'Observateur, placé d'abord sur un point de l'Equateur terrestre, aille toujours ensuite vers un Pole, faisant, si l'on veut, diverses Stations, il est clair par ce qui a été dit, que la base de l'angle Parallaxique qu'il observera, diminuera toujours, & que ce sera le contraire si la Terre est un Sphéroïde applati.

Donc on peut reconnoître par les Parallaxes horizontales de la Lune observées en différents lieux, si la Terre est une Sphere ou un Sphéroïde, & si ce Sphéroïde est allongé ou applati.

Plus deux observations seroient faites dans deux lieux éloignés en latitude, plus la conclusion qu'on en tireroit seroit sûre. Il seroit même à souhaiter qu'ils eussent la même longitude. M. Manfredi juge que la meilleure méthode pour observer des Parallaxes, est celle des Parallaxes *horaires* inventée par feu M. Cassini, & que nous avons expliquée en 1706 *. C'est donc celle qu'il voudroit qu'on employât pour la Lune. Reste à sçavoir si elle donneroit une assez grande précision, & des résultats assez sensibles. M. Manfredi fait le calcul des erreurs inévitables aux meilleurs Observateurs, ou du moins des doutes qu'ils ne peuvent entièrement

* p. 100.

lever, & on voit qu'il est permis d'espérer ici une exactitude suffisante; mais une méthode nouvelle & ingénieuse, demeurât-elle d'abord sans effet, a droit d'en attendre quelques-uns d'imprévus, ou au moins aura-t-elle toujours le prix que lui donnent la nouveauté & la finesse.

SUR L'INCLINAISON DES ORBITES DES PLANETES

Par rapport à l'Équateur de la Révolution du Soleil.

PLACÉS sur la Terre comme nous sommes, il faut que toutes nos Observations, toutes nos Mesures partent de ce point de vûe, de ce point fixe nécessaire, & que nous n'avons pas choisi. Nous avons voulu sçavoir si les autres Planetes, qui aussi-bien que la Terre tournent autour du Soleil, suivoient ou ne suivoient pas la même route, la même Orbite que la Terre, & pour cela nous avons dû poser la nôtre, notre Écliptique, comme un plan unique ou principal auquel se rapporteroient tous les autres, mais nous n'avons pas prétendu lui donner par-là aucun avantage, aucune prééminence réelle, & dès que l'on sçait que le Soleil tourne autour de lui-même, comme toutes les Planetes tournent autour de lui, on sent même avant que de raisonner, & par une espece d'instinct philosophique, que le grand Cercle de la révolution du Soleil, son Équateur, sera le plan dominant auquel il faudra rapporter ceux de toutes les autres révolutions. V. les M.
p. 107.

On avoit déjà la position, l'inclinaison de toutes les Orbites des Planetes à l'égard de l'Écliptique, & ce qui en est une suite nécessaire, les lieux de tous leurs Nœuds, c'est-à-dire des points où l'Écliptique est coupée par ces différentes Orbites. On a sçu par les Taches du Soleil que son Équateur étoit incliné de $7^{\circ} \frac{1}{2}$ sur le plan de l'Écliptique, & que leurs Nœuds étoient au 1^o^{me} des Gémeaux, & à l'Opposite.

Avec ces connoissances & le secours de la Géométrie, on parviendra assés facilement à transporter, pour ainsi dire, sur l'Equateur du Soleil ces mêmes plans qu'on n'avoit déterminés que par rapport à l'Ecliptique, & on pourra même reconnoître qu'on les a tirés d'un état qui ne leur étoit pas naturel pour les y remettre. En effet la rotation du Soleil sur lui-même doit, selon toutes les apparences, être le principe de tout le mouvement de Tourbillon du Systeme Solaire, & par conséquent toutes les Planetes doivent ou circuler toutes dans le plan de l'Equateur du Soleil, ou ne s'en laisser que peu écartier par quelque espece de violence. Or les Orbites des Planetes rapportées à l'Equateur du Soleil s'en éloignent presque une fois moins de part & d'autre qu'elles ne s'éloignent de l'Ecliptique si on les y rapporte. Elles sont plus serrées vers le plan d'où elles n'auroient pas dû sortir. Il est à remarquer que c'est la Terre qui s'écarte le plus de cet Equateur, elle en est à $7^{\circ} \frac{1}{2}$, & Mercure qui s'écarte le moins en est à $3^{\circ} 10'$. On entend assés que ces plans transportés à l'Equateur du Soleil ne le coupent pas dans les mêmes points où ils coupoient notre Ecliptique, que les Nœuds d'une certaine Orbite qui étoient, si l'on veut, au 1^{er} d'Ariès, lorsqu'on la rapportoit à l'Ecliptique, n'y sont plus, & en peuvent être même assés loin, lorsqu'on la rapporte à l'Equateur du Soleil.

Il s'agit maintenant de sçavoir, & c'est-là le plus fin de cette Théorie de M. Cassini d'après qui nous parlons, si ces Nœuds ont un mouvement sur cet Equateur, & quel est ce mouvement. Toute cette matière des Nœuds est assés épineuse, ils pourroient être sans mouvement réel, & en avoir un apparent, ils pourroient en avoir un réel, & n'en avoir point d'apparent, ceux des Orbites des Planetes avec l'Ecliptique & leurs mouvements sont très-difficiles à constater, & la difficulté doit être sans comparaison plus grande pour les Nœuds de ces mêmes Orbites avec l'Equateur du Soleil. Tout cela va s'expliquer.

* p. 93.
& suiv.

Nous avons dit assés au long en 1708* comment l'axe
de la

de la Terre ou de l'Équateur terrestre tournant autour de l'axe immobile de l'Écliptique, causeroit l'apparence d'un mouvement que les Étoiles fixes auroient sur les Poles de l'Écliptique, en conservant toujours & entre elles, & à l'égard de l'Écliptique, les mêmes distances. Chaque point du Firmament, sans avoir aucun mouvement réel, paroîtra donc décrire en un certain temps ou l'Écliptique, ou un Cercle parallèle à l'Écliptique. Or tout Nœud d'une Orbite de Planete avec l'Écliptique est un point du Firmament, donc sans avoir aucun mouvement réel, il en aura un apparent. On sçait que ce mouvement est d'Occident en Orient, & de 51" seulement en une année.

Si l'on concevoit que les Nœuds eussent un mouvement réel égal à l'apparent que leur donne le mouvement de l'axe de l'Équateur terrestre autour de l'axe de l'Écliptique, mais que ce mouvement réel fût en sens contraire de l'apparent, il y auroit un mouvement réel qui ne seroit nullement apparent.

Mais dans le 1^{er} cas tous les Nœuds n'auroient que le même mouvement, ce qui le rendroit bien légitimement suspect de n'être qu'une apparence, & dans le 2^d cas où tous les Nœuds seroient immobiles, on n'imagineroit guère qu'ils pussent avoir un mouvement réel, & il ne seroit nullement vraisemblable qu'ils eussent tous le même, & que de plus ils l'eussent tous directement en sens contraire du mouvement apparent des Fixes.

Que les Nœuds ayent un mouvement réel, mais inégal à l'apparent des Fixes, plus vite ou plus lent que de 51" en un an, & toujours du même sens, alors le mouvement réel se découvrira sûrement par son inégalité à l'apparent des Fixes. S'il est plus grand que de 51" il sera toujours direct, ou d'Occident en Orient; s'il est moindre, il paroîtra retrograde. Il suffit qu'il se démêle, qu'il se dégage de quelque façon que ce soit d'avec cet apparent qui pourroit l'effacer. D'ailleurs le mouvement réel des Nœuds sera différent en différentes Orbites, plus ou moins vite dans les unes que dans les autres, ce qui sera encore une grande marque de réalité.

Aussi les Astronomes en sont-ils communément persuadés, cependant on est encore dans quelque incertitude sur ce sujet, faute de pouvoir déterminer assés exactement par les observations les mouvements des Nœuds. Comme ils ne sont certainement que fort lents, il n'y a qu'une suite de Siècles qui puisse les rendre sensibles, & malheureusement on n'a pas lieu de se fier assés aux anciennes observations, elles n'avoient pas la précision nécessaire à cette recherche. Il n'y a peut-être rien dans l'Astronomie sur quoi les Astronomes soient moins d'accord, parce qu'il est assés arbitraire d'adopter ou de rejeter certains Elements qui entreront dans cette Théorie.

Tout ceci n'est que pour le mouvement des Nœuds des Orbites rapportées à notre Ecliptique, mais que sera-ce quand elles seront rapportées à l'Equateur du Soleil? les Orbites des Planetes & l'Ecliptique sont connues depuis un grand nombre de Siècles, il n'y a presque qu'un Siècle que l'on connoît un Equateur au Soleil, & avec quelle subtilité a-t-il fallu parvenir à déterminer la position de l'Ecliptique par rapport à cet Equateur? on en a vu l'histoire en 1701*, & pour peu qu'on y fasse réflexion, on sentira si les observations de ces différentes demi-Ellipses, que les Taches paroissent décrire sur le disque du Soleil, peuvent donner une grande précision. On n'a même eu aucun autre moyen qui pût servir concurremment avec celui-là, & y suppléer. Si l'on ne connoît qu'à peine, & sans une entière assurance les Nœuds de l'Equateur Solaire avec notre Ecliptique, & par conséquent avec les autres Orbites, comment découvrira-t-on assés sûrement si ces Nœuds se meuvent ou non? ce ne sera du moins qu'à la faveur d'une longue suite de Siècles.

Si ces Nœuds sont immobiles, nous leur verrons le mouvement apparent de 5 1" par an, que leur donnera, comme à tout le Firmament, le mouvement réel de l'axe de l'Equateur terrestre autour de l'axe immobile de l'Ecliptique.

Si ces Nœuds se meuvent réellement, il faudra concevoir que l'axe de l'Equateur terrestre se meut autour de l'axe de

* p. 101.
& suiv.
2^{de} E'dit.

l'Ecliptique, non plus immobile, comme il l'étoit, mais qui se meut lui-même autour de l'axe immobile de l'Equateur Solaire. Il est aisé de voir la nécessité de ce changement, pourvû qu'on parte de cette considération, que ce n'est plus ici notre Ecliptique à laquelle on rapporte les positions & les Nœuds des Orbites des Planetes, mais l'Equateur du Soleil. Ainsi il n'appartient qu'à cet Equateur d'être immobile, & c'est à notre Ecliptique, comme à toute autre Orbite dont il s'agira, à se mouvoir autour de lui, puisqu'on suppose que les Nœuds qu'elle a avec lui, se meuvent réellement, c'est-à-dire, qu'elle va le couper successivement en différents points.

Dès que l'Ecliptique, ou plutôt son axe, se meut, il se fait un grand changement dans le Ciel. Le mouvement des Fixes de 5 1" en un an, les laisse toutes sur les mêmes Cercles paralleles à l'Ecliptique, parce qu'il se fait sur l'axe immobile de l'Ecliptique. La latitude ou distance des Fixes à l'Ecliptique demeure donc toujours la même, mais non la longitude qui varie toujours, & ne reviendra au même point qu'au bout de 25000 ans. Mais si l'axe de l'Ecliptique se meut, la latitude des Fixes change, quelque peu que ce soit en plusieurs années à cause de la grande lenteur du mouvement.

Tycho-Brahé s'étoit apperçû de quelques variations de la latitude des Fixes, & Képler, pour expliquer ces variations, avoit imaginé l'hipothese d'une rotation du Soleil dont l'axe auroit une certaine position par rapport à l'axe de l'Ecliptique. Il déterminoit mal cette position & le lieu des Nœuds, faute d'avoir connu ou assez observé les Taches du Soleil ; mais manquant de cette connoissance, il ne laissoit pas d'aller bien près du but, & de deviner l'essentiel par la force de son génie. On peut remarquer à la gloire qu'il a beaucoup deviné, & merveilleusement ; les deux Loix, aujourd'hui si fameuses & si-bien établies dans l'Astronomie Physique, appartiennent à une espece d'inspiration qu'il a eüe.

On pourra donc un jour conclurre des mouvements

apparens des Fixes les mouvemens réels, s'ils existent, des Nœuds des Orbites Planétaires avec l'Equateur du Soleil. En attendant des déterminations bien constatées & irrévocables, M. Cassini en tire de deux différentes hypothèses, l'une de l'immobilité des Nœuds de l'Ecliptique, l'autre de leur mouvement égal en sens contraire au mouvement apparent des Fixes. Certainement il arrivera de grands changemens dans le Ciel, & ce seront des spectacles intéressans pour les Astronomes, leur curiosité impatiente les prévient autant qu'elle peut.

SUR L'ATMOSPHERE DE LA LUNE.

LES Philosophes inclinent assés unanimement à ne point donner d'Atmosphère à la Lune, mais ce n'est pas encore une question tout-à-fait décidée, on y a fait entrer plusieurs conjectures différentes, & M. Grandjean prétend l'amener à des termes plus précis, en ne la traitant que par Géométrie.

Si la Lune a une Atmosphère, son diamètre apparent, & pour mieux dire, la circonférence apparente de son disque en est augmentée, sur-tout quand elle est pleine, & cette augmentation sera proportionnée à la hauteur de cette Atmosphère. Si elle doit avoir un éclat différent de celui du corps de la Lune, du moins lui verra-t-on une espèce de bordure qui se fera remarquer. Or le diamètre de la Lune pleine n'est jamais que ce qu'il doit être par rapport à la distance où la Lune est de la Terre, nulle augmentation d'ailleurs, point de bordure au disque.

Si la Lune a une Atmosphère, cette Atmosphère sera certainement plus dense que l'Ether, sans quoi elle ne seroit pas Atmosphère, elle rompra donc les rayons du Soleil en les approchant de la perpendiculaire, c'est-à-dire, en leur donnant plus de direction qu'ils n'en avoient vers le centre du globe total de la Lune & de son Atmosphère, ces rayons

ainsi rompus, entreront dans l'espace qui ne devroit être occupé que par l'ombre de la Lune éclairée de l'autre côté par le Soleil, l'espace occupé par l'ombre est donc diminué, & si la Terre y doit passer, ce qui arrive dans nos Eclipses de Soleil, l'Eclipse en commencera plus tard, & finira plus-tôt, ou sera plus courte qu'elle n'eût été naturellement. Or c'est ce qu'on ne remarque point, même en le cherchant, l'Eclipse est toujours conforme au calcul Astronomique, qui n'a point supposé d'Atmosphere à la Lune, ou si elle n'y est pas exactement conforme, on s'apperçoit aisément qu'il a tenu à quelque autre chose.

Si les Eclipses de Soleil étoient accourcies par l'Atmosphere de la Lune, il y auroit telles circonstances où une Eclipse qui auroit dû être très-courte, ne seroit point.

Il en faut dire autant des Eclipses des Fixes par la Lune, son Atmosphere les accourciroit.

Rien de tout cela n'arrive, & par conséquent la Lune n'a point d'Atmosphere, ou elle en a une qui nous est insensible, soit par son peu de hauteur, soit par la foiblesse de ses réfractions.

Voilà les raisonnemens sur ce sujet qu'on peut appeller géométriques, & qui le sont encore beaucoup plus de la manière dont M. Grandjean les traite. Mais il y en a d'autres phisiques, & qui par leur nature sont plus douteux. Nous avons rapporté en 1715 * un des plus forts qu'on ait encore faits pour l'Atmosphere de la Lune, nous rapportâmes aussi * p. 49. & suiv.

une réponse assez satisfaisante, mais il faut avouer que ce n'étoit-là que laisser ce point dans l'incertitude. Elle sera encore plus grande si l'on y veut joindre ce qui a été dit en 1723 * sur la manière dont l'Ombre se jette derrière les Corps éclairés. On y verra des accidens si imprévus, quoique réglés & constants, & tout le géométrique tellement dérangé par le phisique, qu'on ne se pressera pas de prétendre rien déterminer de fixe sur l'existence ou la non-existence d'une Atmosphere de la Lune, & sur les changements qu'elle apporteroit aux phénomènes. * p. 90. & suiv.

SUR LA GRANDEUR DES SATELLITES DE JUPITER.

V. les M.
p. 362.

JUPITER, à cause de son grand éloignement, nous paroît si petit, même avec les meilleures Lunettes, & dans la plus grande proximité de la Terre, qu'il a fallu que feu M. Cassini ait inventé une Méthode assez subtile pour déterminer précisément que son diamètre apparent étoit de 51 Secondes. Que sera-ce donc de ses Satellites, qui sont beaucoup plus petits ? Quelle industrie pourra saisir les extrémités de leurs diamètres, en sorte qu'il y reste un milieu sensible ?

M. Cassini, à qui l'Astronomie doit plusieurs Méthodes très-fines & très-ingénieuses, en a trouvé une pour la grandeur de ces Satellites. Ils passent tous devant le disque lumineux de Jupiter, & disparaissent effacés par sa lumière, quand ils y sont entièrement plongés, mais ils sont quelque peu de temps à s'y plonger, & autant à s'en dégager entièrement. Leur mouvement étant alors supposé uniforme, & il le sera toujours assez pendant une si petite portion de leur révolution autour de Jupiter, il est certain que le temps qu'ils mettront à se plonger entièrement dans le disque de Jupiter, ou à en sortir entièrement, sera au temps qu'ils mettront à passer invisibles devant le disque de Jupiter, si cependant ils ont passé devant son centre, comme leur diamètre est à celui de Jupiter, que l'on connoîtra d'ailleurs.

La circonstance de passer devant le centre de Jupiter est rare. Il l'est fort aussi que Jupiter soit dans sa plus grande proximité de la Terre, c'est-à-dire, en opposition avec le Soleil, & en même temps dans son Périhélie, car quand la Terre est entre lui & le Soleil, ce qui fait son opposition, & l'approche beaucoup de la Terre, il ne lui reste plus, pour être le plus près de la Terre qu'il se puisse, que d'être aussi le plus près du Soleil. La réunion de ces circonstances,

rares chacune en particulier, étant encore beaucoup plus rare, & cependant presque absolument nécessaire pour la détermination des grandeurs des Satellites, il n'est pas étonnant que l'Astronomie hésite encore sur ce sujet.

M. Maraldi avoué qu'il y a travaillé sans succès. Souvent le Satellite qu'il suivoit n'étoit pas à moitié plongé dans le disque de Jupiter, qu'il devenoit invisible, parce que la partie qui auroit dû encore se faire voir étoit trop petite étant seule. Souvent c'étoit la même chose renversée dans une Émerfion, une partie déjà sortie n'étoit pas assez grande pour être vûë. Cependant M. Maraldi trouve dans les Registres de l'Observatoire des Observations assez exactes sur ces Immerfions & Émerfions, & principalement trois de feu M. Cassini en 1695 sur les trois 1^{ers} Satellites. Par-là les diametres du 1^{er} & du 2^d sont à celui de Jupiter comme 11 à 20, & celui du 3^{me} comme 1 à 18. Le 4^{me} Satellite manque à cette Théorie, mais M. Maraldi supplée par un autre tour au défaut d'observations pareilles, & trouve le diametre de ce Satellite comme celui des deux 1^{ers}. Le 3^{me} Satellite est donc le seul inégal, & il est le plus grand. Si nous voyions de Jupiter les trois qui nous paroissent égaux, ils cesseroient apparemment de l'être.

On ne doute plus présentement que le diametre de Jupiter ne soit dix fois plus grand que celui de la Terre, ainsi le diametre du plus grand Satellite est à celui de la Terre comme 10 à 18, ou 5 à 9. Il est en même temps beaucoup plus grand que celui de la Lune, qui n'est à celui de la Terre qu'environ comme 1 à 4.

S'il est encore nécessaire de prouver combien les observations des Satellites sont délicates, nous rapporterons une remarque de M. Maraldi. De ces observations que l'on a faites en même temps à Greenwich & à l'Observatoire, on en a tiré la différence de ces deux Lieux, & il se trouve que cette différence est toujours plus grande par les Immerfions que par les Émerfions comparées ensemble, & c'est dans un très-grand nombre de comparaisons que cela se

72 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
soutient toujours. Il y a de l'erreur de l'un des deux côtés,
& une erreur d'habiles gens, c'est tout ce que nous voulons
conclurre, quoique M. Maraldi conjecture assés finement
de quel côté elle vient.

SUR UNE NOUVELLE METHODE
POUR TROUVER
LA HAUTEUR DU POLE.

V. les M.
p. 409.

IL y a deux Méthodes principales pour déterminer la
hauteur du Pole, ou la latitude d'un Lieu.

La 1^{re} est par les hauteurs Méridiennes du Soleil, ou de
quelque Etoile fixe. Le jour du Solstice d'Eté, où l'on sçait
que le Soleil est à 23 degrés de l'Equateur, car pour plus
de facilité je ne prends que des nombres entiers, on a ob-
servé sa hauteur Méridienne de 63 degrés, de-là on conclut
que le Soleil est éloigné du Zénit du Lieu de 27 degrés,
27 & 23 sont 50 degrés dont le Zénit du Lieu est éloigné
de l'Equateur, & c'est-là sa latitude ou sa hauteur du Pole.
Il est clair que toute Fixe servira au même usage que le
Soleil, pourvû que l'on connoissè sa distance à l'Equateur,
ou sa déclinaison, comme l'on connoissoit dans cet exemple
celle du Soleil.

La 2^{de} Méthode est bornée aux Fixes *circumpolaires*, c'est-
à-dire, dont on peut voir du Lieu où l'on est une révolution
entière autour du Pole, ou qui ne se couchent point. A une
plus grande latitude on en voit toujours un plus grand
nombre. Elles ont dans une seule révolution deux hauteurs
Méridiennes, l'une supérieure par rapport au Pole, l'autre
inférieure, on les a toutes deux par observation, on prend
l'arc du Méridien compris entre elles, il est sûr que le point
du milieu de cet arc est le Pole, & que la hauteur supé-
rieure observée moins la moitié de cet arc, ou l'inférieure
plus cette même moitié est la hauteur du Pole sur l'Horison.

Le

Le défaut de la première Méthode est qu'elle demande la connoissance exacte des déclinaisons, soit du Soleil, soit des Fixes, & les meilleurs Astronomes ne sont pas d'accord entre eux sur ce point, sans compter que l'on commence à appercevoir dans les Fixes, des irrégularités, des changements de position qui, jusqu'à présent, paroissent fort bizarres. Il est clair aussi que les hauteurs Méridiennes varient par les Réfractions, dont la juste mesure ne pourra apparemment être jamais bien établie. Le seul remede seroit de prendre ces hauteurs si grandes que les Réfractions y pussent être négligées.

La 2^{de} Méthode est sujette aussi aux Réfractions, & c'est son seul défaut qui jusque-là lui est commun avec la 1^{ere}, mais elle a de particulier que comme il lui faut deux hauteurs différentes, elle tombe deux fois dans l'inconvénient des Réfractions qui même sont inégales.

Il ne faut pas croire cependant que quand les opérations sont aussi bien faites qu'elles peuvent l'être, sur-tout quand on en a fait un grand nombre pour un même sujet, il puisse rester beaucoup d'incertitude. M.^{rs} Cassini & Maraldi ont fixé la latitude de l'Observatoire à $48^{\circ} 50' 10''$, M. de la Hire à $48^{\circ} 50'$ seulement, il ne s'agit que de $10''$, de $\frac{1}{23180}$ du tout, mais M. Godin juge que comme une latitude est un élément très-important qui entre dans une infinité de calculs, il est bon de l'avoir encore, s'il se peut, dans une plus grande précision, & il en a imaginé le moyen.

Il choisit une Etoile circompolaire dont la plus grande hauteur Méridienne soit telle que la Réfraction y soit nulle ou insensible, & il prend exactement cette hauteur. L'Etoile étant en deçà du Pole par rapport à l'Observateur, & plus élevée sur l'Horison, il est certain que si de sa hauteur Méridienne connue on ôte sa distance au Pole encore inconnue, on aura la distance cherchée du Pole à l'Horison.

Chaque Quart de l'Equateur, à compter d'un Méridien quelconque, est égal à la distance de l'Equateur au Pole, & de même à cause de l'uniformité de la Sphere, chaque

Quart du Parallele décrit par une Étoile en 24 heures, est égal à la distance de cette Étoile au Pole, puisqu'elle est toujours très-exactement pendant 24 heures sur la circonférence de ce Parallele, dût-elle avoir d'ailleurs de grandes irrégularités. On la voit pendant toute une révolution, on peut donc la prendre & 6 heures avant, & 6 heures après son passage par le Méridien, elle aura décrit précisément la moitié de la circonférence de son Parallele, il n'y a plus qu'à mesurer par les Instruments la quantité de degrés de cet arc, dont la moitié sera la distance de la Fixe au Pole.

Il est vrai que quand elle a été dans ses deux plus grands éloignements du Méridien, elle a dû être assés basse pour être sujette aux Réfractions, & alors par conséquent on l'a vûe trop élevée, & la moitié de son Parallele a paru plus courte qu'elle n'étoit réellement. M. Godin n'a garde d'en disconvenir, mais il fait remarquer & prouve par un Exemple, que ses opérations le mènent à un Calcul où l'erreur qui vient des Réfractions mal connues, est la moitié moindre que celle qui naîtroit des opérations ordinaires. De plus il trouve la hauteur du Pole par une Étoile fixe, sans avoir besoin d'en connoître auparavant la déclinaison. Il semble présentement que tous les grands pas sont faits dans les Sciences, & qu'on ne peut plus avancer que par de petits pas, qui n'en seront que plus difficiles, & plus à estimer.

SUR LA PERPENDICULAIRE A LA MERIDIENNE DE PARIS.

V. les M.
p. 434.

* V. l'Hist.
de 1733.
p. 46.

CE qui fut commencé en 1733 pour la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris du côté de l'Occident*, a été continué & fini cette année du côté de l'Orient, quoiqu'au milieu d'une Guerre très-vive. M. Cassini, parti de Paris à la tête de la même Troupe que l'année précédente, a poussé cette Perpendiculaire jusqu'à l'extrémité Orientale de la France, jusqu'à Strasbourg.

Si l'on se souvient de ce qui a été dit en 1721* sur * p. 66.
 cette sorte de travail en général, & des attentions qu'il y & suiv.
 faut apporter, il ne restera plus qu'à en faire l'application à
 quelques cas particuliers qui se trouvèrent dans ce dernier
 ouvrage; par exemple, quand on fut sur les confins de la
 Lorraine & de l'Alsace, la Perpendiculaire jetta les Géomètres
 dans de grands Bois, où il n'y avoit ni Objets remarquables
 qui pussent être distingués des autres pour la formation des
 Triangles, ni Routes par où d'autres que des Chasseurs
 pussent guère passer, incommodités auxquelles on ne s'atten-
 doit point dans des païs tels que ceux-ci, & qu'on n'avoit
 point encore éprouvées, du moins à ce point-là, dans de
 pareilles entreprises. Il fallut se faire & des Objets & des
 Routes, on se partagea pour allumer en différents endroits
 & en des temps dont on étoit convenu, de grands feux qui,
 par l'éloignement, n'étoient presque plus que des points où
 se formoient des sommets d'angles. Quelquefois, quoiqu'il
 fût de partir d'une base actuellement mesurée, après quoi
 tout le reste se concluoit par le calcul Trigonométrique, on
 a mesuré actuellement d'autres bases ou côtés de Triangles
 pour suppléer au défaut de quelque angle que l'on n'avoit
 pas, car si l'on n'a pas les trois angles d'un Triangle, il faut
 avoir plus d'un côté.

On est parvenu de Paris à Strasbourg par une suite de
 29 Triangles, ce qui est remarquable, puisqu'il en a fallu
 30 pour aller seulement de Paris à Dunquerque. Nous avons
 dit en 1721 pourquoi le petit nombre de Triangles, & la
 grandeur des angles sont des avantages. Ici on a eu ces deux
 avantages à la fois, & ces grands Bois si incommodes y ont
 apparemment contribué. On a été obligé de se faire des
 Objets, & on se les est faits les plus éloignés qu'on a pû,
 & faisant entre eux les plus grands angles.

On a fini ce travail de la même manière que les autres,
 par la mesure actuelle d'une base qui, sur une longueur de
 3341 Toises 4 pieds, ne s'est trouvée que de 4 pieds plus
 courte que la base résultante des 29 Triangles.

La distance de Paris à Strasbourg est de 205120 Toises en ligne droite, ce qui fait près de 90 Lieux communes de 2282 Toises. Cette même distance prise sur la Perpendiculaire n'est que de 204990. Strasbourg est au Midi de la Perpendiculaire, & en est éloigné de 7326 Toises, ou de plus de 3 Lieux.

Si aux 204990 Toises de distance de Paris à Strasbourg prises sur la Perpendiculaire, on joint les 148460 Toises ou 65 Lieux, qui sont sur la même Perpendiculaire la distance de Paris à Granville, on aura 353450 Toises, ou près de 155 Lieux pour la longueur de cette ligne qui s'étend sur toute la France de l'Ouest à l'Est en passant par Paris.

On avoit la distance terrestre de Paris à Strasbourg, il ne restoit plus qu'à avoir la distance céleste, c'est-à-dire, la grandeur en degrés de l'arc d'un Parallele compris entre Paris & Strasbourg, ou entre leurs Méridiens. Pour cela les Satellites de Jupiter étoient nécessaires, mais le temps extrêmement pluvieux étoit très-contraire à l'observation, & d'ailleurs on n'eût pas pû la suivre long-temps, car Jupiter étoit prêt à se plonger dans les rayons du Soleil. Mais M. Hertensfein, fameux Professeur de Mathématique à Strasbourg, suppléa à ce défaut par de bonnes observations des Satellites, faites par M. Eifenschmid son Prédecesseur, & qu'il communiqua à M. Cassini:

Il parut bientôt par-là qu'à la latitude de Strasbourg, les degrés de longitude étoient plus petits qu'ils ne doivent être dans l'hipothèse de la Terre Sphérique, & que cela emporte que la Terre soit un Sphéroïde allongé. Nous avons trop traité cette matière dans l'année précédente pour en rien répéter ici. M. Eifenschmid n'étoit engagé dans aucun parti sur la Question de la figure de la Terre, & il n'y a pas d'apparence que dans ses observations des Satellites il ait songé à favoriser le Sphéroïde allongé, plutôt que l'applati, & d'ailleurs, quoique fort habile, il eût peut-être eu de la peine à trouver bien sûrement comment il devoit s'y prendre, mais enfin ces observations se sont trouvées si favorables au

Sphéroïde allongé, que M. Cassini a eu la modération de n'en pas vouloir tirer tout l'avantage qu'il eût pû à la rigueur, & de s'en retrancher une partie.

SUR L'OBLIQUITE' DE L'ECLIPTIQUE.

QUAND l'obliquité de l'Ecliptique seroit toujours décroissante, comme quelques-uns commencent à le croire, ce seroit de si peu & si lentement, que l'on n'auroit pas tort d'en douter encore assés long-temps. Nous avons déjà traité le pour & le contre de cette matière en 1716*, & depuis ce temps-là nous ne pouvons pas avoir acquis de grandes lumières sur un point de fait dont l'éclaircissement demande plusieurs Siècles. Cependant on peut avoir une impatience assés légitime de prévenir, autant qu'il sera possible, un éclaircissement si tardif, & ceux qui la sentiront le plus, auront apparemment déjà pris le parti du décroissement de l'obliquité de l'Ecliptique, car pour les autres leur hypothèse est la dominante, ils sont en possession, & ils peuvent y demeurer encore long-temps tranquillement.

M. Godin, comme pour tenir les choses prêtes au Siftème du décroissement, a voulu voir de quelles causes il pourroit proceder, quels effets il produiroit, quelles seroient toutes les marques qui le feroient reconnoître. Pour bien entendre toute cette Théorie assés neuve, & peut-être un peu abstraite, il faut remonter jusqu'à la *Précession des Equinoxes*, que nous avons expliquée en 1708*, selon le Siftème de Copernic.

L'axe de l'Equateur & celui de l'Ecliptique, partants tous deux du centre de la Terre, perpendiculaires chacun au plan de son Cercle, sont inclinés l'un à l'autre du même angle, dont l'Equateur & l'Ecliptique le sont l'un à l'autre, de $23^{\circ} \frac{1}{2}$ à peu-près. Si l'on conçoit que ces deux axes soient immobiles l'un par rapport à l'autre, nous ne verrons jamais aucun changement dans l'inclinaison de l'Equateur & de l'Ecliptique, ni dans toutes les positions des Etoiles

entant qu'elles se rapportent à l'un ou à l'autre de ces deux Cercles, toutes les déclinaisons qui se rapportent à l'Equateur, toutes les latitudes qui se rapportent à l'Ecliptique, seront invariables, les Fixes, quelque mouvement qu'elles puissent avoir d'ailleurs seront toujours à la même distance de ces deux Cercles, & ne se mouvront que parallèlement à eux. Il est évident que ce sera le mouvement en longitude qui leur sera entièrement libre.

Mais si l'on suppose que des deux Axes l'un se meuve par rapport à l'autre, que ce soit l'Axe de l'Equateur qui se meuve par rapport à celui de l'Ecliptique immobile, décrivant un cercle autour de lui sans changer l'angle de $23^{\circ} \frac{1}{2}$ qu'il fait avec lui, nous avons expliqué en 1708. comment alors on verroit les Fixes changer de déclinaison, puisque l'axe de l'Equateur se meut, & non pas de latitude, puisque l'axe de l'Ecliptique ne se meut pas. En même temps les Fixes auront un mouvement en longitude d'Occident en Orient sur les poles immobiles de l'Ecliptique, ou plutôt l'apparence de ce mouvement causée par le mouvement circulaire réel de l'axe de l'Equateur autour de celui de l'Ecliptique. La vitesse de ce mouvement réel déterminera celle de l'apparent. On a vu comment de-là venoit la précession des Equinoxes. C'est uniquement pour l'expliquer, que tout ce que nous venons de dire a été imaginé. On y a toujours considéré l'angle de l'Ecliptique avec l'Equateur comme constant.

S'il ne l'est pas, & c'est de quoi il s'agit ici, quelle addition faut-il faire à cette Théorie? car ce sera une addition, & non pas un changement, la précession des Equinoxes, & tout ce qui en dépend doit subsister en entier.

Puisque l'angle diminuë, les deux axes ne conservent plus entre eux cette même distance qu'ils conservoient auparavant, ou, ce qui est le même, leurs plans ne la conservent plus. Mais lequel des deux se met en mouvement vers l'autre? Voilà ce que M. Godin fait reconnoître par les phénomènes qui arriveront,

Si l'Équateur se meut vers l'Écliptique immobile, tout ce qui se rapporte à l'Équateur, les déclinaisons des Fixes changeront, & non les latitudes. Il semble que nous venions déjà de le dire dans une autre hypothèse, mais au fond ce n'est nullement la même chose. Quand l'axe de l'Équateur tourne autour de celui de l'Écliptique sans changer d'angle, les Fixes prennent nécessairement par cette cause un mouvement apparent en longitude, parallèle à l'Écliptique, & qui par conséquent ne l'étant pas à l'Équateur, fait changer les déclinaisons. Mais si outre cela l'Équateur se meut en s'approchant de l'Écliptique, tout ce qui se rapporte à l'Équateur, & par conséquent les déclinaisons sont encore en mouvement, & changent par ce nouveau principe, mais c'est un changement qui s'ajoute au premier, & n'en change pas la nature. On ne doit pas manquer d'y faire attention.

Si l'Écliptique se meut vers l'Équateur immobile, les latitudes changent, puisqu'elles se rapportent à l'Écliptique, & les déclinaisons ne changent que par le premier principe, par le simple mouvement de l'Axe de l'Écliptique autour de celui de l'Équateur.

Par les observations que l'on peut avoir jusqu'à présent, M. Godin croit pouvoir conclure que l'obliquité de l'Écliptique a diminué de $55''$ en 80 ans, ce qui fera à très-peu près $1'$ en 90 ans. C'est-là le mouvement qui appartiendra ou à l'Équateur vers l'Écliptique, ou à l'Écliptique vers l'Équateur. Le premier ou l'ancien mouvement par lequel l'Axe de l'Équateur tournoit autour de celui de l'Écliptique sans s'en approcher, ni s'en éloigner, subsiste toujours tel que M. Cassini l'a déterminé de 1 degré en 70 ans. Il est donc au second ou nouveau, comme 105 à 1. Le second est d'une prodigieuse lenteur, s'il n'est que la $\frac{1}{105}$ partie du premier, qui étoit déjà bien lent, & il ne faut pas s'étonner que ce second ait attendu toute la justesse & toute la subtilité de l'Astronomie moderne pour se faire seulement soupçonner. On avoit peine à concevoir, & nous l'avons dit en 1708, que l'Axe de l'Équateur tournant autour de celui de

l'Ecliptique pût conserver le parallélisme avec lui-même qu'il est obligé de garder dans toutes ses situations selon le Siffeme de Copernic, cette difficulté ne subsiste plus dès que le parallélisme n'a plus besoin d'être exact, & qu'au contraire il faut qu'il ne le soit pas.

La diminution de l'obliquité de l'Ecliptique étant admise ou supposée, ou l'axe de l'Equateur se meut vers l'Ecliptique d'un mouvement de 1' en 90 ans, outre le mouvement de rotation qu'il a autour de ce même Axe de 1 degré en 70 ans, ou bien l'Axe de l'Ecliptique a un mouvement de 1' en 90 ans vers l'Equateur; on a maintenant à se déterminer entre ces deux partis.

Il est plus naturel que ce soit pour le second. L'Axe de l'Equateur est déjà chargé d'un mouvement, & s'il falloit que l'autre lui appartînt encore, l'Axe de l'Ecliptique seroit d'une immobilité difficile à admettre dans la Nature, vû tout ce que l'on en connoît aujourd'hui. Mais M. Godin employe un raisonnement plus sçavant & plus ingénieux, qu'il reconnoît avoir tiré de Tycho.

Si l'Ecliptique se meut vers l'Equateur, les latitudes des Fixes changent toujours, & comme il faut des temps extrêmement longs pour donner en cette matière quelque chose de sensible, les plus anciennes latitudes observées avec assés de sûreté, seroient celles que l'on compareroit aux latitudes d'aujourd'hui. Mais ce que nous avons de plus ancien sur ce sujet, ce sont seulement les déclinaisons de quelques Fixes données par Ptolémée sans leurs latitudes. M. Godin a suppléé à ce défaut pour la Claire de l'Aigle en tirant sa latitude au temps de Ptolémée de la déclinaison qu'elle y avoit, du mouvement connu des Fixes, de l'obliquité qu'avoit alors l'Ecliptique, & des observations de M. Godin lui-même sur la longitude de cette Etoile. Le Calcul vient enfin à donner sa latitude plus grande au temps de Ptolémée qu'elle n'est aujourd'hui, &, ce qu'il y a de remarquable, plus grande presque précisément autant que l'étoit l'obliquité de l'Ecliptique, parce que la Claire de l'Aigle est placée presque
sur

sur le Colure des Solstices, au point où la mesure de la latitude & celle de l'obliquité de l'Ecliptique ne sont que la même.

Dans ces sortes de Calculs M. Godin a égard aux Refractions que les Anciens ne connoissoient pas. Il a même égard aux différens Lieux où les Anciens ont observé, car c'est encore là un principe de variation pour les Refractions, & feu M. le Chevalier de Louville paroît n'en avoir pas tenu compte, quoiqu'on le doive dans une matière où il n'est question que de fort petites grandeurs, qui échapperont, si l'on en perd rien.

Par toutes les preuves de M. Godin, l'apparence est just- qu'ici, car peut-être suffit-il de dire apparence, que l'angle de l'Equateur & de l'Ecliptique diminuë, & que c'est l'Ecliptique qui s'approche de l'Equateur. Mais si cela est, voici un grand changement dans le Ciel. Tout le monde sçait ce que c'est que les Nœuds de l'Ecliptique avec toutes les Or- bites des Planetes, rien n'est plus important ni plus nécessaire dans l'Astronomie que la détermination de ces Nœuds, de leurs lieux, de leurs mouvements, parce que ces points étant les seuls communs à notre Orbite & aux autres, c'est dans ces points que les mouvements des Planetes doivent être mieux comparés à celui de la Terre, & c'est de-là que nous devons partir pour suivre tous ces mouvements étrangers, ou du moins ce sont dans tous ces mouvements des points principaux & très-remarquables. Si l'on se représente l'Ecliptique coupant chaque Orbite de Planete en deux points placés différemment en chaque Orbite, on concevra aussi-tôt que si l'Ecliptique étoit immobile, tous ces différens Nœuds le seroient aussi, & paroïtroient fixes, du moins *de ce chef*, & que s'ils avoient ou paroïssent avoir du mouvement, cela leur viendroit d'ailleurs; mais que si l'Ecliptique se meut, il est impossible que devenant successivement différens plans différemment posés, elle ne vienne à couper toujours en d'autres points les Orbits des Planetes, & que par-là les Nœuds n'ayent un mouvement apparent. Or ce mouvement

82 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
des Nœuds causé par celui de l'Ecliptique n'a jamais été
connu, & ce seroit une réforme importante à faire dans
leur Théorie.

Il est vrai que cette Théorie n'est pas encore bien assurée.
Elle l'est si peu que quelques Astronomes font le mouve-
ment de certains Nœuds direct, & celui de quelques autres
rétrograde, ce qui manque absolument de vrai-semblance,
& auroit besoin d'être, pour ainsi dire, plus que prouvé.
C'est l'extrême lenteur du mouvement des Nœuds, & la
grande rareté d'Observations heureuses, qui causent l'incer-
titude où l'on demeure sur ce point.

Dans cet état, M. Godin prend le parti de croire que
les Nœuds n'ont aucun mouvement réel, mais un apparent
causé par le mouvement réel de l'Ecliptique vers l'Equateur
terrestre. Le physique de cette Théorie est extrêmement
simple, dégagé de toute idée forcée, ou ajustée au besoin,
nécessaire même supposé la diminution de l'obliquité de
l'Ecliptique & le mouvement de l'Ecliptique vers l'Equa-
teur. Mais ce ne seroit pas assez, il faut encore que les
Observations s'accordent avec l'hipothese, qui paroît d'abord
hardie, & c'est ce que M. Godin s'attache à faire voir d'une
manière assez satisfaisante. Il promet d'étendre encore cette
recherche plus loin sur les mêmes vûes. Nous l'avons déjà
dit, il s'en faut bien que les faits de l'Astronomie ne soient
assez constatés. On ne doutoit pas que l'angle de l'Ecliptique
& de l'Equateur ne fût toujours le même; s'il ne l'est pas,
c'est dans tout le corps de l'Astronomie un changement
presque incroyable.



MECHANIQUE.

*SUR LES FIGURES
QUE LES PLANETES PRENNENT
PAR LA PESANTEUR.*

QUAND on recherche en Philosophe les figures des Planetes, il est assez ordinaire & fort naturel de considérer ces Corps, quoique solides, au moins dans une grande partie de leur tout, comme ayant été originairement de grands Fluides, ou des especes de Pâtes très-molles, que la Pesanteur a, pour ainsi dire, pétries, en les obligeant de prendre les figures que son action demandoit, pour s'exercer ensuite continuëment, également, & sans obstacle. Il a donc fallu que toutes les parties de la Planete aient été amenées à un équilibre, qui est le seul état permanent; il faut, pour cet équilibre, que toutes les Colomnes du Liquide se disposent entre elles de façon à se soutenir les unes les autres, & à se contrebalancer exactement. Cette exactitude n'est nécessaire que dans le temps où le Corps de la Planete seroit en liqueur, ou en pâte, car alors le moindre excès de Pesanteur qu'une Colonne auroit sur les autres les feroit soulever, & altéreroit la figure du tout; ce ne sera plus la même chose, quand cette liqueur se sera, si l'on veut, congelée, ou que cette pâte se sera durcie; l'équilibre est exact entre les parties de nos Mers, mais non pas entre celles des Terres, qui pourroient n'avoir été originairement qu'une pâte.

Pour déterminer l'équilibre des Colomnes, il est besoin de connoître, du moins géométriquement, c'est-à-dire, de pouvoir réduire aux expressions, & au Calcul de l'Algebre tout ce qui appartient à la Pesanteur, prise ou en elle-même,

84 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
ou par rapport à son action, ou par rapport à l'altération
qu'elle peut recevoir de causes compliquées avec elle.

Elle peut être en elle-même ou constante ou variable.
Constante, elle agira toujours avec la même force, à quelque distance que soit le point vers lequel elle pousse un Corps; variable, elle agira avec plus ou moins de force selon une proportion quelconque à cette distance. Constante, elle agira toujours de même selon quelque direction qu'elle agisse sur ce corps; variable, elle agira différemment selon différentes directions.

Et de-là naissent deux différentes manières dont la Pesanteur peut être constante en un sens, & variable en un autre. Si son action est la même à quelque distance que soit le point où elle tend, & si en même temps elle est différente selon la différente direction; ou si, au contraire, l'action est la même pour toutes les directions, mais non pas pour toutes les distances du point où elle tend, la Pesanteur sera imparfaitement constante & variable, & il est aisé de voir quand elle sera parfaitement l'un ou l'autre.

Elle peut ne pousser toutes les parties du Corps qu'elle meut que vers un point unique, qui sera alors un centre, ou les pousser chacune vers un point différent d'une même ligne, qui sera un axe.

Quand le Corps supposé se meut sur son centre, ou, ce qui est le même, sur un axe, la Pesanteur qui tend toujours ou vers ce centre, ou vers cet axe se complique nécessairement avec la force Centrifuge qui tend à s'en éloigner. Mais pour considérer ces deux forces comme contraires, il ne faut prendre que ce qu'elles ont d'absolument opposé dans leurs directions, décomposées s'il en est besoin. Si dans le Fluide qui tourne, la force Centrifuge étoit plus grande que la Pesanteur, tout ce Fluide se dissiperoit, & seroit bien éloigné de pouvoir prendre une figure durable. Si les deux Forces étoient égales, elles se détruiraient l'une l'autre, & il ne se formeroit point encore de figure. Il faut pour cela que la Pesanteur soit la plus grande, ce n'est que ce qui

n'est pas détruit par l'action de la force Centrifuge, son antagoniste, ce n'est que ce qu'elle peut encore conserver, qui agit pour produire une figure, ce n'est que cet excès, ce reste, qui est le poids *actuel* des Corps.

M. Bouguer exprime algébriquement dans la plus grande généralité possible, & la Pesanteur, & son action, & sa modification. Il y a quelquefois dans ces sortes d'expressions plus que l'art ordinaire; par exemple, on peut remarquer celui qu'emploie M. Bouguer pour désigner différemment la Pesanteur variable par une différente distance au point où elle tend, ou par une différente direction.

Le Fluide indéterminé, que M. Bouguer considère, tourne sur son axe vers lequel la Pesanteur pousse toutes les Colonnes qui le composent, & puisque leur équilibre déterminera la figure que le Fluide total prendra, il faut trouver une Equation où une certaine Colonne déterminée contrebalance toute autre Colonne quelconque, ou, ce qui est le même, lui soit égale en force. Il y a dans ce Fluide, une Colonne unique, dont la Pesanteur n'est point altérée par la force Centrifuge, c'est celle qui est l'axe du mouvement de circulation du Fluide; elle comprend tous les points d'où les forcés Centrifuges tendent à s'éloigner, & par conséquent elle ne peut avoir elle-même de cette espece de force. Cette Colonne déterminée mise en égalité avec toute autre indéterminée soumise à toutes les conditions du Probleme, fournira l'Equation que l'on cherche, susceptible ensuite de toutes les déterminations particulières possibles. On entend assés qu'il sortira de là des valeurs d'Abscisses & d'Ordonnées d'une Courbe, qui sera toujours celle de la figure cherchée du Fluide, & qui variera selon les différentes hypotheses qu'on aura faites arbitrairement.

Il seroit assés naturel de croire qu'après cela tout est fait, mais le Probleme bien approfondi, renferme encore une considération qui en augmente la difficulté, & par conséquent la beauté, & qui pourroit échapper à moins que d'une grande attention.

L'équilibre des Colonnes assure bien, dit M. Bouguer, le repos *intérieur* de toute la masse du Fluide, mais non pas l'*extérieur*, celui de sa surface, qui peut encore n'être pas de niveau, & par conséquent couler de côté & d'autre, & n'avoir pas une figure arrêtée. Mais, dira-t-on, ce qu'on appelle ici l'extérieur, n'est-ce pas l'intérieur même *finissant*, & si tout l'intérieur est tranquille, comment cet extérieur ne le sera-t-il pas? C'est que l'équilibre des Colonnes n'a fait qu'en régler les différentes longueurs, telles qu'elles devoient être, afin que l'une d'entre elles n'en soulevât pas une autre par un plus grand poids, c'est que l'action quelconque de la Pesanteur n'a été distribuée que par rapport à ces longueurs, & n'a eu, pour ainsi dire, d'autre objet que de les déterminer. Pour cela il n'étoit pas nécessaire que les directions de cette action fussent perpendiculaires à la surface qui se formoit, mais il faut qu'elles le soient à cette surface formée, si l'on veut qu'elle se maintienne, car autrement de deux Colonnes qui précisément par leur longueur faisoient équilibre, si la première reçoit perpendiculairement l'action de la Pesanteur, tandis que la seconde ne la reçoit qu'obliquement, il est certain que la première l'emportera sur la seconde, & la soulèvera.

M. Bouguer cherche une nouvelle Equation, qui exprime la figure ou la surface d'un Fluide dont tous les points soient pressés perpendiculairement par la Pesanteur, ou, ce qui revient au même, soient de Niveau. Il lui vient une Equation assez différente de celle qui donnoit l'Equilibre des Colonnes, ce qui marque déjà que les deux cas sont plus différents qu'on n'auroit cru. Ils le sont au point que l'un exclut quasi toujours l'autre, & qu'il n'y a que peu de moyens de les réunir, c'est-à-dire, que quand on veut que les deux Equations deviennent la même, ce qui ne se peut qu'en égalant entre elles les quantités par où elles diffèrent, on voit qu'il n'y a qu'un petit nombre d'hypothèses qui puissent produire cette égalité. Une de ces hypothèses est celle de la Pesanteur constante selon quelque direction qu'elle

agisse, & à quelque distance que soit le point où elle tend ; alors la Planete est une Sphere. Ce n'est plus la même chose si on met la moindre variation dans la Pesanteur. Combien étoit-on éloigné du vrai, & combien étoit-on éloigné de s'en douter, quand à cause de la noblesse de la figure Sphérique, on croyoit que les Corps Célestes ne pouvoient être que Sphériques ?

Les figures du Solide formé sur le seul principe de l'Équilibre des Colonnes, ou sur le seul principe du Niveau, peuvent aller jusqu'à différer autant que celles d'un Solide infini en étendue & d'un autre fini, tous deux d'une masse finie.

Apparemment il est rare dans l'Univers qu'il y ait des Planetes parfaitement Sphériques, & par conséquent des Pesanteurs parfaitement constantes, car, selon la présente Théorie, elles auroient arrondi entièrement ces Planetes, supposé qu'elles les eussent trouvées dans leur première origine parfaitement obéissantes à leur impression. Mais comme ce point-là demeurera toujours indécis, & que le Probleme de M. Bouguer n'a pas compté sur aucune résistance de la matière des Planetes à l'action de la Pesanteur, il ne sera pas possible d'arriver par cette voye à une grande certitude sur leurs figures.

Toujours peut-on penser avec beaucoup de vraisemblance qu'il est très-difficile que jamais l'action de la Pesanteur sur la surface d'aucune Planete lui soit aussi géométriquement perpendiculaire qu'il le faudroit pour tenir dans un parfait repos les Liquides, les Mers qui s'y trouveront, & si ce repos n'est pas parfait, la surface de ces Mers sera par elle-même, & sans aucune cause étrangere dans une petite agitation continuelle. Seroit-il bien incroyable que ce mouvement de liquidité, dont on ne connoît peut-être pas encore tout-à-fait la véritable origine, eût en partie celle-là ? En ce cas ce seroient les Calculs d'Algebre qui auroient conduit à des vûes de Phisique, où les faits ni les expériences ne conduisoient pas.

* V. les M. M. de Maupertuis * qui avoit déjà traité ce sujet dans son Livre de la Figure des Astres * le reprit à l'occasion de la Théorie de M. Bouguer, & tomba dans les mêmes conclusions. Il avoit embrassé la matière dans toute son étendue, en appliquant à la Question de la Figure des Planetes toutes les hipothèses sur la Pesanteur qui ont été jusqu'à présent reçues par les plus grands Philosophes.

p. 55.
* V. l'Hist.
de 1732.
p. 85. &
suiv.

Galilée, Descartes & Huguens l'ont regardée comme tendant vers un centre, & avec une force égale à quelque distance qu'il fût. C'est la première idée qu'on a dû prendre sur toutes les expériences faites autour du Globe terrestre, les seules qu'il nous soit permis de faire. C'est-là le premier Systeme.

Lorsqu'ensuite on a conçu que ce qui faisoit tourner tous les Corps célestes autour de quelque centre, ou plutôt ce qui les empêchoit de s'en écarter; quoiqu'ils le dussent naturellement, ce qui les y rappelloit toujours, devoit être une Pesanteur, non seulement analogue à celle qui s'exerce sur la Terre, mais précisément de la même nature, l'idée de la Pesanteur est devenue & plus générale & plus vraie, & comme on la prenoit sur les mouvements des Corps célestes réglés par les Loix de Képler, on a vû qu'il suivoit de ces Loix que la Pesanteur agit en raison renversée des quarrés des distances au centre *. 2^d Systeme.

* V. l'Hist.
de 1728.
p. 154. &
suiv.

Le 3^{me} est que toutes les parties de la matière s'attirent mutuellement les unes les autres, mais différemment selon les masses & les distances, & que la Pesanteur ne consiste ou ne paroît consister que dans la supériorité de tendance que les unes prennent sur les autres vers certains points, à la fin, pour ainsi dire, de ce combat général. C'est-là proprement le Systeme de M. Newton. Il est bien vrai que tout le 2^d y entre, & s'il y entroit seul, il seroit très-raisonnable de dire qu'en attendant la connoissance des causes Phisiques ou Mécaniques de ces Pesanteurs on en considere les effets, & qu'on est en droit de donner à ces causes inconnues des noms commodes. Mais outre tout ce que nous appellons

le 2^d

Le 2^d Systeme, celui de M. Newton, comprend les véritables attractions, il demande que des Corps pesants se meuvent plus rapidement vers des centres, parce que ces centres sont occupés par de plus gros corps, qui attirent plus puissamment. Croit-on de bonne foi qu'il se puisse jamais trouver de cause Mécanique à cet effet, & une objection très-légitime & très-fondée contre M. Newton, ne tâche-t-on pas adroitement à l'éluder en la payant d'une réponse qui ne convient qu'à une autre objection qu'on ne lui fait pas, ou qu'on ne doit pas lui faire ? Tout cela bien mis au net, on fera plus en état d'entendre ce que nous avons à dire.

On ne peut traiter la question de la Figure des Astres ou Planetes qu'en employant l'action de la Pesanteur, & par conséquent cette question ne peut être traitée dans le 1^{er} Systeme, où la Pesanteur seroit la même par tout l'Univers que sur la Terre, & il y a tout lieu de croire qu'elle ne l'est pas. De plus elle seroit toujours la même dans son action, indépendante des distances du point central, & il est certain que dès qu'on la transporte aux Corps célestes, elle n'est plus constante dans son action, mais variable en raison renversée des quarrés des distances.

En se renfermant donc dans ce 2^d Systeme, on trouve que la figure des Corps célestes soit toujours fluides, comme les Soleils, soit d'abord fluides, & ensuite endurcis, comme les Planetes, est uniquement le résultat de la combinaison de deux Eléments qui se combattent, de la Pesanteur, qui tend à rassembler toutes les parties d'un Corps autour d'un centre, & de la Force Centrifuge qui tend à les en écarter, parce que ce Corps est toujours supposé circuler. Nous avons déjà dit que si la Force Centrifuge étoit plus forte que la Pesanteur, les parties du Corps se dissiperoient, & la figure se détruiroit ; si elle étoit égale, il ne se formeroit point de figure ; il faut donc qu'elle soit plus foible, & alors l'Equateur de la circulation ou rotation est nécessairement plus grand que son axe, c'est-à-dire, que la figure est celle d'un Sphéroïde applati.

Les Soleils autour desquels tournent des Planetes, des Planetes autour desquelles tournent d'autres Planetes subalternes, portent avec eux & nous offrent des indices bien marqués de la Pesanteur qui regne dans les Régions de l'Univers où ils se trouvent. La Force des mouvements dont ils sont les centres, ou plutôt celle dont les Corps qui tendent vers eux y tendent, est la mesure de cette Pesanteur, & pour la connoître il n'y a qu'à décomposer leur mouvement de circulation, & comparer la Force qui leur feroit décrire, si elle étoit seule, un certain mouvement en ligne droite en un certain temps, & la Force qui dans le même temps les empêche de suivre cette droite, & les retire d'une certaine quantité vers un centre. Plus est grand ce rapport de la 2^{de} Force à la 1^{re}, plus la Pesanteur est grande, & il est visible que la Géométrie fera aisément cette détermination.

Si nous étions sur une autre Planete que celle où nous sommes, nous reconnoîtrions par le mouvement de la Lune autour de la Terre quelle seroit la Pesanteur à la Région de la Terre. Mais parce que nous y habitons, nous la connoissons, nous la mesurons par des expériences plus immédiates. On voit par-là qu'il n'y a de Pesanteurs étrangères, pour ainsi dire, dont nous puissions avoir connoissance, que celles du Soleil, de Jupiter & de Saturne, parce qu'il se fait autour d'eux des révolutions connues. Mercure, Venus & Mars nous échappent.

Il est bon de pouvoir rapporter ces Pesanteurs étrangères à notre Pesanteur terrestre, dont l'effet bien constaté est de faire parcourir à un Corps, qui tombe proche de la surface de la Terre, 15 pieds dans la 1^{re} Seconde de sa chute. On sçait quelle est la quantité dont Jupiter, par exemple, est tiré vers le Soleil par sa Pesanteur en une Seconde, & puisque la Pesanteur croît en raison inverse des quarrés de la distance, on sçait quel chemin il feroit en une Seconde, si au lieu de tendre simplement vers le Soleil, il étoit réellement transporté sur sa surface, or il feroit alors environ 360 pieds, au lieu qu'il n'en eût fait que 15 sur la surface de la Terre,

Donc la Pesanteur est 24 fois plus grande sur la surface du Soleil. On trouvera de même en transportant un Satellite sur la surface de Jupiter, que la Pesanteur y est à peu-près double de ce qu'elle est sur la surface de la Terre.

Avec la Pesanteur d'un Soleil ou d'une Planete, il faut, pour avoir leur figure, connoître aussi leur Force Centrifuge, qui dépend, comme on sçait, du rapport de la grandeur de l'Equateur de la rotation à la vitesse de cette rotation. De la combinaison de ces deux principes résulte la Figure cherchée, qui est toujours celle d'un Sphéroïde applati, puisque la Pesanteur est toujours plus grande que la Force Centrifuge, mais d'un Sphéroïde plus ou moins applati. La Force Centrifuge est dans le Soleil environ 6 fois plus petite, & dans Jupiter 60 fois plus grande que sur la Terre. On sçait par expérience que sur la Terre elle est 289 fois moindre que la Pesanteur.

Afin que la figure d'un Corps céleste puisse être déterminée par cette Théorie, il faut donc qu'il ait ces deux conditions, & que d'autres Corps fassent autour de lui des révolutions connues, & qu'il en ait une sur lui-même. Le Soleil & Jupiter ont les deux conditions, on y peut mettre la Terre, si l'on veut; Saturne n'a que la 1^{ere} condition, Venus & Mars n'ont que la 2^{de}, encore Venus ne l'a-t-elle pas encore bien sûrement, Mercure manque de toutes les deux.

M. de Maupertuis a été surpris de se trouver arrivé par sa Théorie & son calcul à la même proportion de 15 à 14 que M. Cassini avoit trouvée, par des observations très-déliées, entre l'Equateur & l'Axe de Jupiter. Selon la même Théorie, cette proportion des deux diametres doit être absolument insensible dans le Soleil, quoique non pas nulle, aussi aucune observation ne la peut-elle découvrir. Quand une Théorie abstraite, compliquée de plusieurs principes différents, vient de si loin rejoindre juste des faits où il n'étoit pas trop nécessaire qu'elle arrivât, ce ne peut guère être un effet du hasard.

Il est à propos d'observer que si d'un côté les deux diametres des Corps célestes ne peuvent aller jusqu'à l'égalité parfaite, ce qui auroit fort étonné les Anciens, d'un autre côté l'Équateur toujours plus grand que l'Axe, ne peut être plus grand que selon la raison de 3 à 2, du moins dans le Système où nous sommes présentement.

Il pourroit naître de cette Théorie de M. de Maupertuis un avantage imprévu, & que l'on jugeroit même impossible, celui de déterminer quelle est une rotation que l'on ne voit point du tout, celle de Saturne; par exemple, que Saturne eût ses deux diametres d'une inégalité sensible, & bien observée, on auroit par eux le rapport de la Pesanteur de Saturne connuë d'ailleurs à sa Force Centrifuge, & par sa Force Centrifuge connuë alors la vitesse de sa rotation. S'il arrivoit que l'on vînt ensuite à avoir d'autres preuves, ou seulement d'autres indices de cette même rotation, ce seroit bien alors qu'une Théorie auroit droit de triompher.

Dans le Livre que nous avons cité, M. de Maupertuis avoit expliqué selon ses principes, la formation de l'Anneau de Saturne, phénomène le plus singulier de tout le Ciel connu. Il y revient encore pour en donner un nouveau Calcul algébrique, & il passe de-là à d'autres phénomènes qu'on pourroit appeler *récents*, parce que depuis peu ils ont été plus curieusement & plus exactement observés que jamais par l'illustre M. Derham, de la Société Royale de Londres.

Ce sont les Étoiles qu'on nomme *Nébuleuses*. Si ce n'étoient ou que des Étoiles enveloppées d'une Atmosphère fort grande par rapport à elles, & fort lumineuse, ou différents amas de petites Étoiles qui, comme celles de la Voie Lactée, ne se rendroient visibles que par leur nombre, il n'y auroit rien à cela de fort remarquable. Mais M. Derham trouve qu'il y en a plusieurs auxquelles ces deux idées ne peuvent convenir. Leurs prétendues Atmospheres sont trop grandes pour n'être que des Atmospheres, ou de petites Étoiles qui devroient être en nombre infini. Il vaut mieux que ce soient de grands espaces, de grandes Régions lumineuses

par elles-mêmes, & d'une manière peut-être dont nous n'avons point d'exemple ailleurs, car qui ſçait ſi cette énorme étendue de l'Univers viſible à nos yeux en eſt plus d'un point par rapport à tout ce que nous n'en voyons pas, & en ce cas-là quelle infinité de choſes dont nous n'aurions pas d'idée? M. Derham ne croit pas même aller trop loin dans le païs immenſe de la poſſibilité, en conjecturant que ces grandes Régions lumineuſes pourroient n'en être pas, mais ſeulement de grands Vuides, par où l'on appercevroit des portions du Ciel Empirée qui eſt au de-là, tout brillant de ſa propre lumière. Il croit bien que les Théologiens ne l'en dédiront pas, mais du moins les Géometres ne lui paſſeront pas avec tant de facilité, de mettre aſſés arbitrairement ſes Nébuleuſes, quelles qu'elles ſoient, autant au de-là des Etoiles fixes, que celles-ci ſont au de-là de la Terre.

En ſuppoſant qu'entre ce qu'on appelle *Nébuleuſes*, il y en ait qui ſoient des amas, des Tourbillons tout lumineux, ces Tourbillons prendront des figures, ſoumiſes comme toutes les autres à la Théorie de M. de Maupertuis, puisqu'il ſe trouvera là & Peſanteur & Force Centrifuge. Mais il n'eſt pas ſûr que cette Peſanteur ſoit la même que celle ſur laquelle nous avons raiſonné juſqu'ici, & qui appartient à ce que nous avons nommé le 2^d *Siſteme*, celle qui n'agit que ſelon un rapport des diſtances des points centraux où elle tend, & qui en particulier dans tout notre Tourbillon Solaire eſt déterminée à agir dans la raiſon inverſe de ces diſtances. Quant à la Force Centrifuge on ne la peut concevoir que d'une ſeule eſpece.

Si, pour tout embraffer, on prend la Peſanteur telle que nous l'avons repréſentée dans le 3^{me} *Siſteme*, car c'eſt tout ce qui reſte à imaginer, ſ'il peut ſ'imaginer, il eſt vrai qu'on aura plus de facilité à expliquer certaines choſes, parce qu'on auroit, outre l'action des principes déjà poſés, tout ce qui pourroit naître de l'attraction mutuelle des Corps. Dès que certains Corps paſſeroient plus près de quelques autres, il ſe feroit des changements conſidérables dans les mouvements,

dans les directions, dans les vitesses, dans les positions des Centres de gravité, quelquefois même dans les Figures, mais ce sera alors employer la véritable attraction bien dévoilée, dont nous avons ébauché une petite Théorie en 1732*. Il n'est presque pas croyable combien ce seul principe de plus rend les calculs plus longs & plus difficiles. Si l'attraction Newtonienne n'étoit pas vraie, on seroit en droit d'avoir regret au surcroît de peines qu'elle donne. M. de Maupertuis a déterré un fait curieux, & qui peut surprendre. Dans le Siècle passé, & avant M. Newton, deux de nos plus illustres François ont eu la même idée que lui sur la Pesanteur. Ils ne l'ont pas embrassée, ni réduite en Système, mais enfin ils l'ont eue, l'ont jugée possible, & s'en sont même expliqués en termes plus forts que M. Newton & ses Disciples. M. de Maupertuis a-t-il voulu revendiquer une gloire à sa Patrie, ou justifier un peu les Anglois à nos dépens?

* p. 112.
& suiv.

Cette année 1734, M. l'Abbé de Molieres publia le commencement d'un Recueil de *Leçons de Physique* dictées par lui au College Royal, comme il avoit déjà publié en 1726 ses *Leçons de Mathématique* *.

* V. l'Hist.
de 1726.
p. 45.

Les *Leçons de Physique* en contiennent les *Eléments déterminés par les seules Loix des Mécaniques*, & ces expressions mises en titre, où il peut paroître une affectation inutile & vicieuse, car ne sçait-on pas bien que les *Eléments* de la Physique ne peuvent être déterminés que par les loix des Mécaniques? ne disent pourtant rien que de raisonnable & même de remarquable depuis que de très-grands Philosophes ont voulu introduire dans la Physique des Principes qu'ils reconnoissoient eux-mêmes pour n'être nullement Mécaniques. On aura donc ici une Physique entièrement purgée des principes hétérogènes, pour ainsi dire, qui la défigureroient, non pas cependant une Physique tout-à-fait Cartésienne, mais établie sur les fondements de Descartes, qui sont les seuls, mieux employés seulement, & mieux mis en œuvre.

Nous ne nous arrêterons pas aux Loix générales du Mouvement, que M. l'Abbé de Molieres pose telles que tous les Modernes les adoptent, après avoir rectifié les erreurs de Descartes. C'est presque uniquement des Tourbillons Cartésiens dont il s'agit, de ces Tourbillons qui se présentent si agréablement à l'esprit philosophique, qui en effet ont eu d'abord tant d'approbateurs, & de partisans zélés, & ensuite des ennemis si redoutables.

Tous les mouvements célestes se font par des Cercles, ou au moins par des Courbes rentrantes en elles-mêmes; de plus ils se font tous en même sens, tous d'Occident en Orient; de-là l'idée très-naturelle d'un grand Tourbillon de matière fluide qui, tournant d'un certain sens, emporte avec lui tous les corps plus solides, que nous appelons *corps célestes*. Sans cela, pourquoi iroient-ils tous du même côté? Qu'on les imagine dispersés dans un grand Vuide, d'où tireraient-ils cette direction de mouvement commune?

Certainement l'Auteur de l'Univers y a voulu introduire le mouvement d'une manière durable. S'il eût donné à ses différentes parties des mouvements en ligne droite du même sens, où seroient-elles enfin parvenues? elles ne pouvoient pas sortir de l'Univers. S'il leur eût donné des mouvements en différents sens, les mouvements contraires se seroient détruits, & bientôt tout seroit tombé dans un repos général, ou du moins dans une langueur toujours plus grande. Le seul expédient étoit que la matière fût divisée en une infinité de grandes masses rondes, qui sans sortir de la portion de l'espace où elles étoient placées, & sans se troubler les unes les autres, se fussent chacune sur son centre avec la vitesse nécessaire pour produire, chacune dans son enceinte, les phénomènes ordonnés par l'Auteur de la Nature. A ce moyen, il y a le moins de mouvements contraires qu'il se puisse, & le plus de directions en même sens, d'où suit le moindre déperissement possible de la quantité de mouvement primitivement imprimée.

Puisque tout se réduit à des Tourbillons, M. l'Abbé de

Molieres entreprend une Théorie démontrée de tout ce qui leur appartient, & c'est-là proprement une Phisique générale qui procedera par démonstration. Descartes lui-même s'est mépris à cette Théorie, peut-être parce qu'il en étoit l'inventeur; après lui plusieurs autres l'ont ou attaquée ou défendue, & M. de Molieres a paru souvent dans nos Histoires comme défenseur, sans compter tout ce que nous avons rapporté d'ailleurs sur le même sujet, mais tout cela, ce ne sont que des morceaux détachés & épars, qui ne peuvent guère produire de conviction ni d'éclaircissement en comparaison d'une Théorie entière, dont toutes les parties se soutiendroient par leur mutuelle liaison.

* p. 97. &
suiv.

Nous avons vû en 1728 *, qu'un Tourbillon quelconque, comme notre Tourbillon Solaire, étant nécessairement en équilibre, puisque s'il n'y étoit pas, il faudroit qu'il s'y mît bientôt, cet équilibre emporte que les forces centrifuges des différentes Couches Sphériques qui le composent, car le Tourbillon est supposé de cette figure, soient toutes égales entre elles. On peut partir de là pour toute la Théorie de M. l'Abbé de Molieres.

De cette égalité des forces centrifuges des Couches Sphériques, on voit naître aussi-tôt les rapports des vitesses des différentes Couches entre elles, & ceux que les distances au centre du mouvement ont avec les temps des révolutions. Il est surprenant que les faits Astronomiques soient aussi exactement conformes qu'ils le sont à des conséquences tirées d'une pure spéculation, & il n'est pas peut-être moins surprenant qu'on ait fait entrer des Attractiones inintelligibles dans une matière où l'on pouvoit voir que les seules Forces Centrifuges bien connues & bien avérées suffisoient.

La pression que chaque Couche Sphérique, en vertu de sa Force Centrifuge, exerce sur celle qui lui est immédiatement supérieure, est dirigée selon un rayon de la Sphere, & de-là vient qu'un Tourbillon, qui tend toujours à s'étendre ou à s'aggrandir, n'y tend pas avec plus de force du côté de l'Equateur, que du côté des Poles, ou que, ce qui revient
au même,

au même, il résistera également de tous côtés à une compression extérieure. Ainsi l'Univers étant conçu comme formé de grands Tourbillons disposés entre eux par une espèce de hasard, & sans aucune régularité, ils se soutiendront toujours, quelle que soit cette disposition, en s'arc-boutant les uns contre les autres par leurs points d'attouchement, & si quelqu'un en enfonce un autre, ce ne sera pas précisément en vertu de leur disposition, ou parce que l'E'quateur de l'un aura attaqué les Pôles de l'autre.

Quand un Tourbillon s'aggrandit, c'est que ses dernières Couches ayant plus de vitesse que les dernières d'un Tourbillon voisin, celles-ci ont été forcées à suivre le mouvement & la direction des autres. Mais alors le Tourbillon aggrandi a donc ses dernières Couches plus éloignées du centre qu'auparavant, & par conséquent mûes avec moins de vitesse que les dernières Couches précédentes, & le Tourbillon aggrandi est affoibli à cet égard, & il pourroit être plus aisé à enfoncer par un autre, & peut-être par celui-là même qui lui avoit cédé, & qui étant devenu plus petit en est devenu plus fort par ses dernières Couches. Puisque l'affoiblissement suit toujours ainsi l'aggrandissement, & au contraire, il est aisé de voir combien la forme de l'Univers divisé en Tourbillons doit être durable, combien elle est propre à maintenir l'équilibre, ou à le rétablir promptement, si quelques accidents singuliers l'interrompoient.

En cas qu'un Tourbillon Sphérique soit pressé selon un de ses diamètres plus qu'en tout autre endroit par deux Tourbillons voisins, & opposés, il est certain qu'il s'allongera selon le diamètre perpendiculaire au diamètre pressé, & deviendra Elliptique, mais il ne conservera pas cette figure, les deux extrémités du grand axe plus éloignées du centre que celles du petit ayant moins de Force Centrifuge qu'elles, leur céderont, seront par conséquent obligées à se rapprocher du centre, & le Sphéroïde Elliptique redeviendra une Sphère. On devinera sans doute que c'est-là le principe de l'Elasticité qui vient s'offrir de lui-même.

Un Corps ne pouvant jamais communiquer du mouvement qu'à un autre Corps qui en a moins que lui, & les Couches inférieures d'un Tourbillon ayant toujours plus de vitesse réelle que les supérieures, il n'y a que les inférieures qui puissent agir sur les supérieures, ou augmenter leur mouvement, si elles n'en ont pas assez pour l'équilibre, ou, pour le dire en autres termes, le mouvement ne peut se communiquer dans un Tourbillon que du centre à la superficie.

Tout cela appartiendroit au Systeme de Descartes, quoique bien rectifié, mais voici une addition très-considérable que le feu P. Malebranche y a faite, addition, & non correction, au contraire simple extension, mais presque infinie, & si naturelle d'ailleurs, qu'on a quelque peine à pardonner au premier Inventeur de n'y avoir pas pensé.

Notre grand Tourbillon Solaire, l'un de ce nombre infini de Tourbillons qui composent l'Univers, contient bien certainement d'autres Tourbillons moindres, & pareils à lui, ceux de la Terre, de Jupiter & de Saturne. Cet exemple si réel, que la Nature nous présente, n'invite-t-il pas les Philosophes à imaginer encore des Tourbillons plus petits toutes les fois que l'explication des Phénomènes les y conduira? Et quelles bornes prescrira-t-on à leur petitesse? on n'en connoît point de nécessaires à la division de la matière. M. l'Abbé de Molières dit que comme les Géomètres poussent les différents Ordres d'Infiniment grands ou petits aussi loin que le demande la Solution des différents Problèmes, ainsi il sera permis aux Physiciens d'établir différents Ordres de Tourbillons selon le besoin des explications. Tout l'Univers ne sera donc que de la matière divisée & subdivisée en Tourbillons presque à l'infini, & en effet les raisons que nous avons d'abord apportées en faveur des grands Tourbillons, la durée qu'ils assurent au mouvement général, ces équilibres qu'ils maintiennent si facilement, & qu'ils sauroient rétablir si vite, sont des raisons aussi fortes pour les petits Tourbillons que pour les grands. Nous avons vu en

* p. 109.
& suiv.
* p. 87.
& suiv.

1715* & 1729* en quels embarras Descartes s'étoit jetté

pour n'avoir pas suivi jusqu'au bout l'idée des Tourbillons, & comment un léger changement de ses Globules élémentaires durs en petits Tourbillons remédioit à tout dans le moment.

Le Tourbillon simple seroit celui qui seroit formé d'une matière fluide dont chaque particule élémentaire seroit solide ou dure, c'est ainsi que nous avons conçu jusqu'à présent les grands Tourbillons du 1^{er} ordre, ou qui font la 1^{re} division de toute la masse de la matière. Mais ces Tourbillons simples ou n'existent point, parce qu'il n'y a point de particules élémentaires dures, ou s'ils existent, nous n'avons pas besoin de pousser notre spéculation jusque-là; tous les Tourbillons seront composés de Tourbillons moindres disposés par Couches concentriques, comme auroient été des Globules durs, & qui circulent chacun autour de son centre particulier, en suivant les mêmes loix que nous avons reconnues dans le Tourbillon simple. M. l'Abbé de Molières donne les loix du Tourbillon composé, & en voici les principales.

Chaque petit Tourbillon aura deux mouvements, l'un commun, qui lui viendra du grand Tourbillon, & aura la vitesse déterminée par la distance du centre du petit Tourbillon au centre du grand, l'autre particulier, indépendant du général, & qui aura la vitesse quelconque dont le petit Tourbillon tournera autour de son centre. Le 1^{er} mouvement ne sera que celui du centre du petit Tourbillon, le 2^d peut être considéré comme appartenant à sa superficie. Il faut qu'il y ait équilibre dans le Tourbillon composé, aussi bien que dans le simple, or cet équilibre se trouvera certainement, si un Tourbillon simple formé de Globules durs étant conçu en équilibre, parce que les Couches concentriques de ces Globules auront les vitesses requises, on conçoit à la place de chaque Globule dur un petit Tourbillon égal, dont le centre & la superficie ayent la même vitesse qu'avoit le centre du Globule, car on n'a rien changé à ce qui caufoit l'équilibre. Puisque l'équilibre est une chose unique, & qui ne se fait pas de deux façons, si l'équilibre se trouve dans

ce cas-là, il ne se trouve dans aucun autre, & par conséquent dans un Tourbillon composé la vitesse de la superficie de chaque petit Tourbillon est la même que celle de son centre, c'est-à-dire, que si le diametre du petit Tourbillon est la 100^{me} partie du diametre du Cercle que le centre du petit Tourbillon décrit dans le grand en 100 Secondes, un point de la superficie du petit Tourbillon circulera en une Seconde.

Il suit de-là que dans le Tourbillon composé il y a plus de mouvement, plus de force que dans le simple. M. l'Abbé de Molières démontre que chaque petit Tourbillon a deux fois plus de Force Centrifuge que n'auroit eu le Globule dur, qui auroit tenu sa place dans un Tourbillon simple.

S'il arrive qu'une Couche de petits Tourbillons ait plus de vitesse qu'elle n'en devoit avoir à raison de sa distance au centre du grand Tourbillon, elle communiquera de son mouvement aux Couches inférieures, qui quoiqu'elles aient naturellement le plus de vitesse, n'en ont pas alors assez pour l'équilibre, puisque celle dont il s'agit en a trop. Ainsi le mouvement passera de la superficie au centre, au lieu que dans le Tourbillon simple il ne pouvoit passer que du centre à la superficie.

Le Tourbillon composé ne perd pas pour être composé, les propriétés qu'il auroit eûes étant simple. Ainsi dans le Tourbillon composé le mouvement peut passer & du centre à la superficie, & de la superficie au centre, & par conséquent de quelque manière que l'équilibre vînt à se rompre, il seroit promptement rétabli. C'est une des choses à quoi ceux qui construisent l'Univers doivent avoir le plus d'attention, qu'à se ménager des ressources pour la longue durée de ce grand Edifice. Il ne leur seroit guère de dire que le souverain Architecte y remettra la main dans le besoin.

Si les petits Tourbillons d'un même Tourbillon composé sont de différentes grandeurs ou masses, il faudra, pour l'équilibre, que puisque les petits Tourbillons plus éloignés du centre commun auront moins de vitesse, ils aient en

récompense plus de masse, & par conséquent les plus petits Tourbillons seront plus proches du centre commun, & les plus grands plus éloignés.

Nous avons toujours supposé que les Tourbillons tant grands que petits étoient Sphériques, mais du moins les grands ne le sont certainement pas, & cela même a fait naître une grande difficulté dont nous avons rendu compte d'après M. de Molieres, à l'endroit de 1729 ci-dessus cité. On y a vu que les petits Tourbillons substitués aux Globules durs, faisoient disparôître tout d'un coup l'inconvénient terrible que produisoit la forme Elliptique de notre grand Tourbillon Solaire; c'est leur extrême facilité à s'aggrandir, ou à s'appetisser, à acquérir, ou à perdre de la vitesse, toujours selon les Regles générales prescrites, c'est le sassement & resassement perpétuel qu'ils causent dans la matière du Tourbillon, qui les rend si propres à y entretenir, pour ainsi dire, une vie immortelle.

Au reste, notre grand Tourbillon Elliptique l'est si peu qu'il peut toujours passer pour Sphérique, hormis dans les cas où l'extrême précision seroit nécessaire, & où il seroit permis d'y atteindre.

Nous n'avons considéré jusqu'ici qu'une matière divisée & subdivisée en Tourbillons, & à proprement parler, une matière fluide qui composeroit l'Univers, mais elle ne le compose pas entièrement, il y a aussi des Corps solides & durs, quoiqu'à la vérité ils ne fassent tous ensemble qu'une partie de cet Univers presque infiniment petite. Quand des particules de matière sont en repos les unes auprès des autres, & se touchent immédiatement, elles sont comprimées en tous sens par les Forces Centrifuges des petits Tourbillons qui les environnent, & auxquels elles ne résistent par aucune Force, c'est-là le principe de la Dureté & de la Solidité, & il est facile de voir quelles en seront les modifications.

Si l'on imagine un Corps parfaitement dur, posé dans une Couche quelconque d'un Tourbillon simple, il n'y a rien qui l'empêche de suivre le mouvement circulaire de

cette Couche, il le suivra, rien ne l'empêche de prendre sa Force Centrifuge, il la prendra, & sera enfin comme une portion de cette Couche de même volume que lui. Mais si le Tourbillon où il nage étoit composé, alors le volume de matière égal au Corps dur auroit deux Forces Centrifuges, l'une comme portion d'une Couche qui circule autour du centre de tout le Tourbillon, l'autre comme étant un amas de petits Tourbillons qui circulent chacun autour de leur centre particulier, ainsi que nous l'avons vû. Le Corps dur, qui n'est point formé de petits Tourbillons, ne pourroit prendre que la 1^{re} Force Centrifuge, & faute de prendre la 2^{de}, il auroit moins de tendance vers la circonférence du Tourbillon qu'un volume égal de sa Couche, & par conséquent seroit poussé vers le centre, & y tomberoit actuellement. Voilà la Pesanteur bien naturellement déduite des petits Tourbillons du P. Malebranche, & il est à remarquer qu'ils donnent avec une égale facilité, & pour mieux dire, avec une égale nécessité, le Ressort, la Dureté, & la Pesanteur, trois propriétés des Corps si bien liées ensemble dans ce Systeme, qu'il ne paroît pas que la Nature elle-même ait pû y mettre une plus forte liaison.

Pour nous en tenir à la Pesanteur avec M. l'Abbé de Molieres, on voit par-là que s'il n'y avoit point de petits Tourbillons, il n'y auroit point de Pesanteur, & par conséquent elle n'est pas essentielle aux Corps. Et en effet sa seule définition ne le dit-elle pas? n'est-ce pas une tendance des Corps vers un certain point? & comment veut-on qu'ils tendent essentiellement vers ce certain point quel qu'il soit? ne saute-t-il pas aux yeux que cette tendance ou le mouvement qu'elle produit, ne peuvent être que la suite & l'effet de quelque arrangement, de quelque disposition particulière du Monde?

Il y a donc de la matière qui pèse, & de la matière qui ne pèse point. L'Ether, ce grand Fluide immense, composé d'une infinité de petits Tourbillons, & qui par son mouvement général de Tourbillon emporte toutes nos Planetes,

ne pèse point, au contraire toutes ses parties tendent à sa circonférence au lieu de tendre au centre, mais des Corps, étrangers en quelque sorte, qu'il renferme, nos Planetes, ne peuvent pas, à cause de leur contexture, avoir autant de Force Centrifuge que lui, & par-là ils sont poussés vers le centre, & nommés *pesants*. Qui les retient toujours à une certaine distance de ce centre vers lequel ils sont toujours poussés? Pourquoi Saturne, Jupiter, &c. ne tombent-ils pas dans le Soleil? c'est ce qui sera éclairci dans la suite que M. l'Abbé de Molières donnera de sa Théorie.

On peut voir comment en 1731*, il satisfait pleinement * p. 66.
selon les idées que nous venons d'exposer, à la plus formidable & suiv.
objection de M. Newton contre le Systeme Cartésien.
L'Ether non-pesant ne résiste point au mouvement horisontal
ou circulaire des Corps pesants, ou des Planetes.

De ce que la Pesanteur est une modification accidentelle des Corps, il s'ensuit qu'elle doit être susceptible de plus ou de moins, non pas dans le sens que de l'Or est plus pesant que du Bois, mais dans ce sens que le même Corps qui, sur la surface de la Terre, parcourt par sa pesanteur 15 pieds dans la 1^{re} Seconde de sa chute, pourroit, s'il étoit placé ailleurs, parcourir dans le même temps plus ou moins de 15 pieds. Comme sa vitesse vers un centre lui est imprimée par la Couche du Tourbillon où il est contenu, & que les vitesses des différentes Couches sont différentes selon leurs distances au centre, il aura dans la 1^{re} Seconde de sa chute moins de vitesse s'il part d'une Couche plus éloignée, & au contraire. On voit d'un coup d'œil toutes les conséquences.

Quand on a bien saisi ce Systeme Cartésien tel qu'il est ici rédigé & rectifié par M. l'Abbé de Molières, quand on a conçu cette matière immense divisée & subdivisée en Tourbillons, où s'exercent à la fois une infinité de mouvements qui ne s'embarrassent, ni ne se troublent, où tout est plein d'action, de vie, & de ressources, s'il en est besoin, où rien n'agit que par des causes, dont l'existence nous est bien constante, & l'idée bien familière; il semble qu'on ne

puisse plus, sans se faire quelque violence, se figurer un Univers qui n'est qu'un Vuide, un Néant infini en comparaison de quelques Atomes en très-petit nombre qui y sont dispersés çà & là, & qui n'ont d'autre moyen d'agir les uns sur les autres qu'une propriété incompréhensible qu'on leur attribue.

M. Gobert présenta à l'Académie, un Mémoire dans lequel il déterminoit la vitesse que doit prendre une Rouë de Moulin, celle de la Rivière, & le Poids que la Machine met en mouvement, étant connus. On trouva que l'Auteur entendoit très-bien cette partie de la Méchanique, tant par la manière dont il résolvoit son Probleme, que par l'application qu'il en faisoit à quelques cas particuliers, entre autres aux Machines propres à remonter les Bateaux, dont il comparoit très-bien la force avec celle des Machines immobiles.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires
L'Ecrit de M. d'Ons-en-Bray, sur un *Anémometre*;
Celui de M. de la Condamine, sur le Tour.

V. les M.
p. 123.

p. 216. &
295.



MACHINES OU INVENTIONS
APPROUVEES PAR L'ACADEMIE
EN M. DCCXXXIV.

I.

UNE espece de Vielle ou petite Épinette à jeu de Viole du St François Cuisinier, ci-devant Facteur d'Instruments. Dans celui-ci il y a une Rouë qui fait l'office d'Archet, & qu'on fait tourner de la main gauche avec une manivelle, pendant qu'on joue de la main droite sur les touches, comme sur un Clavecin. Cet Instrument va à deux Octaves entières, & a un ton de plus, & joue sur cinq tons différens. Il a paru commode, & d'une harmonie agréable, avec plus d'étendue & de variété que la Vielle ordinaire.

II.

Un Instrument de M. de Quercineuf pour trouver en Mer la variation de l'Aiguille aimantée. On n'a point besoin d'attendre l'instant du lever ou du coucher du Soleil, on peut avoir la variation à toutes les heures du jour, parce que cet Instrument donnera toujours la Méridienne du Lieu, pourvû que la latitude en soit connue. Il a paru ingénieux, & digne qu'on s'en assurât encore par des expériences faites en Mer, sur-tout l'Auteur étant en état de lever les petits inconvénients qui pourroient se rencontrer dans l'usage, & de porter son invention à toute la perfection dont elle est capable.

III.

Un Instrument universel de M. le Carlier, Lieutenant particulier au Bailliage de Laon, pour connoître la hauteur du Soleil dans l'instant qu'il marque l'heure pour telle latitude qu'on voudra depuis 0 jusqu'à 60 degrés. Cet instrument a été trouvé ingénieux. Sa précision dépendra de celle avec laquelle il aura été divisé.

Hist. 1734.

. Q

I V.

Une Pendule sonnante & à répétition de M. Larfé, Maître Horloger à Paris. Il y a deux sortes de Pendules qui font ces deux fonctions, les unes ne les font qu'avec deux Roiages, les autres avec un seul, les 1^{res} sont plus composées, cependant on les préfère communément aux 2^{des}, dont la simplicité a beaucoup d'inconvénient dans l'usage. Celle que M. Larfé a proposée est du moins aussi simple, & exempte d'inconvénient. On y en soupçonnoit quelqu'un qu'on a trouvé compensé par un avantage. L'invention a paru nouvelle.

V.

Un Vaisseau de M. Limosin qui iroit en temps calme par le moyen de Rames. Les Rameurs n'y seroient pas appliqués immédiatement, comme ils le sont d'ordinaire, mais à des Manivelles qui les feroient mouvoir, moyennant quoi ils agiroient tous également. On est convenu de cet avantage qu'auroit la Manœuvre de M. Limosin sur la Manœuvre commune, le nombre des Hommes étant égal de part & d'autre, mais l'avantage seroit anéanti, & au de-là, par la difficulté d'employer un nombre suffisant de Rameurs, par les frottements inévitables de cette Machine, par la force perduë à mettre de grandes Pièces de bois en mouvement, par le coup de Rame qu'une Machine donne toujours plus imparfaitement que la main des Hommes, & enfin par les difficultés d'emmancher & d'ôter des Rames, & de manœuvrer commodément pendant un gros temps, ou un Combat. Ces défauts n'ont pas empêché de reconnoître beaucoup d'art & de génie dans cette Mécanique.



E L O G E

DE M. DE LAGNY.

THOMAS FANTET DE LAGNY nâquit à Lyon de Pierre Fantet, Secrétaire du Roy à la Chancellerie de Grenoble, & de Jeanne d'Azy, Fille d'un Docteur en Médecine de Montpellier. Il fut élevé dans sa première jeunesse par un Oncle paternel, Chanoine & Doyen de Joüarre, & continua ses études aux grands Jésuites de Lyon, toujourns le premier de sa Classe. Il composoit des vers Grecs dès la Quatrième, lorsqu'à peine ses Camarades sçavoient lire le Grec. Il ne faisoit pas seulement mieux que les autres l'instruction générale qu'on leur donnoit à tous, il la prévenoit souvent, & les Leçons qu'il avoit reçues lui faisoient deviner celles qui alloient suivre. Il acheta un jour par hasard, ou par instinct, si on veut, l'Euclide du P. Fournier, & l'Algebre de Jacques Pelletier du Mans. Dès qu'il eut vû de quoi il s'agissoit dans ces deux Livres-là, il ne s'occupa plus d'autre chose, mais secrettement. La grande avance qu'il avoit dans ses Classes, le don de retenir par cœur ce qu'il avoit entendu réciter une fois, celui de composer en Latin à mesure qu'on lui dictoit le sujet de la composition en François, tout cela lui faisoit trouver beaucoup de temps pour son plaisir, c'est-à-dire, pour cette étude cachée, bien plus difficile que l'autre.

S'il sacrifioit les Belles Lettres aux Mathématiques, on peut aisément juger qu'il ne traita pas mieux la Philosophie de l'Ecole, au moins celle de ce temps-là, d'autant plus insupportable à un esprit Géometre, qu'elle prétend raisonner, au lieu que l'Eloquence & la Poësie ne prétendent guère que flatter ou remuer l'imagination. La Jurisprudence, à laquelle on le destinoit, car quel est le Pere qui aimât asés

peu ses Enfants pour les destiner aux Mathématiques ? La Jurisprudence n'eut pas plus d'attraits pour lui. Après avoir fait trois années de Droit à Toulouse, il résista aux promesses les plus flatteuses d'une puissante protection que lui fit M. de Fieubet, premier Président de ce Parlement, pour l'attacher à son Barreau. Il résolut de se livrer entièrement à son goût, & de venir à Paris, où il avoit en vûe une place dans l'Académie des Sciences.

Il étoit déjà digne d'y penser. A l'âge de 18 ans, avec les deux Livres Élémentaires que nous avons nommés, & que l'on ne connoît presque plus, parce que d'autres plus parfaits & plus instructifs ont pris leur place, sans aucun autre guide, sans Maître, sans un ami à qui il pût seulement parler sur ces matières, il avoit jetté les fondemens des grandes Théories qu'il a depuis étenduës & perfectionnées, d'une nouvelle Méthode pour la résolution des Equations réduites du 3^{me} & du 4^{me} degré, de la Quadrature du Cercle infiniment approchée, de la Cubature de certaines portions Sphériques. Il est vrai que quand il lui fut ensuite permis d'avoir des Livres, & qu'après avoir étudié la Géométrie, il étudia les Géomètres, il trouva, peut-être avec autant de joye que de déplaisir, qu'il avoit été prévenu, mais seulement en partie, sur quelques-unes de ses découvertes. La gloire en étoit un peu diminuée, mais non pas le mérite, & il apporta toujours à Paris ce fonds qui avoit tant produit de lui-même, & qui ne pouvoit que devenir plus fécond par les secours étrangers.

Les talents dénués de fortune aspirent tous à Paris, ils s'y rendent presque tous, & s'y nuisent les uns aux autres. Il arrive le plus souvent qu'on y trouve toutes les places prises. M. de Lagny ne put entrer dans l'Académie qu'en 1695, mais parce que son poste pouvoit être encore longtemps infructueux, M. l'Abbé Bignon, le Protecteur général des Lettres, le fit nommer en 1697 Professeur Royal d'Hydrographie à Rochefort. Il se défendit d'abord d'accepter cet emploi, en représentant qu'il n'entendoit pas la Marine,

mais son Bienfaïcteur, qui sentit bien le prix d'un refus si modeste & si-defintéressé, le rassura contre sa prétendue ignorance, & lui garantit qu'il l'auroit bientôt surmontée. Cependant M. de Lagny, pour une plus grande sûreté, & par un extrême scrupule sur ses devoirs, demanda au Roy la permission de faire une Campagne sur Mer, afin de connoître par lui-même le Pilotage. Le Roy le lui accorda, & de plus, respectant en quelque sorte un Génie né pour de plus grands objets que l'Hidrographie, il eut la bonté de lui donner un autre Hidrographe qui travaillât sous lui, & c'est le même qui dans la suite lui a succédé.

Supérieur à son emploi autant qu'il l'étoit, il eut tout le temps nécessaire pour de plus hautes spéculations. Il envoyoit ses découvertes à l'Académie, dont il étoit toujours membre, mais les circonstances, quoique légères, ont toujours un certain pouvoir dans les choses mêmes qui sembleroient en devoir être les plus indépendantes. On lisoit peut-être ses Mémoires avec moins d'attention que si on les lui avoit entendu lire. C'étoit assés sa coutume de supposer dans un Mémoire ce qui étoit établi dans un autre que l'on n'avoit pas, tout étoit bien lié, mais seulement pour lui, & on suspendoit son jugement, on arrêtoit l'impression naturelle que chaque partie auroit faite, jusqu'à ce qu'on eût vû le tout ensemble. Il m'a plusieurs fois avoué lui-même que ce tout ensemble, il eût eu bien de la peine à le former ; ses nouvelles idées étoient en trop grand nombre, trop vives, trop impatientes de se placer, pour souffrir un arrangement bien régulier & bien tranquille. Enfin dans le temps du séjour de M. de Lagny à Rochefort, l'Académie commençoit à s'occuper beaucoup de la Géométrie nouvelle, & tout ce qu'il donnoit appartenoit à l'ancienne, quoique poussée plus loin. Il ne parloit que de choses dont les autres avoient parlé, & quoiqu'il en parlât fort différemment, la curiosité étoit moins piquée que si les choses elles-mêmes avoient été plus neuves. La nouveauté ne perd guère ses droits sur nous, &

il faut convenir qu'elle en avoit en cette occasion des plus forts qu'elle puisse jamais avoir.

M. de Lagny ennuyé de Rochefort, malgré les occupations de sa place, malgré ses études particulières, malgré le plaisir d'y réussir selon ses souhaits, car le moyen qu'il ne se sentit toujours propre à un plus grand Théâtre ? faisoit de temps en temps des voyages à Paris, pour épier les occasions d'y rester. Ce ne fut qu'au commencement de la Régence que feu M. le Duc d'Orléans l'y arrêta, en le faisant Soudirecteur de la Banque Générale, de la même manière à peu-près, & par les mêmes motifs que l'on donna en Angleterre la Direction de la Monnoye de Londres à M. Newton. On jugea, & là & ici, que la grande Science du Calcul, ordinairement assés stérile par rapport à l'utilité des États, seroit tournée avantageusement vers ce grand objet, & qu'en même temps les deux Géometres, à qui elle avoit coûté de longs travaux, en seroient récompensés par de semblables postes. Tous deux se trouverent tout-à-coup dans une richesse qui leur étoit nouvelle, transportés du milieu de leurs Livres sur des tas d'Argent, & tous deux y conserverent leurs anciennes mœurs, cet esprit de modération & de desintéressement, si naturel à ceux qui ont cultivé les Lettres. Mais la fortune de M. Newton fut durable, & celle de M. de Lagny ne le fut pas ; les affaires changerent en France, la Banque cessa, mais avec honneur pour M. de Lagny ; tous ses Billets furent acquittés, & il laissa dans l'ordre le plus exact tout ce qui avoit appartenu à son administration. Le Philosophe fut heureux de n'avoir pas perdu dans une situation passagere le goût de simplicité qui lui devoit être d'un plus long usage.

Rendu entièrement à l'Académie ; il ne lui fut pas difficile d'en bien remplir les devoirs. Il se trouvoit riche de plus de 20 gros Porte-feuilles *in-folio*, pleins de ses réflexions, de ses recherches, de ses calculs, de ses nouvelles Théories, il n'avoit qu'à y choisir ce qu'il lui plaisoit, & à l'en détacher.

Tout cela tendoit principalement à une réforme, ou refonte entière de l'Arithmétique, de l'Algebre, & de la Géométrie commune. Il s'étoit rencontré avec M. Leibnitz, car les preuves de la rencontre ont été bien faites, sur l'idée singulière d'une Arithmétique qui n'auroit que 2 Chiffres, au lieu que la nôtre en a 10. L'Algebre, sans comparaison plus étendue & plus compliquée, & qui l'est d'une manière à effrayer, changeoit entièrement de forme entre ses mains; tout se résolvait par des Progressions arithmétiques de son invention, qui naïssoient des Equations proposées; le fameux Cas irréductible, ce Nœud Gordien, cet Ecueil qui subsistoit depuis la naissance de l'Algebre, ou dispaeroissoit, ou n'embarassoit plus. La Mesure des Angles, dont il faisoit une Science à part sous le nom de *Goniométrie*, méritoit cet honneur par la nouveauté de la Théorie qui l'établissoit, & de-là se tiroit une Trigonométrie, beaucoup plus simple que celle dont on se contente jusqu'à présent, & délivrée de toutes ces Tables de Sinus, Tangentes & Sécantes, attirail incommode, toujours borné, quelque vaste qu'il soit, & qui demande qu'on se repose avec une confiance aveugle sur le travail d'autrui. Enfin un des grands objets de M. de Lagny étoit la *Cyclométrie*, ou Mesure du Cercle. Il la trouvoit par des Séries ou Suites infinies de Nombres, telles que leurs sommes, si on eût pû les avoir, l'eussent donnée exactement, ou que du moins chacun de leurs termes, ou les sommes d'un nombre fini de ces termes, la donnoient toujours avec moins d'erreur, de sorte que l'erreur diminuoit tant qu'on vouloit. Il s'étoit encore rencontré avec M. Leibnitz sur une Série donnée en cette matière par ce grand Géometre, & qui fit du bruit en son temps, mais, quoiqu'ingénieuse, elle a le défaut d'être trop lente dans tout son cours, au lieu que le mérite de ces sortes de Séries consiste à être fort rapides dans leur marche à leur origine, & ensuite si lentes vers leur extrémité, qu'on puisse sans erreur sensible négliger tous leurs derniers termes, quoiqu'en nombre infini. Il avoit souverainement l'art de former ces Séries avec

facilité, de leur donner une certaine elegance dont elles sont susceptibles, & qui est une espece d'agrément de surrogation, de leur faire prendre enfin, selon les différents besoins, différentes formes sans en altérer le fond. Comme les médiocres Géometres ont souvent le malheur de trouver la Quadrature exacte du Cercle refusée aux autres, & qu'ils ne manquent pas d'apporter à l'Académie leurs magnifiques assertions, M. de Lagny les réprimoit dans le moment, en leur faisant voir, par le moyen de ses Séries, des Quadratures plus exactes que les leurs, & plus exactes à l'infini.

Il avoit peut-être mal pris son temps de ne travailler qu'à de nouveaux fondements du grand édifice de la Géométrie, quand on ne songeoit presque plus qu'à en construire le Comble par la sublime & fine Théorie de l'Infini. Mais ce Comble une fois mis, il semble que les fondements posés par M. de Lagny conviendroient mieux à tout l'édifice, tel qu'il sera alors. Non seulement toutes les vûes qu'il a données se lieroient facilement avec l'Infini, elles y percent déjà, & y entrent, quand même il ne l'auroit pas voulu.

Nous avons rendu un compte assés détaillé de ses travaux, à chaque occasion qu'il nous en a donnée dans nos Volumes, où il s'agit si souvent de lui. Pour rapporter cependant quelques traits particuliers de son génie, assés courts pour trouver place ici, nous en choisisrons deux, sans prétendre qu'ils soient absolument préférables à beaucoup d'autres.

* V. l'Hist.
p. 89. &
suiv.

Il a donné à l'Académie en 1705 * l'expression Algébrique de la Série infinie des Tangentes de tous les Arcs ou Angles multiples d'un premier Arc ou Angle quelconque connu, & cela d'une manière si simple, qu'il n'avoit besoin que de deux Propositions très-élémentaires d'Euclide. Descartes a dit que ce qu'il avoit le plus désiré de sçavoir dans la Théorie des Courbes, étoit la Méthode générale d'en déterminer les Tangentes qu'il trouva, & je sçai de M. de Lagny qu'il avoit eu le même desir de trouver le Théoreme énoncé, dont il voyoit l'utilité extrême pour toute la Goniométrie.

Goniométrie & la Cyclométrie. La fameuse joye d'Archimede s'est de temps en temps renouvelée chés les Géometres, plus souvent pour la vivacité du sentiment, mais assés souvent aussi pour la beauté & l'importance des découvertes.

La Cubature de la Sphere, ou la Cubature des Coins & des Piramides Sphériques que l'on démontre égales à des Piramides rectilignes *, est encore un morceau de M. de Lagny, neuf, singulier, & qui seul prouveroit un grand Géometre. Il l'eût choisi pour orner son Tombeau, qui en eût imité plus parfaitement celui d'Archimede, où la Sphere entroit aussi.

* V. les M.
de 1714.
p. 409.

Quand ses forces baissèrent assés sensiblement, il demanda la Vétérançe, qu'il avoit bien méritée. On faisoit alors un Recueil général des anciens Ouvrages de l'Académie, & on jugea à propos d'y faire entrer un grand Traité d'Algebre Manuscrit qu'il avoit fait, beaucoup plus étendu, plus complet & plus neuf que celui qu'il avoit publié en 1697. Mais il fallut que ce fût un de ses Amis, M. l'Abbé Richer, Chanoine de Provins, fort au fait de ces matières; & plein des vûes de M. de Lagny, qui se chargeât du soin de revoir ce Traité, d'éclaircir ce qui en avoit besoin, de perfectionner l'ordre du tout, & même il y ajoûta beaucoup du sien.

M. de Lagny mourut le 12 Avril 1734. Dans les derniers moments, où il ne connoissoit plus aucun de ceux qui étoient autour de son lit, quelqu'un, pour faire une expérience philosophique, s'avisa de lui demander quel étoit le quarré de Douze; il répondit dans l'instant, & apparemment sans sçavoir qu'il répondoit, Cent quarante-quatre.

Il n'avoit point cette humeur sérieuse ou sombre, qui fait aimer l'étude, ou que l'étude elle-même produit. Malgré son grand travail il avoit toujourns assés de gayeté, mais cette gayeté étoit celle d'un homme de Cabinet. Elle eut cet avantage, que comme elle étoit fortifiée par des principes acquis dans ce Cabinet même, elle fut indépendante non seulement d'une plus grande ou moindre fortune, mais encore des événements littéraires, si sensibles à ceux qui n'ont point

d'autres événements dans leur vie. Il voyoit fort tranquillement que la plupart des Géometres, qu'un certain torrent emportoit loin de lui dans des Régions où il n'avoit pas pris la peine de pénétrer, en fussent moins touchés de ce qu'il produisoit, & jamais il ne partit de lui aucun trait ni de chagrin ni de malignité contre la nouvelle Géométrie. Se fût-il possédé jusqu'à ce point-là, si son ame eût reçu quelque atteinte? Nous laissons l'éloge d'une autre qualité de son ame aux regrets de quelques pauvres Familles que la médiocrité de sa fortune ne l'empêchoit pas de soutenir.

Il a été honoré de l'amitié particulière de M. le Chancelier, & de M. le Duc de Noailles aujourd'hui Maréchal de France, deux noms qu'il suffit de prononcer.

M. le Duc d'Orléans lui fit l'honneur de s'aider de ses lumières, & de plusieurs travaux qu'il lui ordonna, lorsqu'il voulut s'instruire à fond sur tout ce qui regarde le Commerce, les Changes, les Monnoyes, les Banques, les Finances du Royaume, connoissances qui ne seroient pas moins nécessaires à ceux qui sont à la tête de tout, qu'à ceux même chés qui elles paroissent jusqu'ici presque entièrement renfermées, & qui en savent tirer tant d'utilité.

M. de Lagny a été marié deux fois, & n'a laissé qu'une Fille qui est du premier lit.



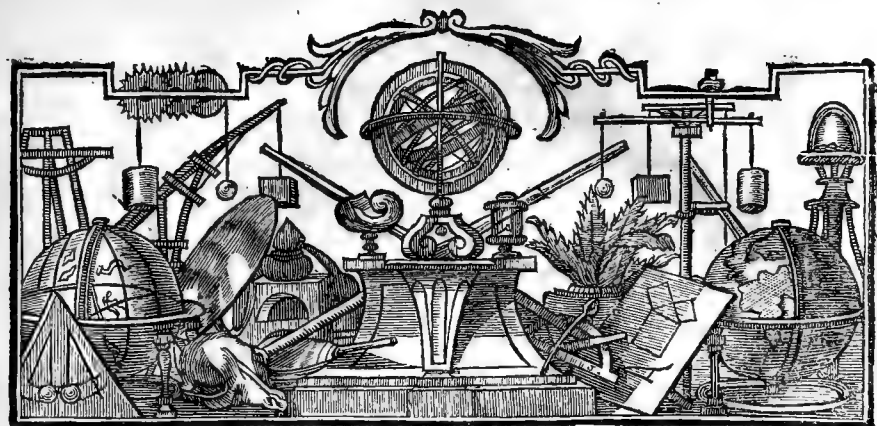
Extrait d'une Lettre de M. de la Condamine
à M. de Mairan, écrite de Quito au Perou
le 15 Juin 1736, servant d'Avertissement
pour le Mémoire de M. de la Condamine,
imprimé dans le Vol. de 1733. p. 294.

*J*E vous prie, Monsieur, s'il en est temps encore, d'empêcher que l'on n'imprime le Mémoire que je lus à l'Académie avant que de partir, sur la manière de tracer sur la Terre, par le moyen d'un instrument, un Cercle parallèle à l'Equateur ; ou, si ce Mémoire est imprimé, de faire insérer dans le Volume suivant la déclaration que je fais par cette Lettre, que je me suis trompé, lorsque j'ai dit qu'avec la Lunette mobile on déterminoit tous les points visibles du Parallèle sur lequel on avoit fait la première station ; je m'étois fondé sur la fausse supposition que tous les points qui sont dans le plan de ce Parallèle appartiennent au Parallèle, au lieu que cela n'est vrai que dans le cas du Niveau parfait. Le moyen que je dis aussi dans ce Mémoire, m'avoir été fourni par M. Godin pour vérifier l'instrument, n'est pas suffisant, parce que la Lunette tournant dans un plan parallèle à l'Equateur, ne répondra pas dans le Ciel au parallèle de la même latitude. Vous verrez pareillement que je me donne à la fin de ce Mémoire une peine très-inutile pour corriger les Réfractions, qui ne peuvent

nuire en aucune manière. Enfin je vous prie de témoigner à l'Académie que je reconnois l'erreur dans laquelle je suis tombé, & que je la supplie de trouver bon que mon desaveu paroisse dans le Vol. de 1734, en cas que mon Mémoire ait été imprimé dans celui de 1733.

Fautes à corriger dans les Mémoires de 1729.

<i>Page</i>	<i>Lignes</i>	<i>Lifés</i>
49.	27.	l'un ou l'autre.
penult.	$FS \times \overline{GS}^2$ est à $GS \times \overline{FS}^2$	



MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRES DES REGISTRES
de l'Académie Royale des Sciences,
De l'Année M.^cDCCXXXIV.

METHODE DE VERIFIER
la figure de la Terre par les Parallaxes de la Lune.

Par M. MANFREDI.



A figure de la Terre ayant été déterminée par les Astronomes de l'Académie Royale des Sciences, sur des mesures immédiates, prises avec le plus grand soin, & avec la plus grande exactitude possible, il semble qu'on ne devroit point douter de leurs déterminations pour attribuer à la
24 Mars 1734.
Mem. 1734. . A

Terre d'autres figures qu'on n'a pas établies par observation, mais qu'on a seulement déduites de quelques hypothèses, peut-être susceptibles de limitation dans les cas particuliers de quelqu'un des corps auxquels on croit les pouvoir appliquer.

Cependant il n'est pas inutile de chercher si par quelque autre méthode, fondée aussi sur des observations, on pourroit acquérir de nouvelles lumières touchant cette figure, & par ce moyen s'assurer de celle qu'on lui a trouvée, ou découvrir la véritable.

Parmi les méthodes qu'on y peut employer, je me suis avisé de chercher si l'on pouvoit en venir à bout par le moyen des Parallaxes de la Lune, en observant cet astre de concert en divers lieux de la Terre. Je vais exposer ce que j'ai médité à ce sujet, après que j'aurai éclairci quelques principes fondamentaux touchant la théorie des Parallaxes en général.

Selon l'idée que les Astronomes nous ont donnée de la Parallaxe, elle est l'angle compris dans le centre d'un astre par deux lignes droites, dont l'une part du centre de la Terre, & l'autre du point de la surface d'où l'on observe cet astre. Ayant été conçüe dans la prévention commune de la figure sphérique de la Terre, elle paroît être limitée à cette seule hypothèse, & on ne la trouve pas fort commode ni fort utile, lorsqu'on peut ou qu'on veut douter de la vérité de cette supposition. Ainsi il semble qu'il vaut mieux prendre la chose d'une autre façon, en expliquant ce que c'est que Parallaxe, d'une manière qui convienne également à toutes suppositions raisonnables touchant la figure de la Terre.

J'appellerai donc Parallaxe d'un astre situé dans un point quelconque L (*Fig. 1. 2. 3.*) à l'égard aussi d'un point quelconque de la surface de la Terre A , l'angle qui est compris dans le centre de l'astre par les lignes droites AL , EL , dont la première part du lieu A , & l'autre du point E , dans lequel l'axe de la Terre SPV est coupé par la ligne verticale de ce lieu ZAE , qui est perpendiculaire à la surface de la

Terre. Il est évident que si la Terre est sphérique (*Fig. 1.*) Fig. 1. le point de concours E de la verticale ZAE avec l'axe PS se confond avec le centre de la Terre C , & l'angle ALE , que j'appelle *parallaxe*, devient ALC , qui est la parallaxe dans la signification commune ; ainsi la définition qu'on donne ici ne change rien à l'idée qu'on a déjà de la Parallaxe dans l'hypothèse de la figure sphérique, qui est la seule à laquelle elle ait été attachée.

Ce point de concours E (*Fig. 1. 2. 3.*) de la verticale Fig. 1. 2. 3. du lieu avec l'axe de la Terre peut être appelé *centre imaginaire* à l'égard du lieu, & il le seroit aussi à l'égard de tous autres lieux de la Terre qui sont dans le parallèle du lieu A . Par la même raison la portion AE de cette verticale pourra s'appeler *demi-diamètre imaginaire* de la Terre ; & s'il étoit nécessaire de donner un nom au plan OE parallèle à l'horizon physique IR qui touche la Terre en A , on pourroit le nommer *horizon rationel imaginaire*, toujours par rapport au point A , pendant que le plan QC , mené par le véritable centre de la Terre, parallèle à ces deux plans, en est le *véritable horizon rationel*.

Si la Terre est un Sphéroïde allongé (*Fig. 2.*) c'est-à-dire, Fig. 2. si c'est le grand axe du Méridien PAS qui passe par les poles P, S , & convient avec l'axe de la Terre, alors le centre imaginaire E tombera entre le véritable centre C & le pole P le plus proche du lieu A . Mais si c'est le petit axe du Méridien (*Fig. 3.*) qui passe par les poles, ou si la Terre est un Fig. 3. Sphéroïde aplati, ce point E tombera au de-là du véritable centre C , vers le pole S le plus éloigné du lieu A . Tout cela est aisé à entendre par les propriétés des perpendiculaires de l'Ellipse, dont les Méridiens doivent à peu-près imiter la figure, si la Terre n'est pas sphérique.

On pourroit me demander par quelle raison je prends pour base de l'angle de la Parallaxe plutôt la portion AE (*Fig. 2. 3.*) de la ligne verticale du lieu, qu'une plus grande Fig. 2. 3. ou plus petite portion de cette même ligne, ou bien toute autre droite qui partiroit du point A , par exemple, celle

A ij

4 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
qu'on meneroit de A au véritable centre C , ainsi que la définition commune de la parallaxe le veut.

Mais il est aisé de répondre que le point constant que l'on doit choisir pour terme de la base de cet angle, doit être tel qu'à l'égard de ce point le mouvement diurne de l'astre paroisse régulier & uniforme, tel qu'il est en soi-même, au moins en supposant que l'astre ne change ni de distance au centre de la Terre, ni de parallèle à l'Equateur pendant ce mouvement; ce qui ne peut se vérifier de quelque autre point que ce soit pris hors de l'axe PS . D'ailleurs on ne sçauroit choisir ce point hors de la ligne verticale du lieu; car c'est la seule ligne au dedans de la Terre qui soit donnée de position à l'égard de l'observateur, la direction où se trouve le centre C , aussi-bien que celle de tout autre point imaginable de l'axe, lui étant inconnue.

En effet un Astronome qui est placé en A , & qui ignore la véritable figure de la Terre, voyant la régularité des mouvements des Etoiles fixes par des cercles paralleles entre eux, & comparant leurs apparences avec celles de la Lune, ou des autres astres qui ont parallaxe, trouvera que les voyages apparents de ces astres se détournent d'un parallèle à ces cercles toujours dans un sens qui porte à les éloigner du Zénith, & de la ligne verticale. C'est pourquoi il ne pourra choisir que cette ligne pour terme des irrégularités causées par la parallaxe; & s'il vouloit chercher un centre à l'égard duquel ces irrégularités s'évanouissent, il ne sçauroit se déterminer à le chercher ailleurs que dans cette ligne, où il en trouvera un en effet. Il pourra même prendre ce point pour le véritable centre de la Terre, tout de même que si elle étoit une sphere Abd décrite autour de ce centre E , par le point A où il se trouve. Il y imaginera son Equateur bd , ses Méridiens & ses paralleles, il conclura de-là les diverses apparences de cet astre qui conviendront aux diverses latitudes de cette *Terre imaginaire*, & il ne pourra se détromper de cette imagination que par la comparaison des observations faites en d'autres lieux de la véritable Terre PAS .

Après tout cela, si quelqu'un vouloit retenir à la rigueur la définition commune de la Parallaxe, même dans la supposition que la Terre ne soit pas sphérique, & prendre pour base de cet angle la droite AC , je ne m'y opposerai point, mon intention n'étant pas de changer les significations des mots qui sont établies par l'usage, mais seulement d'expliquer en quel sens je me servirai de ce nom de Parallaxe dans cette recherche : ce que j'espère qu'on me permettra, d'autant plus que si l'on ne change un peu la signification de ce mot, il faudra changer tous les Théoremes, & les Problemes fondamentaux qu'on a démontrés touchant les Parallaxes, comme l'on verra bientôt.

Ayant établi pour base de l'angle de la Parallaxe, pris dans mon langage, la portion de la ligne verticale AE , il est évident que l'effet de la Parallaxe sera toujours d'abaisser en apparence l'astre au spectateur A , sans le détourner jamais du plan vertical dans lequel il se trouve ; ce qui est aussi une propriété des Parallaxes prises à l'ordinaire dans l'hypothèse de la Terre sphérique : mais elle ne le seroit pas en retenant la définition commune pour l'appliquer à la figure sphéroïde, c'est-à-dire, en prenant pour base de la Parallaxe la ligne AC .

Il est aussi facile de voir qu'en supposant la même distance de l'astre LE , au centre imaginaire E (quelle que soit sa distance au véritable centre C) les sinus des parallaxes qui lui conviennent par rapport à un même lieu A , ou bien à une même latitude terrestre, à laquelle ce centre appartient, seront entr'eux comme les sinus des distances apparentes au Zénith ZAL ; & qu'ainsi au Zénith la parallaxe sera nulle, & que la plus grande parallaxe sera l'horizontale, c'est-à-dire, celle qui convient à l'astre, lorsqu'il est à l'horison physique du lieu RAI , ce qui s'accorde encore avec les Théoremes communs des parallaxes, mais qui ne se vérifieroit pas en retenant la définition ordinaire dans une autre hypothèse que de la figure sphérique.

L'on voit au contraire (*Fig. 4.*) qu'en supposant constante la distance CL , de l'astre L , au véritable centre de la Terre C ,

Fig. 4.

la distance du centre imaginaire E , au même astre L , peut changer, si l'astre change de déclinaison, ou de distance au pôle, qui est mesurée par l'angle LCV . Par conséquent, la parallaxe horizontale d'un astre L qui se trouveroit toujours dans la surface d'une sphere OVL , concentrique à la Terre, ne seroit pas constante, même par rapport à une latitude déterminée comme celle du lieu A , à moins que l'astre ne se trouvât toujours dans un même cercle HLG , parallèle à l'Equateur. Car en ce cas, la ligne CL tournant autour du centre C , & l'angle LCV demeurant constant, la ligne EL le seroit de même, aussi-bien que l'angle LEV . On peut appeller cet angle LEV , *distance imaginaire de l'astre au pôle*, au lieu que l'angle LCV en est la *véritable distance*; & on peut nommer la différence de ces angles CLE , *Parallaxe des centres*, qui dans cette dernière supposition est un angle constant.

Il est clair que cet angle CLE étant toujours dans un plan VLC qui passe par l'axe de la Terre PS , & la parallaxe ALE toujours dans un plan EZL qui passe par la verticale ZAE , ces deux angles ne peuvent se trouver dans un même plan, l'astre étant ailleurs que dans le Méridien. Alors ces deux angles composeront l'angle ALC , qui seroit la parallaxe suivant la définition ordinaire, l'angle ALC étant pour lors, ou la somme, ou bien la différence de ce que j'appelle Parallaxe de l'astre ALE , & de la parallaxe des centres ELC .

Enfin, il est évident que la parallaxe horizontale qui convient au même astre en deux lieux de la Terre qui ont différentes latitudes, se trouvera différente, quand même la ligne tirée des centres imaginaires à l'astre seroit de même longueur; à cause que la ligne AE qui soutend les parallaxes ne peut être de même mesure, si les deux lieux n'ont même latitude. Si la figure de la Terre est un Sphéroïde allongé, & elliptique à peu-près, la parallaxe horizontale sera plus petite aux lieux plus proches des poles de la Terre qu'aux plus éloignés, parce que dans l'Ellipse, la perpendiculaire AE est plus petite

dans les premiers que dans ceux-ci. Le contraire arrivera si la figure est applatie, & aussi elliptique à peu-près.

Il faut remarquer ici que suivant la définition commune qui donne pour base aux angles des parallaxes, un demi-diametre de la Terre, la parallaxe horisontale est l'angle sous lequel on voit ce demi-diametre du centre de l'astre par une ligne qui touche la Terre ; ce qui se vérifie aussi de la parallaxe horisontale prise de la manière que je la prends ici à l'égard du demi-diametre imaginaire, mais non pas du demi-diametre réel de la Terre, à moins qu'elle ne soit sphérique.

Si, dans les autres hypotheses de sa figure, on vouloit prendre pour parallaxe horisontale, l'angle sous lequel on voit du centre de l'astre un de ses demi-diametres réels, par une ligne qui touche la surface de la Terre, cet angle seroit indéterminé, quand même la position de l'astre seroit donnée ; parce que l'on pourroit tirer de l'astre plusieurs lignes qui toucheroient la Terre aux extrémités de plusieurs demi-diametres différens de longueur & de position. Mais si, entre les demi-diametres, l'on se déterminoit à choisir celui qui est, par exemple, dans le plan d'un même Méridien avec l'astre ; alors en supposant la figure de Sphéroïde allongé, la parallaxe horisontale seroit plus grande, à mesure que l'extrémité de ce demi-diametre (qu'on ne verroit pourtant d'ordinaire qu'obliquement) c'est-à-dire, le point touchant sur la surface de la Terre, seroit plus proche du pole ; & au contraire en supposant la figure applatie.

C'est donc ainsi, si je ne me trompe, que M. le Chevalier *Newton* a considéré la parallaxe horisontale de la Lune, dans la dernière édition de ses Principes, qui est de l'an 1726, de Londres. Car dans l'hypothese qu'il suit de la figure applatie, en supposant la moyenne distance de la Lune au centre de la Terre, telle qu'il la trouve dans les Syzygies, & la parallaxe horisontale sous le Cercle équinoctial étant de $57' 20''$, il la fait à la latitude de 30 degrés de $57' 16''$, à 38 degrés de $57' 14''$, à 45 degrés de $57' 12''$, à 52 degrés

8 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
de $57^{\circ} 10''$, à 60 degrés de $57^{\circ} 8''$, & à 90 degrés de $57^{\circ} 4''$,
c'est-à-dire, toujours plus petite en allant vers les poles.

En revenant aux parallaxes prises à ma manière, on entend
assés ce qu'il est nécessaire de sçavoir, & ce qu'il faut faire,
pour réduire les lieux apparents des astres qu'on détermine
par l'observation immédiate aux lieux véritables qu'on ob-
serveroit du centre de la Terre C , quelque figure qu'on lui
donne. Car la parallaxe horisontale qui convient à la latitude
du lieu étant donnée, ou, ce qui revient au même, étant
connuë, le rapport entre le demi-diametre imaginaire AE ;
& la distance du centre imaginaire à l'astre EL étant aussi
connus, si l'on observe sa distance apparente au Zénith ZAL ,
en quelque plan vertical que ce soit, on pourra dans le trian-
gle LAE , trouver sa parallaxe ALE , pour cet instant, qui
étant retranchée de l'angle ZAL , donnera l'angle LEZ , qui
servira à l'ordinaire avec la hauteur du pole du lieu, & avec
quelque autre mesure donnée par observation, à trouver si
l'on veut, le lieu de l'astre par rapport aux cercles mobiles
de la Sphere.

L'ascension droite de l'astre qu'on déterminera de cette
manière en sera la véritable ascension, telle que si on l'ob-
servoit du centre de la Terre C ; car le plan du cercle d'as-
cension droite, dans lequel l'astre se trouve, passant par l'axe
de la Terre CV est le même plan dans lequel on le verroit,
tant du point E , que du point C , qui sont situés dans ce
même axe. Mais pour la déclinaison, ou distance de l'astre
au pole, celle qu'on déduira sera l'angle LEV , qui aura
besoin de correction, si l'on veut la véritable distance au
pole LCV . Cette correction se trouvera aisément, pourvû
qu'on sçache la figure & les dimensions de la Terre, ce qui
est indispensablement nécessaire si elle n'est pas sphérique.
Car ces dimensions donnant le rapport des droites EA , EC ,
& supposant aussi connu le rapport de EL à EA , qui est
celui du rayon au sinus de la parallaxe horisontale de l'astre
pour le lieu A , on en déduira le rapport de EL à EC , qui
avec l'angle CEL , supplement de LEV , donnera dans le
triangle

triangle CEL , l'angle LCV qu'on cherche, & donnera aussi la parallaxe des centres ELC .

Je ne m'arrêterai point à expliquer ce qu'il faudroit faire si l'on cherchoit la distance apparente au Zénith ZAL , la véritable position de l'astre étant donnée; car on voit assés qu'il n'y auroit qu'à faire les mêmes calculs avec un ordre contraire.

Pour ce qui regarde la manière de trouver par observation les parallaxes horisontales d'un astre, dans quelque lieu que ce soit de la Terre, on sçait que dans l'hypothese de la sphéricité, la méthode la plus simple, la plus facile, & même la plus sûre est celle de les chercher par le moyen des parallaxes horaires, ce qui s'exécute par un seul observateur, & dans un seul lieu, de la manière qui a été inventée, & expliquée par feu M. *Cassini*, dans son Traité de la Comete de 1680. Cette méthode non-seulement peut s'appliquer à une hypothese quelconque, mais si on ignore la véritable figure de la Terre, elle est peut-être la seule qu'on puisse pratiquer. Il faut seulement remarquer que tout ce que M. *Cassini* dit, en expliquant cette méthode, à l'égard de la Terre, de son Équateur, de ses cercles horaires, & d'autres, doit être appliqué à la Sphere imaginaire Abd , qui a pour centre le point E , & doit se rapporter à l'équateur de cette Terre bd , & à ses autres cercles; & que la Sphere dans laquelle il suppose que l'astre est placé ne doit pas être OVH , qui a son centre en C , mais MNH qui l'a en E , dont l'axe est la droite VC , aussi bien que de l'autre, & qui la coupe dans le cercle HLG , c'est-à-dire, dans le parallele de l'astre, le rayon de cette Sphere imaginaire étant EL , & non pas CL . La parallaxe horisontale qu'on trouvera de cette manière, sera celle qui convient au lieu A , & à la distance EL de l'astre au centre imaginaire E ; & le rapport qu'on découvrira du sinus de cette parallaxe au rayon sera celui du demi-diametre imaginaire AE à la ligne EL . Un autre observateur placé dans un autre lieu de la Terre à différente latitude, & qui feroit ses observations au même temps, trouveroit à cet astre une autre

quantité de parallaxe horisontale, & découvrira le rapport du demi-diametre de la Sphere imaginaire à la distance du centre de cette Sphere à l'astre.

Cela posé, pour venir de plus près à ce qui regarde ma méthode, il est clair que si par le moyen de la seule parallaxe horisontale déterminée en A , on vouloit découvrir celle qui convient en même temps à l'astre dans quelqu'autre lieu de différente latitude, par exemple, sous le cercle équinoctial en X , il faudroit absolument sçavoir le rapport du demi-diametre AE au demi-diametre de l'équinoctial CX , & aussi le rapport de la distance de l'astre LE à la distance LC , qui dépend de la distance des centres EC , c'est-à-dire, qu'il faudroit connoître les véritables dimensions, & la véritable figure de la Terre.

Mais si au contraire au même temps qu'on cherche par observation la parallaxe horisontale d'un astre dans le lieu A , on en fait de même dans le lieu X , ou bien dans quelque autre lieu de la Terre situé sous le cercle équinoctial, & qu'outre cela on détermine dans l'un & l'autre lieu les angles LEV , LCV , de la manière qu'on a indiquée ci-devant, il est clair qu'on pourra s'appercevoir par-là de la figure de la Terre. Car si elle est sphérique, les points E , C , se réunissant en un seul C , les angles LEV , LCV , se trouveront égaux. Si elle est sphéroïde allongée, le point de l'axe E , tombant entre C & P , l'angle LEV de distance au pôle visible pour le lieu A , sera plus grand que l'angle LCV , qui convient au lieu X , pris sous l'équinoctial; & si elle est applatie, LEV sera plus petit que LCV , le point de l'axe, E , tombant pour lors au de-là de C , vers l'autre pôle S .

Supposé que l'on trouve de la différence entre ces deux angles, cette différence sera la parallaxe des centres CLE , & dans le triangle CLE , tous les angles étant connus, on aura la proportion de la ligne CE , aux lignes LC , LE . Or comme par la parallaxe horisontale de l'astre en A , on sçait déjà la proportion de LE à EA , & par la parallaxe horisontale en X , on sçait aussi celle de LC à CX , on aura en

mêmes mesures les droites CX , CE , EA , c'est-à-dire, le diamètre de l'Équateur, la portion de l'axe depuis le centre jusqu'à la rencontre de la perpendiculaire, & la longueur de cette même perpendiculaire; ce qui suffit, dans la supposition que la courbe XAP soit une ellipse, pour déterminer la longueur de l'axe de la Terre CP , & pour décrire l'ellipse, l'angle AEP , complément de la hauteur du pôle en A , étant donné. On pourroit même vérifier l'espece de cette courbure, si l'on avoit de semblables observations faites dans d'autres lieux situés à diverses latitudes.

Ce que j'ai exposé par avance, montre déjà comment la seule observation des Parallaxes peut servir de fondement géométrique pour trouver la figure & les dimensions de la Terre. Ce n'est pas pourtant que je prétende qu'on entreprenne cette recherche de la manière que je viens de dire. Cela demanderoit trop de subtilité dans les observations. Mon intention n'est donc pas de déterminer, mais seulement de vérifier cette figure & ces dimensions, & cela d'une manière assez sensible, comme il paroîtra par la méthode que je vais désormais expliquer.

Je propose donc que l'on choisisse deux lieux pour y faire de concert pendant quelque temps des observations de la Lune, les parallaxes de cet astre étant beaucoup plus sensibles que celles de tout autre. Soit l'un des lieux (*Fig. 5.*) par exemple Paris au point A , & l'autre, que nous supposérons d'abord, pour une plus grande facilité, sous le Cercle équinoctial, & sous le même Méridien de Paris, au point X . On observera à Paris les Parallaxes horaires de la Lune aux jours qu'on aura concertés, par la comparaison de son passage par un même cercle horaire avec une Étoile fixe, & on en déduira la parallaxe horisontale suivant la méthode de M. *Cassini*. Cette parallaxe sera celle qui convient pour lors au demi-diamètre imaginaire de la Terre AE . On observera aussi la distance apparente au Zénith ZAL , au temps de son passage par le Méridien, & par le moyen de la parallaxe horisontale qu'on aura trouvée, on calculera l'angle de parallaxe

Fig. 53

absoluë ALE qui convient à cette distance apparente. Enfin on déterminera exactement par le Micrometre, ou par les filets horaires & obliques, la différence apparente des paralleles entre la Lune & cette même Étoile fixe, ou bien un autre quelconque H , pour le temps du passage de la Lune par le Méridien, ce qui donnera l'angle MAL , dans le plan du Méridien, qui mesure la distance de ces paralleles.

L'autre observateur en X déterminera aussi au même temps par ses observations la parallaxe horifontale de la Lune qui convient au demi-diametre CX , & observera de même la distance apparente de la Lune à son Zénith YXL , lorsqu'elle passera par le Méridien, pour calculer par ce moyen la parallaxe XLC , au temps de ce passage. Enfin il mesurera exactement l'angle LXN , qui sera pour ce temps, la différence des paralleles de la Lune, & de la même fixe H , qu'on aura observée en A .

Par la comparaison des observations faites dans les deux lieux, on connoîtra aussi-tôt l'angle ALX , car il sera toujours égal à la différence des angles observés MAL , NXL , si la fixe dans les deux lieux a paru de même côté par rapport à la Lune, ou bien à leur somme, si elle a été vûë de divers côtés, ce qui est facile à démontrer par le parallelisme des lignes AM , XN , qui vont sensiblement à un même point infiniment éloigné, où le parallele de la fixe coupe le Méridien.

Les trois angles ALE , CLX , ALX , étant donc connus, il sera facile de voir s'il y a une parallaxe sensible des centres ELC , c'est-à-dire, si le point E est différent du point C . Car lorsque la somme des parallaxes ALE , XLC , se trouvera égale à l'angle ALX , la Lune passant entre les deux Zéniths Z , Y , ou bien lorsque la différence de ces parallaxes sera aussi égale à l'angle ALX , la Lune étant au de-là de Y , dans l'hémisphere méridional, il est clair que les deux lignes EL , EC , n'en feront qu'une, le point E tombant sur C , & la figure de la Terre sera sphérique.

Si la somme des parallaxes dans le premier cas, ou bien

leur différence dans le second n'égale pas l'angle ALX , il y aura une parallaxe des centres ELC . Alors la différence des angles connus ALX , CLX , si la Lune est entre les Zéniths Z , Y , ou leur somme si elle est au de-là de Y , donnera l'angle ALC . En l'un & l'autre cas, si cet angle est plus grand que la parallaxe ALE , le point E tombera au de-çà du centre C , vers le pôle P , le plus proche du lieu A , & la Terre sera un Sphéroïde allongé; mais si ALC est plus petit que ALE , le point E , tombera au de-là de C , vers l'autre pôle S , & la figure de la Terre sera un sphéroïde aplati.

Je n'ai pas mis à compte le cas où la Lune se trouve au de-çà du Zénith Z vers le pôle V , car cela n'est pas possible, le lieu A étant à Paris; & il ne seroit pas même avantageux de prendre pour le point A un lieu où ce cas pourroit arriver, c'est-à-dire, entre les Tropiques de la Lune, parce que l'angle CLE ne pourroit alors être que fort petit, quand même la Terre auroit assés sensiblement la figure sphéroïde.

On pourroit aussi s'appercevoir de la figure de la Terre par la seule comparaison des parallaxes horisontales trouvées en A , & en X , la parallaxe horisontale en X , devant se trouver égale à celle en A , si la Terre est sphérique, ou plus grande, si elle est allongée, & plus petite, si elle est aplatie. Mais il est plus sûr de la déduire des angles parallaxiques qui se font en L , de la manière qu'on a dit, parce que la différence des parallaxes horisontales en A , & en X , ne peut pas être aussi sensible ni aussi évidente que la parallaxe des centres LEC le doit être, quelle que soit la figure de la Terre.

On a supposé d'abord les lieux A , X , sous un même Méridien, mais il est facile de voir que cela n'est pas nécessaire, quoiqu'il soit à propos que la différence des Méridiens ne soit pas trop grande; car en observant dans l'un des lieux le changement horaire de la Lune en déclinaison apparente, ce qu'on peut faire avec le Micrometre par rapport à la même fixe H , & la différence des Méridiens étant connue, on trouvera la réduction qu'il y aura à faire aux observations de ce lieu, tant de la distance apparente au

Zénith, pour lui assigner la parallaxe $AL E$, que de la différence des parallèles de la Lune, & de la fixe, pour la réduire au Méridien de l'autre lieu.

On a aussi supposé, pour faciliter l'explication de la méthode, que l'un des deux lieux est placé sous le cercle équinoctial ; mais on peut dans la pratique s'épargner la peine de chercher un tel lieu, non seulement sans préjudice de l'exactitude, mais avec avantage, comme l'on verra bien-tôt.

Mais parce qu'en fait de méthodes astronomiques il est important de sçavoir les limites de précision, & de certitude que l'on peut espérer d'atteindre en les pratiquant ; ce qui dépend d'une estimation exacte des petites erreurs qui sont inévitables dans les observations, voyons si par la méthode que j'ai exposée, on pourra au moins s'appercevoir évidemment de la figure de la Terre, en cas qu'elle soit telle que M. *Cassini* le fils l'a déduite des mesures qu'on a prises actuellement.

Ayant calculé la longueur de la ligne CE pour la latitude de Paris, sur les dimensions des axes du Sphéroïde allongé qu'il a données dans son excellent ouvrage de la grandeur & de la figure de la Terre, je la trouve de 50 parties, dont le demi-diamètre de l'Équateur CX est 3255. C'est pourquoi l'angle CEL étant droit, ce qui arrivera lorsque la Lune se trouvera à peu-près dans le cercle équinoctial, la parallaxe des centres ELC , doit être à peu-près la 65.^{me} partie de la parallaxe horizontale qui convient au demi-diamètre de l'équinoctial CX . En supposant cette parallaxe de 61 minutes, comme elle l'est quelquefois, on trouvera l'angle ELC de 57 secondes, qui est un angle assez sensible pour être apperçu par des Astronomes exacts. Si l'angle LEC est de 120 degrés, c'est-à-dire, si la Lune est dans sa plus grande déclinaison septentrionale, l'angle ELC sera un peu moindre, c'est-à-dire, de 50 secondes ; & si dans cette supposition la parallaxe horizontale n'étoit que de 54 minutes, l'on trouveroit encore l'angle ELC de 42 secondes, & c'est le moindre qu'on le puisse trouver, la Lune étant

dans l'hémisphère septentrional, si la Terre a la figure qu'on suppose. Si la Lune étoit au de-là de l'Equateur, cet angle pourroit être plus petit; d'où l'on voit qu'il est avantageux d'avoir la Lune le plus proche de l'Equateur, & le plus proche aussi de la Terre qu'il est possible.

Si au lieu de choisir Paris pour l'un des deux lieux A , pour y faire ces observations, on les faisoit dans un autre lieu qui eût une plus grande latitude, en supposant toujours l'autre observateur sous le cercle équinoctial en X , cet angle devroit encore se rendre plus sensible. Je trouve qu'en prenant tout l'avantage des circonstances ci-dessus marquées, dans la latitude de 60 degrés, la parallaxe des centres ELC seroit d'une minute 7 secondes, & dans la latitude de 75 degrés, d'une minute 15 secondes. Si l'on pouvoit faire ces observations sous le pôle P , on trouveroit CE de 68 des mêmes parties, dont CX est 3255, & la parallaxe des centres d'une minute 17 secondes.

Mais si en prenant pour le point A tel lieu qu'on voudra dans l'hémisphère septentrional, on ne choisit pas pour le point X , un lieu placé sous l'équinoctial, mais au de-là de l'équinoctial vers le midi, la détermination & le calcul des angles parallactiques, qui se font dans le centre de la Lune L , iront tout de même que ci-devant, & cependant on pourra gagner beaucoup dans la grandeur de la base CE , le point C n'étant plus pour lors le centre de la Terre, mais le centre imaginaire du lieu méridional où l'on fera les observations, ce qui rendra plus grand l'angle ELC , que l'on pourra encore, si l'on veut, appeller *parallaxe des centres*. Je ne m'arrêterai point à en dire davantage, parce qu'il est évident qu'on peut par ce moyen doubler cet angle, en choisissant le point X , avec autant de latitude australe que le point A en aura de boréale, & par-là rendre cette détermination plus sensible, & plus sûre.

Les découvertes des Terres Australes n'ayant pas encore été poussées aussi loin que celles des Boréales, on pourra néanmoins trouver une base EC , assez grande pour soutenir,

dans les circonstances qu'on a dit être les plus avantageuses, une parallaxe des centres ELC , d'environ deux minutes. Comme si l'on prenoit pour le point A , Upsal, ou Petersbourg, ou Archangel, & pour X , le Cap de Bonne-Esperance, dont la longitude n'est pas même fort différente de celle de ces lieux ; ou bien si en choisissant pour A , Quebec, l'on prenoit pour X , le Détroit de Magellan, ces deux lieux étant dans les Cartes de M. Delille presque sous un même Méridien.

Examinons donc si la somme des erreurs qu'on peut craindre dans les observations nécessaires à cette détermination, peut aller assés loin pour rendre douteuse toute cette différence de deux minutes, qu'on doit trouver dans cette hypothèse, & dans ces circonstances, pour parallaxe des centres ; ou bien si, toutes les erreurs étant évaluées, il doit rester encore quelque chose de sensible qui rende évidente cette parallaxe. On s'assûrera de cela, en cherchant les plus grandes méprises où un observateur exact pourroit tomber dans les mesures des angles ALX , ALE , CLX , qui sont les seuls qu'on employe immédiatement pour trouver la parallaxe des centres ELC .

En commençant par l'angle ALX ; comme il résulte de la somme ou de la différence des deux MAL , NXL , qui sont les différences de déclinaison de la fixe H , & de la Lune, au temps de son passage par le Méridien, on n'y peut soupçonner qu'autant d'erreur qu'on pourroit en commettre dans la détermination qu'on feroit de ces différences avec le Micrometre. Or il est certain que les Astronomes déterminent par cet instrument les différences apparentes de déclinaison à 5 secondes près ; & quand même on prétendroit qu'on ne pourroit s'en assûrer qu'à 10 secondes, ayant égard au diametre de la Lune, qu'il faut observer au même temps, pour réduire cette différence au centre, & qu'outre cela on voudroit supposer que la somme de ces erreurs resteroit toute entière dans la mesure qu'on déduiroit des observations de l'angle ALX , les erreurs ne se compensant point l'une l'autre,

cet

cet angle ne seroit douteux que de 20 secondes tout au plus.

Il est vrai que les deux lieux A , X , n'étant pas exactement sous un même Méridien, il faudroit dans l'un des lieux donner à cette différence une correction pour la réduire au Méridien de l'autre lieu ; ce qui demande que la différence des Méridiens soit connue, & que le mouvement apparent de la Lune en déclinaison le soit aussi. Mais en observant plusieurs fois la Lune, & la fixe pendant une ou deux heures, on peut s'assurer de ce mouvement, & de ses inégalités, en sorte qu'on ne se méprendra que de fort peu, & d'une quantité presque insensible dans la réduction qui convient à la différence supposée des Méridiens, pourvu qu'elle soit assez petite ; & le doute qu'on peut avoir sur la véritable mesure de cette différence n'allant pas d'ordinaire à une minute d'heure, le changement de déclinaison apparente dans ce petit temps ne sera aussi que fort petit, & je crois qu'on ne doit mettre en compte pour tout cela que 10 secondes d'erreur dans la réduction, qui font en tout 30 secondes d'incertitude dans l'angle ALX .

Pour l'angle ALE , qui est la parallaxe absolue de la Lune au Méridien dans le lieu A , sa mesure dépend premièrement de la distance apparente au Zénith ZAL , qu'on aura observée. Cette observation étant faite avec soin, ne peut être douteuse tout au plus que d'une minute, & une minute de doute dans la distance au Zénith n'en coûte jamais qu'un d'une seconde dans la parallaxe de hauteur, en supposant connue la parallaxe horizontale ; mais on peut compter deux secondes, à cause de l'incertitude d'une autre minute qu'on pourroit soupçonner dans l'angle ZAL , pour les irrégularités des réfractions.

La parallaxe ALE dépend outre cela de la parallaxe horizontale qu'on aura trouvée par les observations des parallaxes horaires faites dans le lieu A . Dans la détermination de cette parallaxe horizontale on prend pour un des éléments du calcul la hauteur du pôle du lieu ; mais quand même on

se tromperoit dans cette hauteur de 2 minutes (ce qui n'arrive jamais en faisant l'observation avec soin) cela ne seroit rien de sensible dans les parallaxes. On employe encore dans ce calcul la déclinaison apparente de la Lune qui est donnée par la différence qu'on en observe à celle d'une fixe, & dans cela même deux ou trois minutes d'erreur (qu'on ne peut commettre que par négligence) ne changeroient de rien la parallaxe horisontale qu'on cherche. Enfin il entre dans ce calcul la différence de temps qu'on observe à diverses heures d'une même nuit, entre les passages de la Lune & d'une fixe par les mêmes cercles horaires à quelque distance au Méridien, & la différence de ce temps, qu'on devroit observer dans les mêmes cercles, si la Lune n'avoit point de parallaxe, ce qui dépend du mouvement véritable de la Lune en ascension droite, qu'on déduit de ses passages par le Méridien, observés deux ou trois jours de suite. J'avouë que cette détermination est fort délicate, & que c'est-là où il est plus facile de se méprendre qu'ailleurs. Je crois pourtant que les Astronomes m'accorderont qu'on peut après tout cela s'assurer de la parallaxe horisontale qui en résulte, dans une demi-minute de cercle; & je remarque de plus qu'une demi-minute d'erreur dans la parallaxe horisontale trouvée au lieu *A*, ne doit pas rester toute entière dans la parallaxe *ALE*, qui répond à la distance au Zénith dans le Méridien, mais qu'elle doit devenir moindre en raison du sinus de cette distance au rayon; c'est-à-dire, que si la distance méridienne de la Lune au Zénith du lieu *A* ne passe pas 60 degrés (distance au de-là de laquelle il ne seroit pas sûr d'entreprendre la recherche de la parallaxe horisontale, l'irrégularité des réfractions dans les cercles horaires pouvant altérer l'effet des parallaxes) cette demi-minute d'incertitude dans la parallaxe horisontale n'en donnera tout au plus que 26 secondes dans l'angle *ALE*: & y adjouçant les deux secondes trouvées ci-dessus, on conclura que cet angle ne sçauroit être douteux que de 28

secondes tout au plus ; mais on peut le supposer de 30.

Enfin pour l'angle *CLX*, on fera le même raisonnement qu'on vient de faire pour l'angle *ALE*, & l'on trouvera aussi la même limite d'incertitude d'environ 30 secondes, la Lune n'étant éloignée du Zénith du lieu *X*, que de 60 degrés. Où il est à remarquer que la distance de la Lune au Zénith étant dans l'un des lieux de 60 degrés, elle ne peut être qu'au dessous de cette quantité dans l'autre, qui est dans l'hémisphère opposé, à moins que les deux lieux ne soient éloignés entr'eux de 120 degrés ou environ, & qu'ainsi il seroit fort difficile que l'un & l'autre de ces angles à la fois fussent fautifs de toute cette quantité de 30 secondes.

Ceseroient donc en fin les limites de certitude entre lesquelles des Astronomes habiles & exercés pourroient se promettre de déterminer leurs mesures des trois angles *ALX*, *ALE*, *CLX*; & comme il y a la même facilité de tomber dans chacune de ces erreurs par excès, ou par défaut, il seroit difficile d'y tomber dans toutes à la fois en tel sens qu'il seroit nécessaire, pour qu'en faisant les sommes ou les différences de ces trois angles de la manière qu'on a vû, la faute de l'un ne compensât pas en partie celle de l'autre, & que la somme des trois erreurs dût se trouver toute entière dans l'angle *ELC*, qui doit résulter de ces sommes & de ces différences. Néanmoins en supposant que cela arrive, l'on voit que cette somme ne va qu'à une minute 30 secondes, c'est-à-dire, à une demi-minute pour chacun des trois angles. Or l'on a trouvé que suivant les dimensions de la Terre de *M. Cassini*; l'angle *ELC*, en choisissant des lieux connus & accessibles, peut monter à 2 minutes, donc il reste toujours une demi-minute qui doit se manifester dans l'angle *ELC*, & rendre par-là sensible la figure de sphéroïde allongé qu'il a trouvée à la Terre; & cela d'autant plus, que si au contraire cette figure est aplatie, comme de grands Géometres le prétendent, cet angle *ELC*, bien-loin de se trouver dans ces circonstances d'une demi-minute, doit être, pour ainsi dire,

20 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
négatif, le point *E* tombant au de-là du point *C*, vers le
pole *S*.

Il seroit de l'industrie des Astronomes qui entrepren-
droient cette recherche, de concerter les temps propres à
ces observations, en cherchant les positions de la Lune les
plus favorables, & qui devroient rendre plus sensible l'effet
de la figure de la Terre dans les Parallaxes. Il semble qu'en
pratiquant cette méthode plusieurs fois, par exemple, à tous
les retours de la Lune visibles, pendant une année ou deux,
à une même fixe qu'on auroit choisie, on pourroit mettre
la chose dans une entière évidence.



Fig. 2

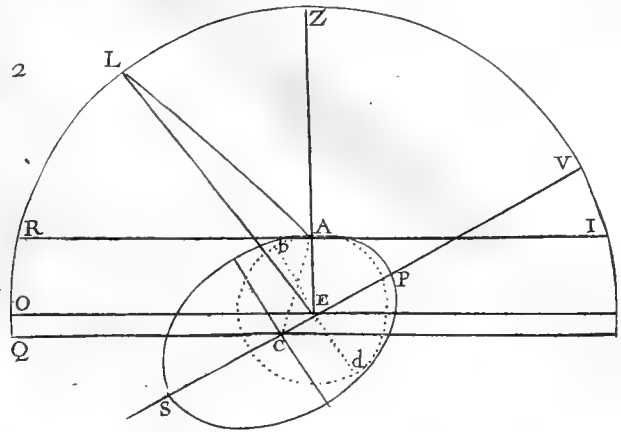


Fig. 4

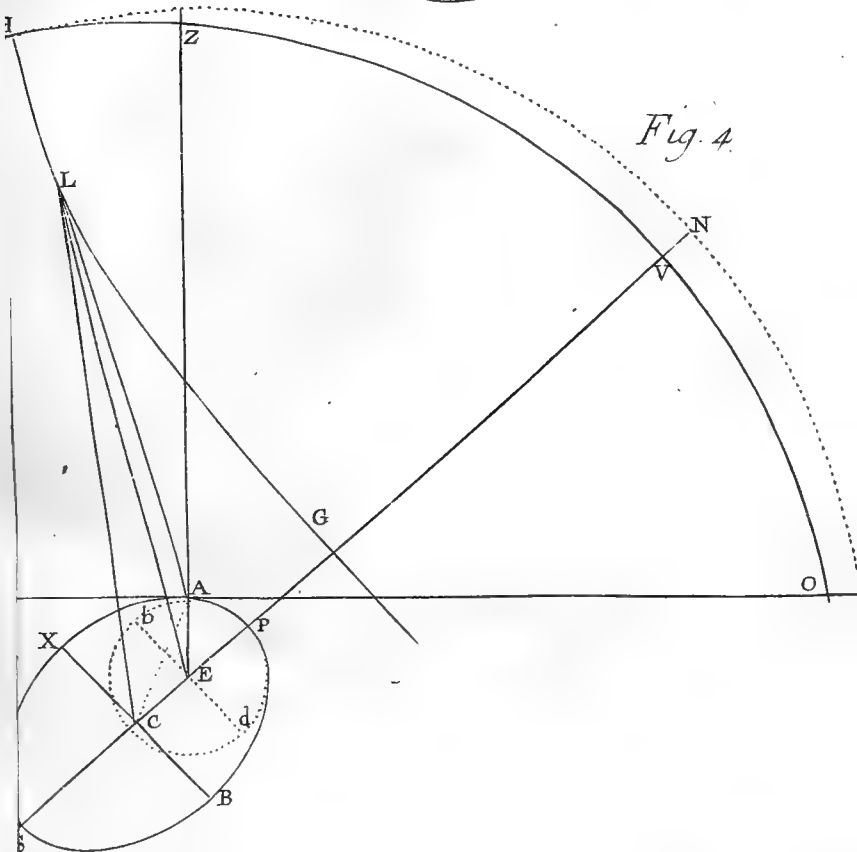


Fig. 1

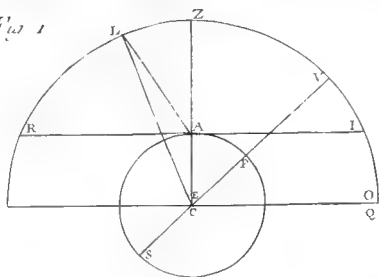


Fig. 2

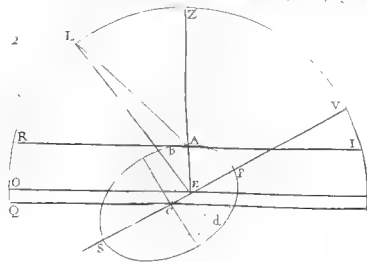


Fig. 3

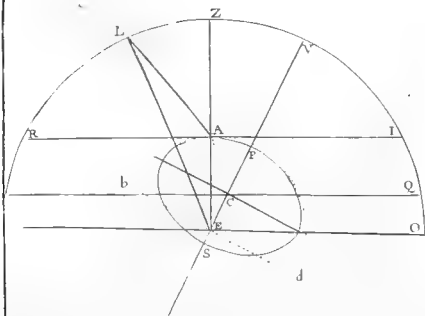


Fig. 4

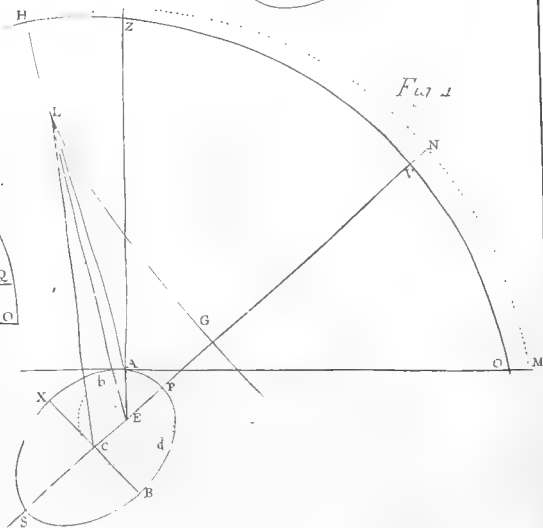
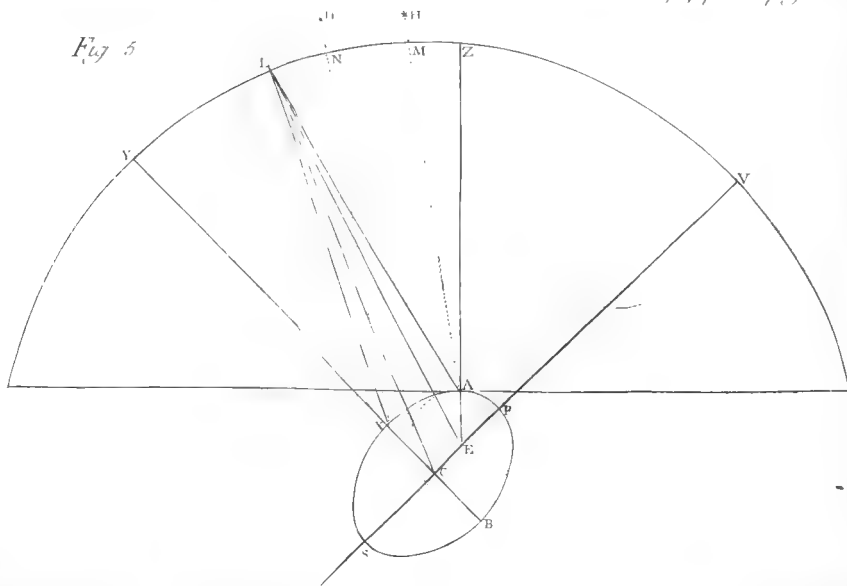


Fig. 5



COMPARAISON

*Des deux Loix que la Terre & les autres Planetes
doivent observer dans la figure que la pesanteur
leur fait prendre.*

Par M. BOUGUER.

UNE Planete considérée comme Fluide ne peut conserver constamment la même figure, que lorsque toutes les colonnes dont on peut supposer qu'elle est formée, & qui aboutissent à son centre, sont d'une égale pesanteur; sans cela, toutes ces colonnes ne se contrebalanceroient point, & les plus pesantes ne manqueroient pas de soulever par embas celles qui le seroient moins. Mais il faut encore qu'une autre condition soit remplie, il faut que les directions de la pesanteur soient exactement perpendiculaires dans tous les points de la surface; afin que les molecules du Fluide n'aient aucune pente à couler vers un côté ou vers un autre. L'observation de ces deux loix est également nécessaire, l'une assure, en quelque façon, le repos dans l'intérieur, pendant que l'autre l'établit au dehors, & ce n'est que le concours des deux qui rend l'état de la Planete toujours permanent. Entre plusieurs Mathématiciens d'un grand nom qui ont tourné leur vûe vers cette matière, M. Huyguens & M. Herman sont les seuls qui ont appliqué en même temps les deux loix; ils ont trouvé qu'elles s'accordoient à donner à la Terre une même figure dans les suppositions particulières d'une pesanteur originairement constante, & d'une pesanteur proportionnelle aux distances au centre. Personne, que je sçache, n'a poussé depuis l'examen plus loin, sur le concert des deux principes dont il s'agit, & il se peut faire qu'on ait crû qu'ils étoient secrètement les mêmes, ou que l'observation de l'un renfermoit toujours implicitement l'observation

31 Mars
1734.

de l'autre. Cependant, en les considérant avec attention, on s'apperçoit qu'ils ne peuvent guères se concilier que par quelque espece de hasard; car le premier, ou l'équilibre entre les colonnes, dépend principalement de la pesanteur des parties intérieures, & de la pesanteur de toutes ces parties; au lieu qu'il ne s'agit dans l'application de l'autre, que de la pesanteur actuelle qu'ont les seules parties situées vers la surface. Il reste donc à examiner d'où peut naître la convenance parfaite qui se trouve dans les cas considérés par les Auteurs que nous venons de citer. L'exercice des deux loix tombe sur des sujets trop différens, pour qu'elles puissent s'accorder toujours, & elles ne le doivent faire que dans certaines circonstances particulières qu'il est, sans doute, curieux de découvrir. D'ailleurs si, malgré les tentatives des Philosophes, nous ne connoissons pas encore le vrai système de la Pesanteur, il est toujours avantageux pour nous, de mieux connoître au moins toutes les propriétés qu'ont les Hypothèses que nous embrassons ordinairement.

Recherches sur l'observation du premier principe, ou sur l'équilibre entre les Colonnes.

I.

Fig. 1. Il n'est pas fort difficile de trouver la forme *AKBL* (Fig. 1.) que doit prendre une Planete considérée comme fluide, pour qu'il y ait un parfait équilibre entre toutes les colonnes dont on peut supposer qu'elle est formée. Nous allons chercher cette figure, & afin de donner une plus grande généralité à notre Solution, nous supposerons que les directions *KC*, *MG*, *mg*, &c. de la pesanteur primitive, au lieu de concourir dans un même point *C*, viennent se rendre en différens points de l'axe *AB* de la Planete *AKBL*, & que ces directions sont perpendiculaires à la superficie d'un Sphéroïde engendré par une ovale quelconque *ADBE*, dont *C* est le centre, & *AB* l'axe. Il faut remarquer que nous disons que *MG* & *mg* sont les directions de la pesanteur

primitive, afin de distinguer cette pesanteur de la pesanteur *actuelle*, qui est celle qu'on éprouve toujours, & qui n'est autre chose que la pesanteur primitive, altérée par la force centrifuge que produit le mouvement de la Planete sur son axe. Si la Planete *AKBL* étoit dans un parfait repos, on n'expérimenteroit que la pesanteur primitive sur la surface, & un corps pesant situé en *M* ne tendroit à tomber que selon *MG*, & qu'à proportion qu'il seroit poussé par la pesanteur primitive. Mais la Planete ne peut pas tourner sur son axe, sans que toutes ses parties ne fassent un effort continuel pour s'en éloigner; & quelque foible que soit cet effort centrifuge, il doit non-seulement diminuer toujours un peu la pesanteur primitive, il doit changer encore un peu ses directions.

Je nomme *t* les parties *FG*, *fg*, des directions *MG*, *mg*, qui sont interceptées entre l'axe *AB*, & la courbe *ADFBÊ*, à laquelle elles sont perpendiculaires, & *z* marquera les ordonnées *FI* de cette courbe, & *u* les parties *GB* de l'axe. La courbe *ADBE* étant indéterminée, les valeurs de *t*, de *z* & de *u* le sont aussi, & nos Recherches s'appliqueront par conséquent à toutes les diverses situations qu'on pourra attribuer aux directions de la pesanteur. Nous nommons de plus *p* la pesanteur primitive, variable ou constante qui s'exerce sur chaque direction *MG*; ou plutôt, comme il peut arriver que cette pesanteur ne soit pas égale sur toutes les directions, & qu'il se peut faire qu'elle soit plus ou moins forte vers l'Equateur, ou vers les poles, indépendamment même de la force centrifuge, nous la désignerons par ζp ; expression dans laquelle ζ sera quelque puissance ou quelque fonction du sinus de l'angle *MGB*, formé par la direction & par l'axe de la Planete; ou, si l'on veut, ζ sera quelque fonction de $FI=z$. La force centrifuge qui résulte du mouvement de révolution à la distance *a* de l'axe, sera marquée par *f*. Enfin *y* sera la longueur des directions *MG* de la pesanteur, depuis la surface *AKBL* de la Planete jusqu'à l'axe, & *s* les ordonnées *OP*. Ainsi il n'est question que de déterminer la valeur

Fig. 1.

Fig. 1.

de y ou de s , par rapport aux autres quantités que nous venons de spécifier, & nous saurons la figure $AKBL$ que doit prendre la Planete dans chaque hypothese particulière de pesanteur.

Si nous faisons maintenant attention à l'équilibre qui doit se trouver entre les colonnes dont la Planete peut être supposée formée, nous reconnoissons que la colonne mg doit se contrebalancer exactement avec la partie Bg de la colonne qui est couchée dans l'axe, puisque mg & Bg aboutissent dans le même point g . La colonne MG doit se contrebalancer par la même raison avec BG , de même que KC le doit faire avec la colonne entière BC . Il est évident d'un autre côté que la pesanteur des parties de BC n'est point altérée par la force centrifuge. Ainsi pdu étant la pesanteur des parties infiniment petites $Gg (= du)$ qui servent d'éléments à cette colonne, nous aurons $spdu$ pour le poids de ses parties sensibles Bg ou BG . Mais ce n'est pas la même chose de la pesanteur des colonnes mg ou MG ; dy désignant les parties infiniment petites dont est formée la hauteur y de chaque colonne, & ζp désignant la pesanteur primitive dans chaque point, nous aurons $\zeta p dy$ pour le poids de chaque petite partie, & $\int \zeta p dy$ pour le poids d'une colonne entière, ou plutôt $\zeta \int p dy$, parce que ζ est constante dans chaque direction. Mais il faut remarquer, conformément à ce que nous avons dit, que cette intégrale $\zeta \int p dy$ n'exprime la pesanteur actuelle que lorsque la Planete est dans un parfait repos, & que ses parties n'ont aucune force centrifuge qui se complique avec la pesanteur primitive. Ainsi il nous faut chercher l'effort que fait la colonne GM pour s'éloigner de l'axe AB , & voir quelle est la partie de cet effort qui s'exerce selon GM en sens directement contraire à la pesanteur.

Mais nous pouvons trouver immédiatement cette partie, en considérant, avec M. Huguens, qu'elle est égale à la force centrifuge absolue qu'auroit une colonne MP de même grosseur, qui seroit perpendiculaire à l'axe. Il est vrai qu'il

qu'il y a plus de matière en GM qu'en PM dans le rapport de GM à PM , & que GM a par conséquent plus de force centrifuge que PM dans le même rapport. Mais il se fait ici une compensation : car comme la force centrifuge absolue des parties de GM tend à les faire s'éloigner de l'axe AB selon des perpendiculaires à cet axe, il n'y a qu'une portion de cette force qui s'exerce selon GM , & qui est contraire à la pesanteur, & cette portion est plus petite que la force absolue, précisément dans le même rapport de GM à PM ; ce qui la rend parfaitement égale à la force centrifuge de PM . Or f désignant la force centrifuge à la distance a de l'axe AB , nous aurons $\frac{fs}{a}$ pour la force centrifuge en M à la distance $MP = s$, puisque la force centrifuge est proportionnelle aux rayons des cercles tracés par les mobiles de même masse, aussi-tôt que ces cercles sont décrits dans un temps égal, comme ils le sont tous ici. Nous n'aurions donc qu'à multiplier MP par $\frac{fs}{a}$ pour avoir l'effort total, si la force centrifuge étoit la même tout le long de MP : mais comme elle est de plus petite en plus petite à mesure qu'on considère des points plus proches de l'axe AB , & qu'elle diminue exactement en progression arithmétique, il ne faut multiplier MP que par la moitié de $\frac{fs}{a}$. Il nous vient de cette sorte $\frac{fs^2}{2a}$ pour la force centrifuge absolue de toutes les parties de MP ; force totale ou absolue qui est égale, selon le Lemme de M. Huguens, à toute la force centrifuge relative de GM , qui agit de G vers M en sens exactement contraire à la pesanteur. Mais $\int sp dy$ étant la pesanteur primitive de toute la colonne GM , & $\frac{fs^2}{2a}$ la force centrifuge qu'on en doit retrancher, on trouve $\int sp dy - \frac{fs^2}{2a}$ pour la pesanteur actuelle de MG ; & si nous l'égalons à la pesanteur $\int p du$ de BG , nous aurons l'équation $\int sp dy - \frac{fs^2}{2a} = \int p du$, dans

Fig. 1. laquelle les variables sont séparées, & qui marque d'une manière très-générale la relation qu'a la courbe $AKBL$ ou la figure de la Planete, avec la courbe $ADBE$ qui détermine la situation de toutes les directions de la pesanteur primitive.

Il est à propos de substituer dans cette équation, la valeur $\frac{\tau y}{t}$ de s , que donne l'analogie $GF=t:FI=\tau::GM=y:MP=s$; on aura $\zeta f p dy - \frac{f \zeta^2 y^2}{2 a t^2} = f p du$, qu'on peut appliquer aisément, comme on le voit, à toutes les hypothèses possibles. Il n'importe en effet, que les pesanteurs soient proportionnelles à quelque puissance ou à quelque fonction de y , l'équation sera prête à être construite, & ne contiendra que deux seules variables, puisque la nature de la courbe $ADBE$ fournit toujours la relation que t , τ & u ont entr'elles. Or aussi-tôt qu'on aura découvert la valeur de y , il n'y aura qu'à la porter depuis G jusqu'en M , & de cette sorte, on trouvera autant de points M de la surface de la Planete, qu'on cherchera de diverses valeurs de y .

Si l'on suppose que la pesanteur est par-tout absolument constante, qu'elle est non-seulement la même dans tous les points de chaque direction, mais qu'elle ne souffre aussi aucun changement d'une direction à une autre; il n'y aura qu'à mettre l'unité à la place de ζ , & l'équation générale $\zeta f p dy - \frac{f \zeta^2 y^2}{2 a t^2} = f p du$ se réduira à $py - \frac{f y^2}{2 a t^2} = pu$;

qui donne $y = \frac{a p t^2 \pm t \sqrt{a^2 p^2 t^2 - 2 a f p u \zeta^2}}{f \zeta^2}$. On a donc ici,

en termes connus, la valeur que doit avoir GM , afin que toutes les colonnes soient exactement en équilibre, & cela pour toutes les diverses dispositions que peuvent avoir les directions aussi-tôt que la pesanteur est constante.

Recherches sur l'observation du second principe, ou sur le niveau que toutes les parties de la surface doivent prendre. Fig. 1.

I I.

Il nous faut maintenant examiner le second principe, & voir la figure que doit prendre la Planete, pour que toutes les parties de sa surface soient exactement de niveau; ou, ce qui revient au même, pour qu'elles soient exactement perpendiculaires aux directions de la pesanteur. Il ne s'agit plus ici du poids entier des colonnes, mais seulement de la pesanteur actuelle d'un grave situé à la surface. Cette pesanteur résulte, ainsi que nous l'avons déjà dit, de la complication de la pesanteur primitive & de la force centrifuge. Comme la Planete est censée tourner continuellement sur son axe, le grave placé en M , en même temps qu'il est sollicité par la pesanteur primitive à tomber selon MG , il est sollicité par la force centrifuge à s'écarter selon MR , & ces deux efforts joints ensemble, forment par leur composition, la pesanteur actuelle selon MT . Il suit de là que MG & MR , représentant les deux premiers efforts, la diagonale MS du parallélogramme $RMGS$, représentera non-seulement la pesanteur actuelle, mais encore sa direction, & c'est par conséquent MS qu'on doit regarder comme exactement verticale, & qui seroit indiquée par un fil à plomb appliqué en M . Afin donc que la petite partie Mm de la surface de la Planete soit parfaitement de niveau, il faut qu'elle fasse un angle droit avec MS ; & pour cela, si MT est perpendiculaire au point M de la surface de la Planete, & que de l'extrémité G de la direction de la pesanteur primitive, on élève la perpendiculaire GS à l'axe jusqu'à la rencontre de MT , il faut qu'il y ait même rapport entre la pesanteur primitive & la force centrifuge, qu'entre MG & GS . Ainsi il nous reste à chercher la relation qu'il y a entre ces deux dernières lignes.

Fig. 1.

Mais on pourroit aisément s'engager dans un assez long calcul, pour trouver une expression simple de ce rapport; au lieu qu'une considération un peu attentive de la figure, nous donnera cette expression presque tout d'un coup, & nous fournira en même temps un Lemme qui sera quelquefois d'usage dans les Problemes qui appartiennent à l'inverse des tangentes. Du point m , j'abaisse les petites perpendiculaires mO & mN , sur PM & sur GM . L'angle MmO sera égal à l'angle GST , puisqu'ils sont égaux l'un & l'autre à l'angle PMT ; & d'un autre côté, l'angle MmN sera égal à l'angle GMT , puisque les deux côtés de l'un sont perpendiculaires aux deux côtés de l'autre. Ainsi dans le triangle GMS où les côtés GM & GS , sont entr'eux comme les sinus des angles opposés GST & GMS , ces mêmes côtés sont en même raison que les sinus des angles MmO & MmN , & ils sont, par conséquent, aussi en même raison que les petites lignes MO & MN , qui représentent les sinus de ces deux derniers angles, pendant que la petite partie Mm de la courbe sert de sinus total. (On démontreroit de la même manière, s'il en étoit besoin, que MG est toujours à la partie TG de l'axe, interceptée entre MG & la perpendiculaire MT à la courbe, comme mO est à MN .) Mais puisqu'il y a même rapport entre MG & GS , qu'entre les petites lignes MO & MN ; au lieu de comparer la pesanteur primitive & la force centrifuge à MG & à GS , nous n'avons qu'à comparer ces deux puissances aux deux petites lignes MO & MN , qui sont toujours en même raison.

La petite ligne MO est exprimée par ds , puisqu'elle est la différentielle des ordonnées $PM=s$, & la petite ligne MN est la différentielle des $FM(=GM-GF)=y-t$; de sorte que $MN=dy-dt$. Nous avons d'un autre côté ζp pour l'expression de la pesanteur primitive, & nous avons déjà vu ci-devant que $\frac{fs}{a}$ est la force centrifuge en M , à la distance $MP(s)$ de l'axe AB . Nous avons donc, en

termes analytiques, $\zeta p : \frac{fs}{a} :: ds : dy - dt$, dont nous Fig. 1.

tirons $\frac{fs ds}{a} = \zeta p dy - \zeta p dt$. C'est-là l'équation en premières différences de la courbe ou de la figure *AKBL*, qui rend toutes les parties de la surface de la Planete parfaitement horizontales.

Si l'on suppose la pesanteur primitive absolument constante, & qu'on mette, comme ci-devant, l'unité à la place de ζ , on trouvera, en intégrant $\frac{fs^2}{2a} = py - pt$; & introduisant à la place de s , la valeur $\frac{\zeta y}{t}$ tirée, comme nous l'avons déjà vû, de la ressemblance des triangles *GFI* & *GMP*, il viendra $\frac{f \zeta^2 y^2}{2 a t^2} = p y - p t$, dont on déduira

$$y = \frac{ap t^2 \pm t \sqrt{a^2 p^2 t^2 - 2 a p f t \zeta^2}}{f \zeta^2}.$$

Cette valeur de *GM* étant ainsi déterminée, on ne peut guère manquer de la rapprocher

$$\text{de celle de } y = \frac{ap t^2 \pm t \sqrt{a^2 p^2 t^2 - 2 a p f u \zeta^2}}{f \zeta^2} \text{ que nous a fourni}$$

l'autre principe. On verra qu'elles sont différentes, & qu'ainsi il faut toujours absolument qu'il y ait au moins un des deux principes que nous examinons, qui soit violé dans la rencontre présente.

Comparaison des deux principes.

III.

Mais ce n'est pas dans cet unique cas, ce n'est pas simplement lorsque la pesanteur primitive est absolument constante, qu'il se trouve une pareille incompatibilité entre les deux loix dont il s'agit : elles dépendent si peu l'une de l'autre, qu'elles sont presque toujours en contradiction ; elles se donnent l'exclusion mutuellement, & il suffit le plus souvent que l'une soit observée pour que l'autre ne le soit pas. Pour le dire en un mot, les circonstances sont si rares dans lesquelles elles s'accordent à donner une même figure à la

Planete, que c'est souvent un Probleme difficile à résoudre, que de déterminer quelqu'une de ces circonstances. Nous avons trouvé dans le premier article l'équation générale $\zeta p dy - \frac{f \zeta^2 y^2}{2 a t^2} = p du$, ou $\zeta p dy - \frac{f s^2}{2 a} = p du$, en prenant pour principe l'équilibre des colonnes. Nous la différencions cette équation, en faisant attention que ζ doit être regardée comme variable, parce qu'il s'agit ici des changements qui se font d'une direction à une autre : il vient $d\zeta p dy + \zeta p dy - \frac{f s ds}{a} = p du$, & nous lui donnons cette forme $\frac{f s ds}{a} = d\zeta p dy + \zeta p dy - p du$, afin de pouvoir la comparer plus aisément à l'autre équation générale $\frac{f s ds}{a} = \zeta p dy - \zeta p dt$ que nous venons de trouver en employant le second principe. Or pour que ces deux équations primordiales $\frac{f s ds}{a} = d\zeta p dy + \zeta p dy - p du$ & $\frac{f s ds}{a} = \zeta p dy - \zeta p dt$ soient identiques, ou pour qu'elles puissent donner la même courbe $AKBL$; il faut, puisque les deux premiers membres sont égaux entre eux, que les deux seconds le soient aussi, c'est-à-dire, qu'il faut qu'on ait $d\zeta p dy + \zeta p dy - p du = \zeta p dy - \zeta p dt$, ou $d\zeta p dy + \zeta p dt = p du$. Ainsi nous pourrons nous servir toujours de cette dernière équation, pour reconnoître si les deux équations primordiales sont les mêmes, ou pour juger de l'accord qui peut se trouver entre les deux principes qui influent sur la figure de la Planete.

Nous voyons déjà, en effaçant dans cette formule le terme qui contient $d\zeta$, & en mettant l'unité à la place de ζ , que si la pesanteur est absolument constante, il faut que $dt = du$, & par conséquent $t = u$. Mais $t(GF)$ ne peut pas être continuellement égale à $u(GB)$ à moins que la courbe $ADBE$ qui sert à déterminer la situation des directions primitives de la pesanteur, ne soit un cercle comme dans la Figure 2, & que toutes ces directions ne concourent

dans un même point qui sera le centre du cercle. Il est donc démontré qu'aussi-tôt que la pesanteur primitive est tout-à-fait constante, il faut qu'elle n'ait qu'un unique point de tendance, ou qu'un point central, pour que l'observation d'un de nos deux principes entraîne nécessairement l'observation de l'autre. Car si t n'étoit pas égale à u , ou si les directions tendoient dans différents points, l'équation $d\zeta \int p dy + \zeta p dt = p du$, qui se réduit à $p dt = p du$, lorsque ζ est constante, ne subsisteroit plus, & il suivroit de-là que les deux équations primordiales seroient différentes. C'est ce qu'on éprouve aussi, lorsqu'on compare entr'elles les deux valeurs de GM que nous avons trouvées dans les deux articles précédents, en admettant cette hypothèse particulière de pesanteur. Ces valeurs $\frac{apt^2 \pm t\sqrt{a^2 p^2 t^2 - 2afpu\zeta^2}}{f\zeta^2}$

& $\frac{apt^2 \pm t\sqrt{a^2 p^2 t^2 - 2afp t \zeta^2}}{f\zeta^2}$ ne sont jamais les mêmes que dans le cas où $\zeta = t$.

On peut aussi résoudre divers Problemes, en supposant connus quelques-unes des quantités qui sont contenues dans l'équation $d\zeta \int p dy + \zeta p dt = p du$, & en tâchant de découvrir la valeur des autres, valeur qui rendra toujours compatibles les deux principes que nous examinons. Parmi tous ces Problemes, nous nous contenterons d'en résoudre un seul : nous regarderons comme donnée la situation des directions, de même que la manière dont la pesanteur s'exerce sur chacune, & nous chercherons la valeur de ζ , ou le changement que la pesanteur doit recevoir d'une direction à une autre. Pour rendre notre Solution plus générale, nous supposerons que la pesanteur primitive p , au lieu d'être constante sur chaque direction MG , est proportionnelle à une puissance quelconque m des distances GF , GM , &c. à l'axe. Nous aurons de cette sorte $p = y^m$, ou plutôt $p = \frac{g y^m}{a^m}$, en observant la loi des Homogenes, & en prenant une quantité constante g pour marquer la pesanteur

Fig. 1.

à la distance a du point G . Si l'on conçoit après cela une direction bV infiniment proche de l'axe, laquelle doit être comme toutes les autres, perpendiculaire à la courbe $ADBE$, il est évident que conformément à l'hypothèse présente, il n'y aura que les parties qui seront comprises depuis B ou depuis b jusqu'en V , qui auront de la pesanteur, & une pesanteur réglée sur les distances au point V . Toutes les autres parties qui sont situées sur VC seront sans poids ; par la même raison que la pesanteur selon MG ne s'exerce que sur la ligne MG , & non pas sur son prolongement de l'autre côté de AB . Ainsi pdu qui désigne le poids des petites parties Gg de l'axe, sera nulle dans cette rencontre, & l'équation $d\zeta spdy + \zeta pdt = pdu$, dont dépend l'identité des deux figures ou des deux équations primordiales, se réduira par conséquent à $d\zeta spdy = -\zeta pdt$. Je substitue maintenant $\frac{gy^m}{a^m}$ à la place de p , dans cette dernière équation,

$$\text{\& il me vient } d\zeta \int \frac{gy^m dy}{a^m} = -\frac{\zeta gy^m dt}{a^m} \text{ ou } \frac{gy^{m+1} d\zeta}{m+1 \times a^m} \\ = -\frac{\zeta gy^m dt}{a^m}, \text{ dont je tire } y = -\frac{m-1 \times \zeta dt}{d\zeta}.$$

En substituant pareillement $\frac{gy^m}{a^m}$ à la place de p dans une de nos deux équations générales, dans celle, par exemple $\zeta spdy - \frac{fz^2}{2a} = spdu$, ou $\zeta spdy - \frac{fz^2 y^2}{2at^2} = spdu$, que nous a fourni l'équilibre des colonnes, nous la changerons en $\frac{g\zeta y^{m+1}}{m+1 \times a^m} - \frac{fz^2 y^2}{2at^2} = spdu$, que nous pouvons encore changer en $\frac{g\zeta y^{m+1}}{m+1 \times a^m} - \frac{fz^2 y^2}{2at^2} = \frac{gb^{m+1}}{m+1 \times a^m}$, en mettant une quantité constante $\frac{gb^{m+1}}{m+1 \times a^m}$ à la place de l'intégrale $spdu$, parce que cette intégrale ne désigne ici que la pesanteur constante de la portion BV de colonne. Or il suffit à présent d'introduire dans cette équation $\frac{g\zeta y^{m+1}}{m+1 \times a^m}$

— $\frac{f\zeta^2 \gamma^2}{2 a t^2} = \frac{g b^{m+1}}{m+1 \times a^m}$ la valeur — $\frac{m-1 \times \zeta dt}{d\zeta}$ de y Fig. 1.

trouvée il n'y a qu'un moment, & nous aurons l'équation

$$-\frac{m-1}{m+1 \times a^m} \times g \zeta^{m+2} dt^{m+1} - \frac{m+1 \times f \zeta^2 \gamma^2 dt^2}{2 a t^2 d\zeta^2} = \frac{g b^{m+1}}{m+1 \times a^m}$$

$$\text{ou } -\frac{m-1}{m+1} \times g \zeta^{m+2} dt^{m+1} - \frac{m-1 \times a^{m-1} f \zeta^2 \gamma^2 dt^2 d\zeta^{m-1}}{2 t^2} \\ = \frac{g b^{m+1} d\zeta^{m+1}}{m+1}, \text{ qu'on peut regarder comme ne contenant}$$

que deux variables ζ & t , puisqu'aussi-tôt que nous connoissons la nature de la courbe ADB , nous avons la relation des t ($=GF$) & des ζ ($=FI$). Il ne reste donc plus qu'à résoudre cette équation par approximation ou autrement, & on aura la valeur particulière de ζ qu'on vouloit découvrir : on sçaura selon quelle loi la pesanteur primitive doit changer d'une direction MG à une autre.

On voit que, généralement parlant, la quantité ζ doit être variable, & qu'ainsi il faut que la pesanteur primitive soit différente sur toutes les directions, pour que l'observation d'un de nos deux principes renferme implicitement l'observation de l'autre. Mais si l'on veut déterminer dans quel cas particulier la pesanteur doit être la même sur toutes les lignes MG , on n'a qu'à effacer les termes qui contiennent la différentielle $d\zeta$ de ζ supposée constante. On trouve

$$-\frac{m-1}{m+1} \times g \zeta^{m+2} dt^{m+1} = 0, \text{ \& on en tire } m = -1;$$

ce qui montre que parmi la multitude infinie d'Hypotheses différentes représentées par $p = \frac{g y^m}{a^m}$, il n'y a uniquement que celle $p = \frac{g y^{-1}}{a}$, ou celle d'une pesanteur en raison inverse des distances au point de concours G , dans laquelle ζ doit être constante, ou dans laquelle la pesanteur doit s'exercer précisément de la même manière sur toutes les directions.

Fig. I.

Au surplus l'équation $\frac{m-1}{m+1} \times g \zeta^{m+2} dt^{m+1}$
 $\frac{m-1 \times a^{m-1} f \zeta^2 dt^2 d\zeta^{m-1}}{2 t^2} = \frac{g b^{m+1} d\zeta^{m+1}}{m+1}$ devient

beaucoup plus simple, aussi-tôt que le rayon BV du cercle osculateur de la courbe ADB est nul ou infiniment petit en A & en B , comme il l'est aux deux extrémités de la cycloïde & d'une infinité d'autres lignes courbes. La pesanteur de BV étant alors nulle, on doit effacer le terme où

se trouve b , & on a $\frac{m-1}{m+1} \times g \zeta^{m+2} dt^{m+1}$
 $= \frac{m-1 \times a^{m-1} f \zeta^2 dt^2 d\zeta^{m-1}}{2 t^2}$, qui se réduit à $\frac{m-1}{m+1}$

$\times \frac{2 g t^2 dt^{m-1}}{\zeta^2} = \frac{m+1 \times a^{m-1} f d\zeta^{m-1}}{\zeta^m}$ & à $\frac{m-1}{m+1}$

$\times dt \left(\frac{2 g t^2}{m+1 \times f \zeta^2} \right)^{\frac{1}{m-1}} = \frac{a d\zeta}{\zeta^{\frac{m}{m-1}}}$. Or comme les variables

sont ici séparées, & qu'on peut intégrer, on a

$\frac{1}{1-m} \times a \zeta^{\frac{1}{1-m}} = \frac{1}{m+1} \int dt \left(\frac{2 g t^2}{m+1 \times f \zeta^2} \right)^{\frac{1}{m-1}}$,

& $\zeta = \frac{m-1}{1-m \times a} \int dt \left(\frac{2 g t^2}{m+1 \times f \zeta^2} \right)^{\frac{1}{m-1}}$;

formule qui nous fera connoître ζ , lorsque nous introduirons dans le second membre la valeur de ζ exprimée en t , après que nous l'aurons tirée de l'équation de la courbe $ADBE$, qui sert à déterminer la situation des directions de la pesanteur. On voit que ζ n'a qu'une valeur déterminée, & il faut remarquer toujours que si les affections que souffre la pesanteur ne répondent pas exactement à cette valeur, les deux principes, de l'équilibre des colonnes & du niveau de la surface, au lieu de concourir à donner à la Planète une même figure, tendront nécessairement à lui en donner de différentes.

Examen du cas particulier dans lequel toutes les directions de la pesanteur primitive tendent à un même point.

IV.

Enfin comme nous avons rendu les recherches précédentes assés générales, il est clair qu'elles comprennent le cas particulier que représente la Figure 2, dans lequel toutes les directions de la pesanteur concourent dans un même point. La courbe $ADBE$ qui est perpendiculaire à toutes ces directions, étant alors un cercle, toutes les lignes $GB(u)$ & $GF(t)$ seront égales entr'elles : nous pourrions les indiquer par la constante a , & il est évident que leur différentielle dt & du seront nulles. Nous ne nous arrêtons pas à examiner les équations plus simples auxquelles se réduisent dans cette circonstance nos deux équations primordiales $\zeta sp dy - \frac{fs^2}{2a} = sp du$ & $\zeta p dy - \zeta p dt = \frac{fs ds}{a}$: mais si nous considérons d'abord la formule $d\zeta sp dy + \zeta p dt = p du$ qui résulte de leur comparaison, & qui se réduit à $d\zeta sp dy = 0$, nous reconnoissons que les deux premières équations ne se trouvent maintenant identiques que lorsque la quantité différentielle $d\zeta sp dy$ est nulle.

Mais il est évident que $d\zeta sp dy$ ne peut être égale à zéro que lorsque $d\zeta$ l'est déjà, & que lorsque par conséquent ζ est constante. Ainsi on voit que contre ce qui arrive presque toujours, lorsque les directions de la pesanteur n'ont pas un même point de concours, les deux loix de l'équilibre des colonnes & du niveau de la surface ne contribuent ici à donner une même forme à la Planete que lorsque la pesanteur primitive s'exerce exactement de la même manière sur toutes les lignes MG , ou qu'elle est la même vers l'Equateur & vers les poles. On voit aussi maintenant la raison pour laquelle M.^{rs} Huguens & Herman ont trouvé un parfait accord entre les deux loix dans les cas particuliers qu'ils ont examinés, & pourquoi ces mêmes loix doivent se concilier encore dans toutes les Hypotheses renfermées

Fig. 2.

Fig. 2.

* Dans son
Discours sur
la figure des
Astres.

dans la Solution que M. de Maupertuis vient de donner *. Il n'importe en effet que la pesanteur soit constante ou variable, qu'elle soit proportionnelle à quelque puissance, ou même à quelque fonction des distances au centre, aussi-tôt que ζ est constante, ou, pour parler d'une manière moins limitée, aussi-tôt que les pesanteurs primitives de deux colonnes voisines CM & Cm ne diffèrent que par la petite partie NM , ou aussi-tôt que Cm & CN , qui sont de même longueur, ont précisément la même pesanteur primitive $\zeta sp dy$. Mais dans tous les autres cas la quantité $d\zeta sp dy + \zeta p dt$ n'est pas égale à $p du$, ou en particulier $d\zeta sp dy$ n'est pas égale à zero, & les deux équations primordiales $\zeta sp dy - \frac{f\zeta^2 y^2}{2at^2} = sp du$, & $\frac{fz ds}{a} = \zeta p dy - \zeta p dt$, qui marquent la nature de la figure de la Planete, donnent diverses courbes.

Il ne nous reste plus maintenant qu'à voir dans quelque exemple particulier jusqu'où peut aller la différence des figures. Nous feindrons pour cela que la pesanteur fuit sur chaque direction le rapport des puissances m des distances au centre, & qu'elle change d'une direction à une autre selon la puissance n du sinus $FI(\zeta)$ de l'angle MCB que forme chaque direction avec l'axe AB . Nous aurons de cette sorte $\zeta'' y^m$ pour l'expression de la pesanteur ζp ; mais au lieu de $\zeta'' y^m$, nous prendrons $\frac{g\zeta'' y^m}{a^{m+n}}$, afin de conserver l'Homogénéité. Si nous introduisons ensuite cette valeur dans l'équation $\zeta sp dy - \frac{f\zeta^2 y^2}{2at^2} = sp du$ que nous a fourni le premier principe, & qu'à la place de t nous y substituons a , & à celle de $sp du$ une grandeur constante $\frac{ga}{m+1} - \frac{1}{2}af$, ou, si l'on veut, simplement b^2 , on aura $\frac{g\zeta'' y^{m+2}}{m+1 \times a^{m+n}} - \frac{f\zeta^2 y^2}{2a^2} = b^2$ qui marque pour une infinité d'Hypothèses la relation des sinus $FI(\zeta)$ & des longueurs y que doivent avoir les directions CM .

Cette équation se réduit à $\frac{g\zeta y^2}{2a^2} - \frac{f\zeta^2 y^2}{2a^2} = b^2$, lorsque les exposans m & n sont égaux à l'unité, ou lorsque la pesanteur primitive suit la raison composée des distances au centre C , & des sinus des angles MCB que font les directions avec l'axe; & on en déduira $y^2 = \frac{2a^2 b^2}{ag\zeta - f\zeta^2}$ qui nous apprend que la Planete a dans ce cas la figure d'un Sphéroïde infiniment long (*Fig. 3.*) engendré par la révolution d'une courbe conchoïdale $AKMB$ autour de son asymptote AB . Nous n'examinons pas les symptômes de cette courbe, mais il est évident qu'elle a l'axe de la Planete pour asymptote; car si l'on suppose que le sinus FI (ζ) devienne infiniment petit, alors CM (y) deviendra infinie. Il est d'ailleurs facile de voir que la chose doit être ainsi, à la considérer physiquement: car la colonne qui est dans l'axe, ne peut faire équilibre avec les autres, que lorsqu'elle est infiniment longue, puisqu'elle est sujette à une pesanteur qui dépendant du sinus FI se trouve infiniment petite sur l'axe.

Mais ce n'est encore là que la figure que doit prendre la Planete en conséquence du premier principe. Pour trouver maintenant la figure qu'exige l'observation du second, nous n'avons qu'à nous servir de l'équation $\frac{fsds}{a} = \zeta p dy - \zeta p dt$, qui se réduit ici à $\frac{fsds}{a} = \zeta p dy$, parce que dt est nulle, & qui se change en $\frac{fy^2 \zeta d\zeta + f\zeta^2 y dy}{a^2} = \zeta p dy$, lorsqu'on substitue à la place de s sa valeur $\frac{\zeta y}{2}$ ($= \frac{FI \times CM}{CF}$). Or si l'on met $\frac{g\zeta^n y^n}{a^{m+n}}$ à la place de ζp dans cette équation, on aura $\frac{fy^2 \zeta d\zeta + f\zeta^2 y dy}{a^2} = \frac{g\zeta^n y^n dy}{a^{m+n}}$ qui étant divisée par $\zeta^n y^n$ se change en $\frac{fy^{2-n} \zeta^{1-n} d\zeta + f\zeta^{2-n} y^{1-n} dy}{a^2} = \frac{g y^{m-n} dy}{a^{m+n}}$, dont le premier membre est toujours intégrable, & dont le second qui ne l'étoit pas, le devient. On trouve, en rendant les intégrales complètes $\frac{fy^{2-n} \zeta^{1-n}}{2-n \times a^2} = \frac{fa^{1-2n}}{2-n}$
 $= \frac{g y^{m-n+1}}{m-n+1 \times a^{m+n}} = \frac{f a^{1-2n}}{m-n+1}.$

Fig. 3.

Fig. 3.

Cette équation qui marque la nature de la figure que doit prendre la Planete, pour que toutes les parties de la surface soient de niveau, est, comme on le voit, fort différente de l'autre. Aussi arrive-t-il que lorsque les exposans m & n sont égaux à l'unité, ou que les pesanteurs suivent le rapport des distances au centre & des sinus des angles MCB , cette équation se réduit à $fyz - a^2f = agy - a^2g$, & à $y = \frac{a^2g - a^2f}{ag - fz}$,

Fig. 4.

qui nous montre que la Planete doit être formée par la révolution d'une portion de Section conique, dont le foyer C sert de point central. C'est une portion AKB d'ellipse (Fig. 4.) tant que $g > f$, le grand axe KX de cette ellipse est à l'intervalle qu'il y a entre les deux foyers C & Y comme g est à f ; & le diamètre KL de la Planete mesuré dans le sens de l'Equateur est à son axe AB mesuré d'un pole à l'autre, comme g est à $g - f$. Ainsi lorsque g (la pesanteur) est fort grande, par rapport à la force centrifuge f , les deux diamètres KL & AB , approchent beaucoup d'être égaux; au lieu que dans la Figure 3, l'axe AB est encore alors infiniment long par rapport au diamètre KL .

Fig. 3. & 4.

Après cela la différence des figures est assés constatée : mais nous devons satisfaire enfin à une question qui s'est sans doute déjà présentée plusieurs fois à l'esprit. Qu'arriveroit-il si la pesanteur étoit réellement telle que nous la supposons; si au lieu d'être égale par-tout, elle étoit originellement plus grande ou plus petite vers l'Equateur que vers les poles? La Planete ne pourroit pas prendre la forme représentée dans la Figure 3 : car pendant que l'équilibre entre les colonnes seroit exactement observé, la surface ne seroit pas horisontale, ou elle ne seroit pas perpendiculaire aux directions MS de la pesanteur actuelle, les parties fluides de la Planete couleroit ici des poles vers l'Equateur, & la figure changeroit sans cessè. D'un autre côté la forme représentée dans la Figure 4 ne seroit pas plus permanente, puisqu'il n'y auroit aucun équilibre entre les colonnes, & que celles qui sont voisines de l'axe ne seroient pas assés.

pesantes pour contrebalancer celles qui sont proche de l'Equateur. De cette sorte aucune des deux loix ne pourroit être observée, parce qu'elle en seroit continuellement empêchée par l'autre, & cependant chacune, comme cause Mécanique ou Physique, seroit sans cesse effort pour regner seule. La Planete ne pourroit donc embrasser aucune figure déterminée, elle en prendroit alternativement de plus ou de moins approchantes de l'une ou de l'autre extrême représentée dans les Figures 3 & 4, & toutes ses parties fluides seroient, non pas dans une simple agitation, mais dans un bouleversement continu.

Fig. 5.

Ce ne seroient pas seulement les Mers étenduës comme notre Ocean, ou les Atmospheres qui peuvent environner les Planetes qui seroient exposées à ce mouvement, ce seroient aussi les liqueurs contenuës dans les plus petits vaisseaux. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à supposer le Vase de la Figure 5 appliqué dans l'endroit M de la Planete, & concevoir la ligne XZ parallele à la petite partie Mm de la Figure 3, & VT parallele à la petite partie Mm de la Figure 4, il est évident que QM étant inclinée du côté de M par rapport à VT , la liqueur coulera de Q vers M , pour rétablir le niveau, & prendre une situation plus approchante de VT , en même temps que les colonnes de liqueur qui sont proche de CM , & qui sont trop pesantes par rapport à celles qui sont proche de GQ , feront soulever celles-ci, & tendront à donner à la surface QM la situation XZ . Ainsi on voit que la liqueur sera sans cesse agitée, qu'il y aura une circulation continuellement établie selon Q, M, C, G, Q , & cela toujours simplement, en conséquence d'une pesanteur originaire qui n'est pas égale par-tout.

Il est vrai que ces effets ne doivent être très-marqués que lorsque l'inégalité dans la pesanteur est considérable. Mais si la gravité de nos corps pesants est produite par la force centrifuge du Tourbillon qui nous environne, comme le veulent les Cartésiens, ou si elle a quelqu'autre cause mécanique qui soit une suite des seules loix ordinaires de la

communication des mouvements, il est bien difficile qu'elle puisse être précisément la même vers les poles & vers l'Equateur. Le Tourbillon ne sera pas exactement sphérique, il sera plus pressé, & il poussera aussi plus vers un côté que vers un autre, & la force centrifuge qui résultera de son mouvement, & qui ne sera pas égale par-tout, n'influera pas seulement sur l'effet de la pesanteur, elle influera aussi sur la cause, & l'altérera différemment. Or il suffit toujours, comme nous l'avons démontré, qu'il y ait la moindre inégalité dans la gravité primitive, pour qu'il naisse aussi-tôt entre les deux principes une incompatibilité assez grande pour produire l'agitation dont nous parlons. Les parties solides, les Terres, les Rochers, &c. conserveront leur même situation à cause de leur adhérence : mais les molécules des fluides n'ont qu'à avoir une grande facilité à être mues par la manière dont elles sont détachées les unes des autres, elles ne manqueront pas de sentir la plus petite pente, qui les déterminera à avancer vers un certain côté, pendant qu'il se fera toujours un autre mouvement pour rétablir l'équilibre des colonnes, qui détruira encore le niveau de la surface. C'est assez pour tout cela que les deux figures diffèrent seulement dans la position de leurs surfaces de quelques scrupules de secondes, où qu'elles soient inclinées l'une par rapport à l'autre, de quelques parties de pouce sur une étendue de chaque lieu. Nous n'ignorons pas qu'on assigne plusieurs causes au mouvement de liquidité des liqueurs ; cependant il se pourroit faire que celle-ci, quoiqu'elle dépende d'un principe très-simple, & qu'on n'en avoit pas soupçonné, y eût aussi quelque part. Il est toujours vrai qu'outre les effets extérieurs qu'elle est capable de produire, & que nous avons considérés, elle est capable d'en produire encore d'intérieurs & d'intestins que nous pourrons examiner dans la suite.



RECHERCHE

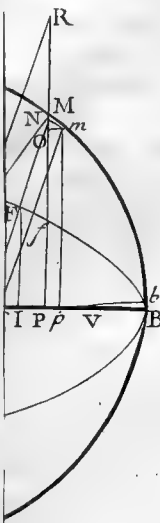


Fig. 2

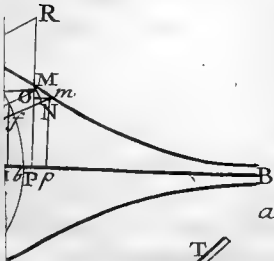
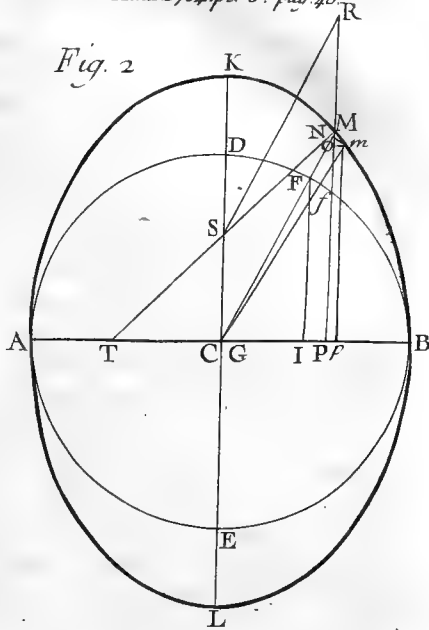


Fig. 4

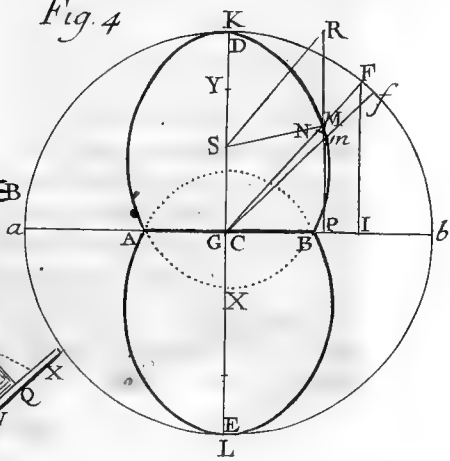
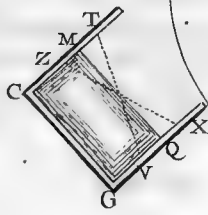
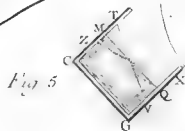
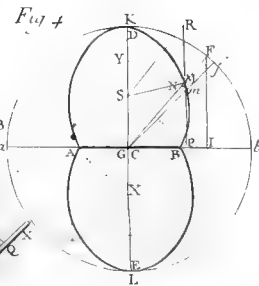
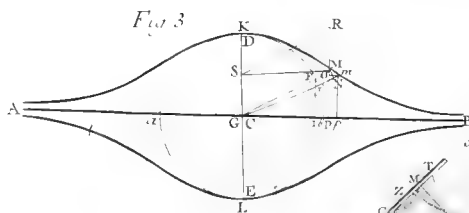
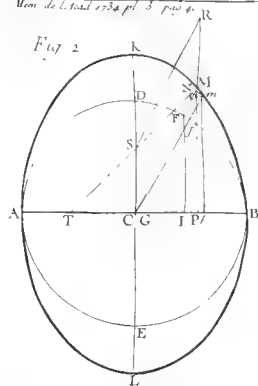
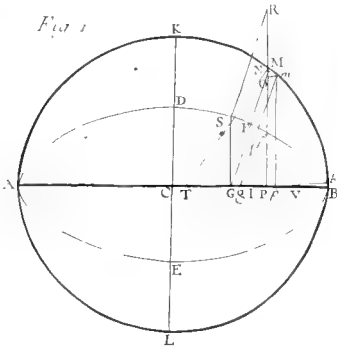


Fig. 5



Mem de L. trans 1734 pt 3 pag 4.



Simonsen Stule

RECHERCHE CHIMIQUE
SUR LA COMPOSITION
D'UNE LIQUEUR TRES-VOLATILE,
Connue sous le nom d'ETHER.

Par M.^{rs} DU HAMEL & GROSSE.

IL y a environ cinq ans que cette liqueur est connue en Angleterre, & quelques années auparavant elle avoit déjà fait du bruit en Bohême & à Mayence, car les effets singuliers qu'elle produit, suivant différentes circonstances, l'ont renduë recommandable dans tous les pays où il se trouve des Physiciens.

A l'égard du nom d'*Ether* ou de *Liqueur éthérée* sous lequel on la connoît, il lui a été donné par son Auteur, sans doute à cause de sa grande volatilité qui surpasse de beaucoup celle des Huiles, qu'on appelle en Chimie *Huiles essentielles* ou *éthérées*, telles que l'huile de Romarin, celle de Sauge, d'Aspic, & autres qui se tirent par la distillation avec l'eau.

M. Frobenius, Chimiste Allemand, à qui l'invention de cette liqueur paroît être dûë, en envoya plusieurs petits flacons il y a environ quatre ans à feu M. Geoffroy, & peu de temps après M. Grosse en reçut deux pareils de M. Godfrey Hanckwitz, aussi Chimiste Allemand, établi à Londres depuis le temps de l'illustre Boyle. Ces flacons étoient accompagnés de deux feuilles manuscrites dans lesquelles l'auteur de l'*Ether* indique les différentes propriétés de cette liqueur, comme, par exemple, son extrême légèreté, sa grande inflammabilité, la propriété qu'elle a de ne se point mêler avec l'eau ni avec la plupart des liqueurs tant acides qu'alkalines, celle de tirer la teinture des Végétaux,

Mem. 1734.

. F

5 Mai
1734.

& plusieurs autres propriétés encore plus intéressantes pour la Physique. A la fin de ce Manuscrit, M. Frobenius semble désigner en peu de lignes la composition de l'Ether, mais ce qu'il en dit nous a paru jusqu'à présent si énigmatique, qu'il n'a pû nous conduire à la découverte de la composition de cette liqueur. Voici les propres paroles de M. Frobenius : *Paratur ex sale volatili urinoso, plantarum phlogisto, aceto valde subtili, per summam fermentationem cunctis subtilissimè resolutis & unitis.* Ainsi, suivant le Manuscrit, l'Ether est composé d'un sel volatil urineux, du phlogistique des végétaux & d'un acide extrêmement subtilisé, le tout résous & réuni par une grande fermentation.

Pour rapporter exactement tout ce qui est venu à notre connoissance au sujet de l'Ether, il conviendrait d'ajouter ici la traduction de ce que M. Godfrey Hanckwitz a fait insérer dans les Transactions Philosophiques, à la suite du Mémoire concernant les expériences faites avec la Liqueur éthérée de M. Frobenius, en Mai 1730. N.° 413. p. 288.

» Que cette Liqueur éthérée ait été autrefois très-estimée
 » & recherchée, cela paroît par une expérience que j'ai faite
 » autrefois pour M. Boyle, mon cher maître, par le moyen
 » d'une solution métallique, nommément par la dissolution
 » de Mercure crud, uni au phlogistique du Vin ou de quelque
 » autre végétal, & j'ai séparé cet Ether par l'entonnoir, de
 » dessus la solution qu'il surnageoit. M. le Chevalier Isaac
 » Newton connoissoit aussi très-bien cette liqueur, mais sa
 » mort a empêché qu'elle ne fût portée à sa perfection, &
 » ne lui a pas permis d'en faire une certaine quantité. Quand
 » M. Frobenius vint dans mon Laboratoire pour en faire la
 » quantité dont il avoit besoin pour ses expériences, il voulut
 » consulter ce que M. Newton en avoit dit dans ses ouvrages,
 » & nous trouvâmes qu'il l'avoit fait avec l'huile de Vitriol &
 » l'esprit de Vin.

» Cette liqueur du Chevalier Newton est un esprit de Vin
 » éthéré, elle diffère seulement de celle de M. Frobenius par
 » le procédé : la Liqueur éthérée (je crois qu'il veut parler

de celle de Frobenius) est faite avec partie égale en mesure « & non en poids, la liqueur jaune qui surnage est séparée « de la sulfureuse non-ardente par l'entonnoir ; la liqueur « inférieure est rejetée, & la supérieure jaune est mise dans « une cornue pour être distillée par une chaleur très-douce, « & on continue la distillation de ce liquide éthéré jusqu'à ce « que l'hémisphère supérieur soit devenu froid, & la cornue « étant frappée dans la main, on trouve dans le récipient un « (gas) ou résidence vinosulfureuse très-éthérée : faites préci- « piter le soufre, en adjointant un alkali qu'il faut jeter dedans « petit à petit jusqu'à ce que toute ébullition cesse, & la « liqueur ne frappera plus elle-même contre la main, mais « elle l'attirera violemment ; alors l'alkali tombera au fond de « lui-même, & se précipitera dans l'eau commune. «

Ce procédé est très-obscur ; aussi M. Hellot, qui a beaucoup travaillé sur cette matière, a suivi scrupuleusement ce procédé des Transactions sans aucun succès.

Les grandes propriétés que M. Frobenius attribue à sa Liqueur éthérée dans le Mémoire manuscrit dont nous avons parlé, & la réputation qu'elle a dans les différents pays où M. Frobenius en avoit envoyé, étoient des motifs suffisants pour nous engager à faire tous nos efforts pour en découvrir la composition, vû qu'on en a fait jusqu'à présent un mystère, & que je crois qu'il n'y a qu'un seul homme en Angleterre qui la sache bien précisément ; aussi avons-nous été plusieurs qui avons fait chacun en notre particulier différentes tentatives à ce sujet, mais le succès étoit réservé à M. Grosse, qui, comme on le verra dans la suite de ce Mémoire, est le seul qui soit enfin parvenu à avoir l'Ether dans toute sa perfection.

L'odeur aromatique de cette liqueur, sa grande inflammabilité, sa légèreté, sa non-miscibilité avec l'eau, & la définition énigmatique que M. Frobenius en donne, firent d'abord penser à feu M. Geoffroy, & depuis j'ai cru comme lui, que l'Ether étoit une huile essentielle extrêmement atténuée par quelque fermentation, & convertie par-là en

un esprit ardent d'une nature très-singulière ; M. Geoffroy avoit soupçonné que cette huile essentielle pouvoit être celle de Romarin. Suivant ces idées, nous avons séparément travaillé sur les Huiles essentielles ; j'ignore quel a été le travail de feu M. Geoffroy, mais en apportant les précautions nécessaires pour prévenir l'inflammation des huiles, sur-tout quand j'employois de l'esprit de Nitre, j'ai mêlé différentes huiles essentielles avec différents acides, dans le dessein d'atténuer les huiles par l'action des acides que j'employois, & j'ai ensuite tenté de retirer ces huiles, ou simplement par la distillation, en y adjoûtant de l'eau, ou en les incorporant, tantôt avec le sel de Tartre, & tantôt avec la Chaux, avant que de les distiller, tant pour consommer une partie de l'huile grossière qui avoit été comme brûlée par les acides, que pour absorber les acides que j'avois employés, & avoir ainsi les huiles entièrement dégagées de leur partie la plus grossière. Mais toutes ces expériences que j'ai suivies assés loin, & qui m'ont offert plusieurs phénomènes singuliers, ne m'ont rien donné qui approchât de la Liqueur éthérée que je cherchois : ainsi il seroit inutile de m'y arrêter davantage. M. Grossé s'est proposé de chercher la composition de cette liqueur par d'autres voyes, car en réfléchissant sur les effets & les propriétés de cette liqueur rapportées dans le Manuscrit de M. Frobenius, & après avoir fait différentes expériences avec l'Ether qui lui avoit été envoyé d'Angleterre par M. Hanckwitz, il s'est enfin arrêté aux propriétés suivantes qui l'ont conduit insensiblement à la découverte de sa composition. Ces propriétés sont,

- 1.° D'être si volatile, & de s'évaporer si vite ; qu'il semble qu'elle ne mouille pas le doigt qu'on y a trempé.
- 2.° De s'enflammer très-aisément, & de prendre feu, quoiqu'assés éloignée d'une lumière.
- 3.° De ressembler par son odeur à l'eau de Rabel bien faite, long-temps gardée, & devenue rouge ; aussi M. Grossé avoit-il remarqué qu'en distillant de l'esprit de Vin sur une légère dissolution d'Alun, il en venoit une liqueur d'une odeur suave, douce, aromatique,

approchante de celle de l'Éther. Ces observations le persuadèrent qu'il falloit chercher cette liqueur dans le mélange de l'esprit de Vin avec l'huile de Vitriol, & en 1731 il pria M. Geoffroy le cadet de communiquer cette idée de sa part à l'Académie.

Le même M. Geoffroy m'a fait voir depuis quelques jours une feuille manuscrite de la main de M. son Frere, par laquelle il paroît que feu M. Geoffroy avoit aussi tourné ses vûes du côté de l'huile de Vitriol & de l'esprit de Vin : quoi qu'il en soit, cet avis de M. Grosse renouvela l'impatience que j'avois de connoître une liqueur qui me paroïssoit si précieuse pour la Physique ; je fis différents mélanges d'huile de Vitriol & d'esprit de Vin, je les distillai tantôt seuls & tantôt sur des sels alkalis, ou sur de la Chaux, mais sans succès.

M. Hellot, dont nous avons déjà parlé, a suivi encore plus loin ses expériences, ce qui lui a fourni plusieurs observations singulières ; il a même eu une liqueur fort approchante de l'Éther, mais il étoit réservé à M. Grosse d'avoir cette liqueur aussi parfaite que l'Éther de M. Frobenius, & même beaucoup meilleure que celle de plusieurs flacons qui ont été envoyés d'Angleterre ; car M. Geoffroy le cadet m'a fait voir chés lui qu'il y en avoit qui se décomposoit avec l'eau, & qui s'y mêloit enfin entièrement, au lieu que celui de M. Grosse s'en sépare totalement, & même fort promptement : mais sans m'écarter davantage, je vais commencer par rapporter les procédés de M. Grosse, tels qu'il me les a dictés lui-même ; je rendrai compte ensuite du travail du Chimiste que j'ai cité, après quoi je ferai part à l'Académie de plusieurs expériences curieuses que nous avons faites M. Grosse & moi avec cette liqueur, ce qui nous mettra en état de former quelques conjectures sur la théorie de cette opération.

Mais avant que de parler du travail de M. Grosse, il est bon qu'on ne se prévienne pas à l'occasion de la simplicité de ses procédés, car on auroit peut-être de la peine à lui

ſçavoir gré des ſoins qu'il s'eſt donnés pour avoir une liqueur qui paroît maintenant ſi aîſée à obtenir. Le peu de succès de notre travail commun, & le grand nombre de tentatives que M. Groſſe a faites inutilement en particulier, paroîtroient ſuffire pour prouver combien cette découverte étoit difficile. Cependant ceux qui voudront ſuivre les procédés que je vais décrire, ſeront encore bien mieux convaincus de cette difficulté, puisſque l'exaſtitude dans les proportions, dans le choix des matières & dans l'exécution, ſont de la dernière conſéquence pour la réuſſite ; je ſuis même perſuadé que quoique M. Groſſe le déclare ici avec toute la ſincérité & l'exaſtitude poſſible, pluſieurs bons Artiſtes le tenteront ſans y réuſſir, faute d'en observer toutes les circonſtances.

Voici donc différents procédés par leſquels M. Groſſe eſt parvenu à faire l'Ether.

Comme j'étois preſque certain (c'eſt lui-même qui parle) ainſi que je l'avois fait annoncer à l'Académie en 1731, qu'il falloit chercher l'Ether dans le mélange de l'huile de Vitriol & de l'eſprit de Vin, je commençai alors à faire différentes combinaifons de ces deux liqueurs, qu'il eſt inutile de rapporter, il ſuffit de dire que quand j'ai mêlé trois parties d'huile de Vitriol ſur une d'eſprit de Vin, c'eſt-à-dire, ſix onces de cet acide ſur deux onces d'eſprit de Vin, j'en ai retiré par une diſtillation bien conduite, pluſieurs liqueurs qui ne reſſembent pas à l'Ether ; mais en même temps il eſt monté une huile quelquefois rouge, quelquefois verte, & quelquefois aſſés blanche : c'eſt cette huile que pluſieurs Auteurs, depuis Paracelſe, ont appellée *Huile de Vitriol douce*, & dont je me propoſe de parler dans une autre occaſion, ainſi je reviens à l'Ether.

Après pluſieurs tentatives qui rouloient touſjours ſur les différentes proportions de l'huile de Vitriol & de l'eſprit de Vin, je n'en ai pas trouvé qui m'ait mieux réuſſi que celle qui ſuit.

J'ai pris une partie d'huile de Vitriol bien rectifiée & très-blanche, par exemple, une livre, & deux parties, ou

deux livres d'esprit de Vin aussi très-rectifié, je les ai mêlés petit à petit dans une cornuë, versant l'esprit de Vin sur l'huile de Vitriol pour ménager le vaisseau qui, sans cela, seroit en risque de se casser, à cause de la grande chaleur qui s'excite dans ce mélange quand les liqueurs sont bien concentrées, comme elles le doivent être pour la réussite de l'opération ; j'ai ensuite bouché la cornuë, j'ai laissé ces liqueurs en digestion pendant deux jours ou environ : ordinairement ce mélange prend peu à peu une couleur rouge, ce qui est un indice avantageux pour le succès de l'opération ; après cette digestion, j'ai distillé le mélange au feu de sable ; dans le commencement, il monte un peu d'esprit de Vin très-odorant ; à cet esprit de Vin succède une liqueur en vapeurs blanches ; puis, en continuant la distillation, il en vient une autre très-sulfureuse & volatile qui frappe vivement l'odorat, & suffoque même la respiration ; enfin il monte un flegme acidule, & dans la cornuë il reste une masse très-noire pareille à la résidence que feu M. Homberg a trouvée après la distillation & la résolution du soufre par l'huile de Therebentine, & que Kunckel a aussi eue après la distillation de l'huile de Vitriol mêlée avec l'esprit de Vin.

J'étois bien persuadé que l'Ether existoit dans les liqueurs que j'avois distillées, leur odeur, & quelques autres circonstances ne me permettoient pas d'en douter. Je me proposai donc de l'en retirer, & j'employai pour cela différents moyens ; quelquefois je me servois de la solution de sel ammoniac, pour substituer l'acide du sel marin, que l'on sçait être très-bon pour la rectification des huiles, à celui du Vitriol, auquel je presentois un alkali volatil. Mais cette tentative n'eut pas tout le succès que je m'en étois promis. Enfin entre les différents essais que j'ai tentés, la plupart inutilement, je me suis imaginé d'employer l'eau commune comme un moyen des plus simples d'affoiblir l'acide sulfureux, & l'esprit de Vin, que je regardois comme les seuls obstacles à la séparation de l'Ether, me fondant sur une des propriétés de cette liqueur, qui est de ne se mêler jamais avec l'eau, mais

de se mêler très-vîte à l'esprit de Vin : je versai donc beaucoup d'eau sur les liqueurs dont j'ai parlé, & presque dans le moment je vis la séparation de la Liqueur éthérée, qui, par sa grande légèreté, se portoit vivement à la surface ; ainsi une simple addition d'eau commune me réussit mieux que tout ce que j'avois tenté par beaucoup d'autres moyens.

Voilà donc l'Ether en partie séparé des autres liqueurs, auxquelles il étoit joint. Je dis en partie, car il n'étoit pas encore aussi sec & aussi volatil qu'il le doit être ; ce qui marque qu'il étoit encore un peu allié avec les substances dont nous venons de parler ; cela m'a engagé à verser de nouveau de l'eau dessus, pour en emporter une partie ; mais ce qui me réussit beaucoup mieux, ce fut d'employer une solution de sel de Tartre qui, absorbant le reste de l'acide volatil sulfureux, acheve d'en dégager l'Ether, & par ce moyen je l'ai eu fort sec & aussi volatil que celui qui m'a été envoyé d'Angleterre.

Cependant, en réfléchissant sur les différentes liqueurs qui m'étoient venues par la distillation, je me proposai de les examiner plus particulièrement, pour connoître celle qui contenoit l'Ether, ce qui devoit me donner encore plus de facilité pour en faire la séparation. Afin de suivre cette idée, & exécuter ce dessein, il falloit séparer chaque liqueur à mesure qu'elle passoit par la distillation ; pour cela je m'avisai de piquer avec une épingle, la vessie qui lutte le récipient au bec de la cornuë, afin de *discerner par l'odorat*, les différentes liqueurs, à mesure qu'elles se succédoient.

La première, comme je l'ai dit, ne sentoît presque que l'esprit de Vin, & ç'en est un très-rectifié qui cependant a quelque chose qui approche de l'eau de Rabel.

La seconde passe en vapeurs blanches, & sent beaucoup l'Ether, ce qui me fit juger qu'elle étoit la seule qui le contenoit, & que les autres ne servoient qu'à l'absorber.

La troisième avoit une odeur de soufre des plus pénétrantes, & en ayant une fois respiré un peu trop, je pensai être suffoqué.

Ces

Ces différentes observations m'ont conduit à faire l'Ether de la manière suivante.

Observant les mêmes proportions que j'ai rapportées ci-dessus, je distillai jusqu'à ce que j'aperçûs à la voûte de la cornuë les vapeurs blanches dont j'ai parlé, alors je cessai le feu, car il reste assés de chaleur pour faire passer le reste de cette liqueur qui seule contient l'Ether, qui est, comme l'on sçait, très-volatil, & la liqueur sulfureuse reste en bonne partie dans la cornuë; ainsi l'on a par ce moyen la liqueur qui contient l'Ether, seulement un peu mêlé d'esprit de Vin qui passe d'abord, & quelquefois d'un peu d'esprit sulfureux qui vient ensuite malgré la cessation du feu. En ce cas, pour avoir l'Ether seul, il faut employer l'eau commune pour le séparer, comme nous l'avons dit dans le premier procédé; mais si l'on ne trouve pas encore cet Ether assés sec, on peut le rectifier par une lente distillation, & alors l'Ether monte avant l'esprit de Vin, qui cependant passoit toujours le premier dans les premières opérations (circonstances singulières dont nous essayerons de rendre raison dans la suite).

2.^{de} Manière
de faire
l'Ether.

Ces méthodes de faire l'Ether sont très-promptes, mais elles ne réussissent pas toujours: elles m'ont quelquefois manqué, sans que j'en aye pû attribuer la cause qu'aux qualités différentes de l'acide vitriolique, ou encore plus à celles des esprits de Vin que j'ai employés, quoique très-rectifiés, & très-bons pour d'autres usages. C'est ce qui m'engage à rapporter ici un troisième procédé qui m'a toujours réussi.

Par ce procédé on peut avoir l'Ether très-sec, sans employer pour le rectifier, aucun mélange d'eau ni de sels alkalis. Pour cela, quand on a cessé bien à propos la distillation, c'est-à-dire, lorsque les vapeurs blanches commencent à paroître, il faut mettre dans une cornuë ce qui est passé dans le récipient, & distiller très-lentement à un feu de lampe: l'Ether, qui est ici dégagé de la liqueur sulfureuse, passe le premier dans la distillation & avant l'esprit de Vin, de même qu'avant le peu de liqueur sulfureuse qui y est

3.^{me} Manière
de faire
l'Ether.

restée, & quand on a distillé la moitié de la liqueur, ou tout au plus les deux tiers, il faut cesser l'opération, sans quoi il se feroit un nouveau mélange. Cette dernière méthode a cela d'avantageux que, comme je l'ai dit ci-devant, elle m'a toujours réussi, au lieu que les deux autres m'ont quelquefois manqué.

Outre les trois manières de faire l'Ether dont je viens de parler, je suis persuadé qu'on peut encore l'obtenir par d'autres moyens, peut-être même plus courts, & j'ai encore sur cela des vûes que je communiquerai à l'Académie si elles réussissent.

Ce seroit ici le lieu de rapporter les expériences que j'ai faites avec mon Ether, pour prouver sa conformité avec celui de M. Frobenius, mais je réserve ce détail pour un autre Mémoire : je me contenterai de dire pour le présent, que jusqu'ici je n'ai pas reconnu dans cette liqueur des propriétés bien avérées pour la Médecine, quoiqu'un étranger, qui est depuis quelques années à Paris, attribué de grandes vertus à un *Ether rouge* dont quelques malades assurent même s'être bien trouvés.

Cette liqueur rouge ressemble beaucoup à l'Ether tant par son odeur que par son inflammabilité, & sa non-miscibilité avec beaucoup de liqueurs, j'en ai retiré l'Ether par la distillation, & il m'est resté une matière rouge d'un goût & d'une odeur assez agréable, mais j'ignore quel est ce mélange, qui d'ailleurs me paroît très-curieux, n'ayant encore pû parvenir à colorer mon Ether, quoique je l'aye tenté de différentes manières.

Pour suivre le plan que je me suis proposé dans ce Mémoire, après avoir fait la lecture des différents procédés par lesquels M. Grossé est parvenu à avoir l'Ether, je vais rendre un compte abrégé de ce qu'a fait à ce sujet M. Hellot, qui a travaillé à cette recherche de concert avec nous. Voici l'extrait d'une Lettre qu'il m'a écrite à ce sujet.

» J'ai fait différents mélanges d'un esprit de Vin très-rectifié,
» & d'huile de Vitriol blanche très-concentrée. Tous mes

essais ont été du poids de 3 onces d'huile de Vitriol, mais le poids de l'esprit de Vin a été tantôt de 9, de 12, de 15 onces, quelquefois de 6 onces, une seule fois de 3 onc. c'est-à-dire, de poids égal; & enfin je l'ai fait selon le Mémoire de M. Godfrey, de Londres, à mesure égale d'esprit de Vin & d'huile de Vitriol. J'ai observé qu'en versant l'huile de Vitriol sur l'esprit de Vin, il s'élève des vapeurs, par la chaleur du mélange, & que ces vapeurs condensées donnent un esprit de Vin véritable très-subtil, que j'ai reverlé toujours au bout de deux jours de digestion à froid, dans l'alambic de verre tubulé & bouché d'un bouchon de cristal, dont je me suis servi pour tous mes essais, parce qu'on voit mieux ce qui se passe dans le chapiteau, qu'on ne le voit dans la voûte d'une cornuë. J'observerai aussi que pendant la digestion de tous ces mélanges, il se dépose une poudre blanche, & c'est apparemment de cette poudre dont Kunckel a parlé dans son *Laboratorium Chymicum*, & par le moyen de laquelle il a dit qu'il pouvoit faire voir que l'huile de Vitriol contenoit du Mercure coulant, en l'amalgamant avec de la chaux d'Or, ce qui ne m'a jamais réussi; car j'ai filtré un de mes mélanges après le dépôt formé de cette poudre blanche, & l'ayant lavé, je l'ai tritureré dans un mortier de verre échauffé avec une portion de Chaux d'or des Affineurs, mais je n'ai pû parvenir à faire cet amalgame; aussi cette poudre me paroît n'être qu'une simple terre, car en ayant mis depuis sur un charbon allumé que j'ai soufflé avec un chalumeau, elle s'y est calcinée sans aucune vapeur, & est restée fixe comme une pure terre.

J'ai distillé tous mes mélanges à feu de lampe, me servant des lampes que vous me connoissés, & par le moyen desquelles je suis le maître de la chaleur pendant 12 ou 15 heures. Les mélanges où il y avoit trois, quatre ou cinq parties d'esprit de Vin contre une d'huile de Vitriol ont toujours donné des stries perpendiculaires dans le chapiteau. Ceux dont le poids des deux liqueurs approchoit davantage de l'égalité, donnoient moins de ces stries, & lorsque le

» récipient étoit exactement uni au bec du chapiteau par le
 » moyen de la membrane intérieure détachée du gros lobe
 » des vessies de carpe, je n'y appercevois aucune strie, pas
 » même la moindre marque d'humidité, parce que l'air exté-
 » rieur n'avoit aucune communication avec les vapeurs sub-
 » tiles qui s'élevoient. A l'occasion de cette netteté du cha-
 » piteau (que je regarde comme la marque certaine que l'Ether
 » monte actuellement) je crois que M. Grossé, à qui la dé-
 » couverte de la composition de l'Ether est dûë, ne trou-
 » vera pas mauvais que je vous fasse observer que sans la pi-
 » quûre d'épingle qu'il fait à ses vessies, je crois qu'il n'auroit
 » pas vû les vapeurs ou tourbillons blancs dont il parle. Car
 » depuis que de son consentement vous m'avez communiqué
 » son procédé, j'ai fait une rectification d'Ether avec les pré-
 » cautions qu'il prescrit. Je me suis servi d'une cornuë de
 » cristal de Londres, dont le col a été usé avec l'embouchure
 » de son récipient par le moyen de l'Emeril, de sorte qu'elle
 » ferme très-exactement. A un feu de lampe extrêmement
 » doux, j'ai vû distiller l'Ether assés vite, mais sans vapeurs
 » blanches; j'ai desserré le récipient, en le tournant un peu
 » sur le col de la cornuë, en sorte que l'air extérieur pût s'y
 » introduire, aussi-tôt les vapeurs blanches ont paru; j'ai res-
 » serré le récipient, ces vapeurs ont disparu. Enfin j'ai répété
 » cela cinq fois de demi-heure en demi-heure, & j'ai touÿours
 » fait paroître & disparoître alternativement les vapeurs en
 » question. J'offre à M. Grossé de lui prêter ce vaisseau pour
 » vérifier mes expériences. Si elles lui réussissent, comme je
 » n'en doute pas, vous sçaurés bien rendre raison de ce phé-
 » nomene qui me paroît assés singulier. Je crois que j'aurois
 » eû l'Ether dès le mois de Novembre 1731, si j'avois eû les
 » yeux de M. Grossé pour l'appercevoir. J'avois distillé une
 » assés bonne quantité de cette première liqueur qui contient
 » l'Ether; & croyant que je pouvois la rectifier sans feu, je
 » la versai sur des cendres gravelées bien sèches que j'avois
 » mises dans une bouteille cylindrique de verre blanc, je l'y
 » laissai pendant huit jours en digestion, la liqueur spiritueuse

y prit une belle couleur de jonquille , & il se fit une séparation du flegme ; je survuidai la liqueur jaune dans une autre fiole , & je versai dessus une demi-once d'huile de Vitriol , il se fit une fermentation très-vive , une partie de la liqueur se coagula en une matière saline formée en flocons qui se précipiterent. La liqueur prit le goût acide d'une eau de Rabel , mais beaucoup plus aromatique. J'en mis dans une cuillère d'argent ; toute acide qu'elle étoit , elle y brûla sans laisser de résidu aqueux. Enfin je la distillai de nouveau , les gouttes se succéderent presque sans intervalle entr'elles. Ayant éteint le feu , quand les stries commencèrent à se former , je trouvai dans le récipient une liqueur qui n'étoit plus acide , qui avoit la vraie odeur de l'Ether , comme vous en avés jugé vous-même , mais qui n'étoit pas sèche comme le véritable Ether ; faute d'avoir imaginé le véritable tour de main , il étoit resté dans la cucurbite une liqueur rouge extrêmement acide.

Quant aux flocons salins dont j'ai parlé ci-devant , les ayant dissous dans de l'eau chaude , je les laissai en repos pendant quatre heures , au bout desquelles j'aperçus deux liqueurs très-distinctes : celle qui surnageoit l'autre , étoit plus diaphane ; elle étoit encore acide , elle brûla comme la première sans résidu. J'ai laissé cristalliser la liqueur d'au-dessus , & un mois après je trouvai des cristaux figurés comme le Tartre vitriolé , sur lesquels je n'ai rien à dire de plus.

J'ai tenté la rectification de la même liqueur que je jugeois qui contenoit l'Ether , sur du colcothar , mais elle s'y décompose tellement , qu'on n'en retire qu'un véritable esprit de Vin.

Par le sel de Glauber calciné , j'ai approché davantage de la véritable rectification.

Par les fleurs de Zinck , encore davantage.

Enfin ne pouvant obtenir une liqueur éthérée qui ne se mêlât point à l'eau , nous crûmes , comme vous sçavés , Monsieur , qu'il falloit y introduire la liqueur huileuse qui

§4 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

» vient de la même source, & qu'on nomme l'*oleum Vitrioli*
 » *dulce Paracelsi*, ainsi ayant rassemblé de cette huile environ
 » une demi-once, & rectifié trois onces de liqueur spiritueuse
 » par les fleurs de Zinck, je mêlai les deux liqueurs ensemble,
 » l'union parfaite en fut faite dans l'instant, je versai dessus
 » de l'eau commune, & je vis aussi-tôt une séparation de deux
 » liqueurs : j'agitai le mélange, & les deux liqueurs se sépa-
 » rent de nouveau ; j'aurois juré que je tenois l'Ether, &
 » d'autres l'auroient cru comme moi, d'autant plus que la
 » liqueur surnageante faisoit sur les dissolutions métalliques
 » presque les mêmes effets que l'Ether. Au bout d'onze jours
 » je fus détrompé, & obligé d'avouer que je n'avois plus
 » l'Ether. En voici la raison : entre mes deux liqueurs il y
 » avoit une pellicule argentée extrêmement déliée : toute dé-
 » licate qu'elle étoit d'abord, elle devenoit plus fine de jour
 » en jour, & le dixième jour on ne l'appercevoit plus, elle
 » s'étoit déposée au fond du flacon en forme d'un sédiment
 » un peu feuilleté. La séparation des deux liqueurs se voyoit
 » encore en les regardant avec attention, mais les ayant agitées,
 » elles se mêlèrent si parfaitement, que je n'ai pu les séparer
 » depuis. Il paroît par cette expérience, que cette huile douce
 » ne doit pas entrer dans l'Ether. J'aurois quelques observa-
 » tions à vous communiquer sur l'extrême élasticité de cette
 » huile, mais comme cette propriété regarde la physique de
 » l'Ether, & qu'il n'est question ici que de sa composition, je
 » me réserve à vous en entretenir dans une autre occasion.
 » J'ai l'honneur d'être, Monsieur, &c.



*SUR LES FIGURES
DES CORPS CÉLESTES.*

Par M. DE MAUPERTUIS.

I. J'AI donné dans le Discours sur la figure des Astres, quelques propositions générales sur les figures que doivent prendre des amas de matière fluide qui circulent autour d'un axe. Je ne me propoisois dans cet ouvrage que de faire voir en général, qu'il pouvoit y avoir dans les Cieux, des Fixes ou des Planetes fort applaties, & autour de quelques-unes, des Anneaux fort minces; je tentois par-là d'expliquer quelques phénomènes qui n'avoient point encore été expliqués d'une manière satisfaisante.

II. Non-seulement il doit y avoir dans les Cieux, des Fixes & des Planetes applaties, mais tous les Corps célestes généralement doivent être applatis, s'ils sont ou ont été fluides, s'ils sont formés d'une matière homogène, si leurs parties pesent vers un centre, ou les unes vers les autres, & si enfin ils ont un mouvement de révolution autour d'un axe.

III. Quant à la Planete que nous habitons, personne n'ignore qu'on dispute encore aujourd'hui, si la Terre est un Sphéroïde applati ou allongé. Si elle s'est trouvée dans les circonstances dont nous venons de parler, elle devoit être applatie; mais les mesures actuelles de différents arcs d'un Méridien, comparées aux différences de latitude, paroissent lui donner la figure d'un Sphéroïde allongé vers les poles. Je n'examine point ici cette manière de déterminer la figure de la Terre par les mesures géographiques & astronomiques, qui est peut-être la plus sûre, & qui l'est certainement, si la différence de la Terre à une Sphere est assez grande pour surpasser tout ce qui peut résulter des erreurs qu'on peut commettre dans les observations.

Je reviens à examiner les figures que les loix de la Statique & de l'Hydrostatique doivent donner aux Corps célestes, & j'entrerai sur cette matière dans un plus grand détail que je n'ai fait dans le Discours sur la figure des Astres.

IV. Pour qu'une Planete formée d'une matière fluide & pesante, conserve une figure permanente, pour que toutes ses parties soient les unes par rapport aux autres, dans un état de repos, il faut que toutes les colonnes du fluide se soutiennent les unes les autres, & soient en équilibre. Il faut aussi que la ligne selon laquelle chaque partie de la Planete pèse, soit perpendiculaire au plan tangent de la Planete en ce point. Le premier de ces principes est clair de soi-même; le second se démontre aussi facilement; car si les Corps pesoient obliquement sur ce plan tangent, un Corps flottant sur le fluide de la Planete, ou une partie du fluide même, seroit entraîné dans le sens de la direction de sa pesanteur, & le fluide ne seroit plus dans l'état de repos où on le suppose.

Ces deux principes doivent déterminer la figure de la Planete, qui doit être telle que l'un & l'autre y soient observés en même temps, il faut donc qu'ils s'accordent l'un avec l'autre; sans cet accord, l'un changeroit continuellement la figure que l'autre donneroit à la Planete, & ses parties seroient dans un flux & reflux continuel.

V. M. Huygens, lorsqu'il détermina la figure de la Terre, se servit d'abord du second principe, de celui de la perpendicularité des directions des Corps à la surface; mais comme il eut besoin de la Méthode inverse des tangentes, peu connue dans ce temps-là, il prit, pour achever sa Solution, le premier principe, celui de l'équilibre des colonnes dont M. Newton s'étoit déjà servi. En effet, considérant la pesanteur comme la considere M. Huygens & plusieurs autres Philosophes, c'est-à-dire, comme uniforme & se faisant vers un centre; il est indifférent de se servir de l'un ou de l'autre principe, & l'on trouvera toujours la même figure pour la Planete.

VI. Enfin dans toutes les Hypotheses de pesanteur qui ont été proposées dans le Discours sur la Figure des Astres, les deux principes reviennent encore au même, & se trouvent d'accord dans les figures que nous avons déterminées, non-seulement pour les Planetes & les Étoiles, mais encore pour les Anneaux.

VII. Cet accord des deux principes ne subsisteroit pas dans toutes les hypotheses qu'on pourroit faire. M. Bouguer lut il y a quelque temps, dans nos Assemblées, un Mémoire dans lequel il recherchoit ce qui arriveroit si l'on faisoit d'autres hypotheses sur la pesanteur. On peut faire une infinité de ces hypotheses dans lesquelles les deux principes seroient en contradiction, la figure d'une Planete qu'on trouveroit par l'un, toujours détruite par l'autre, & où les parties de la Planete seroient dans un désordre & dans un mouvement continuel.

VIII. Mais par-là même on voit que pour déterminer la figure d'une Planete, si l'on sçait que ses parties sont actuellement en repos, l'examen de l'accord des deux principes est inutile, l'un d'eux suffit, puisque le repos des parties est un fait qui assure de l'autre, quelle que soit la manière dont la pesanteur agit.

IX. Cependant comme la recherche des cas où les deux principes s'accordent, & de ceux où ils ne s'accordent pas, est curieuse, je la ferai encore ici d'une manière différente de celle de M. Bouguer.

Ce Mémoire contiendra quatre parties.

Dans la première, j'examinerai ce qui arrive si l'on suppose que les parties du Sphéroïde pesent vers différents points de l'axe, & que leur pesanteur varie de colonne en colonne, & varie encore dans la même colonne suivant quelques loix données.

Dans la seconde, je m'attacherai en particulier aux hypotheses de pesanteur vers un centre. On m'a souvent objecté contre l'appplatissement des Planetes, que si la force centrifuge les avoit applaties, cette même force ayant aussi applati

le Soleil, qui a comme elles une révolution sur son axe, nous devrions voir son Disque ovale, car nous sommes presque dans le plan de l'Equateur de sa révolution (ce plan ne faisant avec l'Ecliptique qu'un angle d'environ 7 degrés), cependant le Disque du Soleil nous paroît circulaire. Comme cette objection m'a été faite par des personnes que je respecte beaucoup, j'examinerai dans cette seconde partie jusqu'où doit aller l'applatissement du Soleil, & s'il est assez grand pour pouvoir être sensible aux observateurs.

Dans la troisième partie, j'examinerai les figures que peuvent avoir en général les Corps célestes; j'examinerai quelques découvertes qu'on a faites dans le Ciel, & l'on verra combien elles sont conformes à ma théorie, & combien elles paroissent la confirmer.

Enfin pour ne rien omettre de ce que j'ai à dire sur cette matière, j'examinerai dans la quatrième partie, la figure de la Terre & des autres Astres, résultante de la pesanteur universelle des parties de la matière les unes vers les autres, & je tâcherai d'éclaircir ce que M. Newton a dit sur cela, qui n'est ni un des moins beaux endroits de son Livre, ni un des plus faciles à entendre.

P R E M I E R E P A R T I E,

Dans laquelle on examine ce qui arrive, si l'on suppose que les parties d'un Sphéroïde formé d'une matière fluide pesent vers différents points de l'Axe, & que leur pesanteur varie de colonne en colonne, & varie encore dans la même colonne suivant quelques loix données.

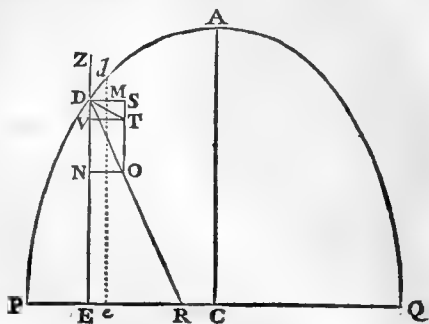
X. Soit le Sphéroïde formé par la révolution de la courbe PAQ autour de l'axe PQ .

La pesanteur vers R dans toute la colonne DR dépendante de la distance PR au pôle, & cette dépendance donnée par une fonction de PR .

Et par rapport aux différentes parties d'une même colonne DR , soit la pesanteur appelée p , de sorte que la

XI. Cherchons maintenant le Sphéroïde par l'autre principe, par la perpendicularité de la ligne des Tendances à la surface.

Soient encore les mêmes lignes nommées de la même manière ; soit la pesanteur en D vers $R = [z] p$, & représentée par DO , & la force centrifuge en D , représentée par $DZ = \frac{fhr}{a}$.



Je décompose la force DO en deux autres DS & DN , dont l'une tire dans le sens de l'axe, & l'autre lui est perpendiculaire, & j'ai $DR \cdot RE :: DO \cdot DS$, ou $1 \cdot \sqrt{1-hh} :: [z] p \cdot DS = [z] p \sqrt{1-hh}$; j'ai de même $DN = [z] p h$.

Retranchant de la force DN la force centrifuge DZ qui lui est opposée, la force suivant DE se réduit à $DV = [z] p h - \frac{fhr}{a}$. Quant à la force DS , elle demeure dans son entier $= [z] p \sqrt{1-hh}$.

C'est donc maintenant comme si chaque particule du Sphéroïde étoit poussée par les deux forces DV & DS , & qu'elle tendît à tomber par la diagonale DT de ces forces.

Or puisque cette tendance DT doit être perpendiculaire à la courbe PD au point D , les $\triangle DST$, DMd , doivent être semblables, & on doit avoir $DV \cdot DS :: dM \cdot MD$, ou $[z] p h - \frac{fhr}{a} \cdot [z] p \sqrt{1-hh} :: d(PE) \cdot d(DE)$, ou $:: d(z - r \sqrt{1-hh}) \cdot d(hr)$, ou $:: dz - dr \sqrt{1-hh} + \frac{hr dh}{\sqrt{1-hh}} \cdot h dr + r dh$, ou $::$

$dz \sqrt{1-hh} - dr + hh dr + hrdh. (hdr + rdh)$
 $\times \sqrt{1-hh};$ & faisant la multiplication, on a $[z]phh dr$
 $+ [z]phrdh - \frac{fhhrr}{a} - \frac{fhrvdh}{a} = [z]pdz \sqrt{1-hh}$
 $- [z]pdr + [z]phh dr + [z]phrdh;$ ou $[z]pdr$
 $- [z]pdz \sqrt{1-hh} = \frac{fhhrr}{a} + \frac{fhrvdh}{a}.$ C'est
 l'équation que donne le principe de la perpendicularité des
 Tendances.

XII. En comparant cette équation avec celle que nous
 avons trouvée art. précéd. on voit d'abord qu'elles sont
 différentes; cependant pour bien juger de leur différence,
 il faut avoir égard à ce qu'elles ne sont pas actuellement dans
 le même état. Cette dernière est une équation différentielle,
 & l'autre est censée intégrée. Il faut donc différentier la
 première $[z]spdr - \frac{fhhrr}{2a} = spdz,$ & l'on a $d[z]spdr$
 $+ [z]pdr - pdz = \frac{fhhrr}{a} + \frac{fhrvdh}{a}.$ Comparant
 alors les équations qui viennent de l'un & de l'autre prin-
 cipe, on voit qu'elles ont plusieurs termes communs, &
 qu'afin que l'une & l'autre soient la même, il faut que
 $d[z]spdr - pdz = -[z]pdz \sqrt{1-hh}.$ Cette der-
 nière équation prescrit toutes les relations qui doivent être
 entre z, r, h & $p,$ pour que les deux principes s'accordent
 à donner la même forme aux Sphéroïdes.

XIII. Si l'on veut que les pesanteurs se fassent vers
 différents points de l'axe, & soient par-tout uniformes tant
 dans la même colonne que de colonne en colonne, $[z]$ & p
 deviennent des quantités constantes $d[z] = 0,$ & l'équa-
 tion qui exprime les relations entre z, r, h & $p,$ devient
 $adz = bdz \sqrt{1-hh},$ d'où l'on tire $h = \frac{1}{b} \sqrt{bb - aa};$
 c'est-à-dire, l'angle DRP constant, ce qui exclut le Sphéroïde,
 & fait voir que la pesanteur étant uniforme dans la même

colonne, & de colonne en colonne vers différents points de l'axe, les deux principes ne sçauroient s'accorder.

XIV. Si l'on veut que toutes les parties du Sphéroïde pesent vers le même point; on a z constant, $dz = 0$, & $d[z] = 0$; & l'équation qui exprime la relation entre z , r , h & p , a tous ses termes détruits; d'où l'on voit qu'alors les deux principes s'accordent à donner la même forme aux Sphéroïdes, quelle que soit la loi selon laquelle la pesanteur varie dans chaque colonne.

XV. Si l'on veut que la pesanteur se fasse vers différents points de l'axe, & soit proportionnelle à une puissance m de la distance à ces points; & qu'on cherche comment elle doit varier de colonne en colonne pour que les deux principes s'accordent; soit conçûe une colonne dr infiniment proche de l'axe, il n'y aura que les parties de l'axe comprises entre P & r qui auront de la pesanteur; cette pesanteur sera mesurée par la puissance m de leur distance au point r , & elle ne s'exercera point sur le reste de la colonne rC , comme la pesanteur sur DR ne s'exerce point sur son prolongement par de-là R ; ainsi le terme $p dz$ qui exprimoit le poids de chaque partie de la colonne qui répond à l'axe, sera nul dans l'équation qui exprime les relations nécessaires pour l'accord des deux principes, &

cette équation sera $d[z] f p dr = - [z] p dz \sqrt{1 - hh}$, ou (mettant pour p la valeur r^m) $\frac{1}{m+1} d[z] r^{m+1} = - [z] r^m$.

$dz \sqrt{1 - hh}$; d'où l'on tire $r = \frac{1}{m+1} \times \frac{-[z] dz \sqrt{1 - hh}}{d[z]}$.

Si maintenant on met cette valeur de r dans l'une ou l'autre des équations trouvées pour le Sphéroïde, art. 10 & 11, on aura une équation qui ne contiendra que $[z]$, $d[z]$, h , dh & dz . Si maintenant on a la direction des Tendances des colonnes, c'est-à-dire, la relation entre h & z , on chassera dz de cette équation, & on la réduira à une équation entre $[z]$, $d[z]$, h & dh , qui déterminera la valeur de $[z]$, c'est-à-dire, la loi de la variation de la pesanteur de colonne en colonne.

Mais si l'on veut que la pesanteur ne varie point de colonne en colonne, & qu'on cherche selon quelle puissance m de la distance des parties aux points centraux, la pesanteur doit varier dans chaque colonne; on a $[z]$ constant, $d[z] = 0$, & l'équation $d[z] \int p dr = -[z] p dz \sqrt{1-hh}$, où $d[z] = -\frac{m+1}{r} [z] \frac{dz \sqrt{1-hh}}{r} = 0$ donne $m = -1$; d'où l'on voit qu'alors pour que les deux principes s'accordent, il faut que la pesanteur dans chaque colonne soit en raison simple inverse de la distance à son point central.

XVI. On pourroit parcourir une infinité d'autres hypothèses, qui deviennent si faciles à examiner par la méthode que j'ai suivie, que j'aime mieux passer à d'autres choses. Je ferai seulement une remarque sur l'hypothèse que nous avons suivie d'une pesanteur tendante à différents points de l'axe, variant de colonne en colonne, par rapport aux distances PR d'un point donné aux points centraux, & variant encore dans la même colonne, par rapport aux distances GR des parties de chaque colonne à son point central. Nous avons supposé tout le poids de la colonne qui répond à l'axe, réuni en P , de sorte que les parties comprises dans le reste de l'axe depuis r ne pesent plus; c'est ce qui a le plus d'analogie avec la supposition qu'on fait des pesanteurs des colonnes vers les points R , mesurées par les puissances des distances à ces points. Ce n'est cependant qu'une fiction géométrique, qui est hors de toute apparence d'avoir lieu dans la Nature.

SECONDE PARTIE,

Dans laquelle on examine différents Systemes de pesanteur, & où l'on détermine les figures des Corps célestes qui résultent de ces Systemes.

XVII. Après avoir examiné quelles sont les conditions nécessaires pour que les deux principes, celui de l'équilibre

64 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
des colonnes, & celui de la perpendicularité des Tendances s'accordent dans la formation d'un Sphéroïde, je vais dans cette seconde partie, considérer la pesanteur selon les systemes les plus généralement suivis. La plupart des Philosophes la considerent comme une force toujours dirigée vers un centre, soit qu'on la suppose uniforme, & par-tout la même à quelque distance que ce soit, comme a fait M. Huygens; soit qu'on la suppose variable, & suivant la proportion de quelque puissance de la distance au centre.

Les autres, avec M. Newton, la considerent comme une force répandue dans la matière, dont nous avons donné les Loix dans un Mémoire qu'on trouve dans le recueil de 1732.

XVIII. Au reste M. Newton n'est point l'auteur de cette manière de considérer la pesanteur; mais il est le premier qui ait déduit l'Attraction des Phénomènes, & qui en ait calculé les effets.

Sans parler des opinions des anciens philosophes sur l'Attraction, sans parler de Képler, précurseur de M. Newton, qui a trouvé les deux loix de la Nature qui devoient servir de fondement au systeme du monde, deux hommes illustres du siècle passé, paroissent ne s'être pas écartés de l'idée d'une Attraction tout-à-fait la même que celle de M. Newton. Voici comme ils parlent des différents systemes sur la Pesanteur.

Fermat, Var.
oper. Mathem.
pag. 124.

Lettre de M.
de Pascal, & de
Roberval, à
M. de Fermat.

La commune opinion est que la pesanteur est une qualité qui réside dans le corps même qui tombe.

D'autres sont d'avis que la descente des corps procede de l'Attraction d'un autre corps qui attire celui qui descend, comme la Terre.

Il y a une troisième opinion qui n'est pas hors de vrai-semblance; Que c'est une Attraction mutuelle entre les corps causée par un desir naturel que les corps ont de s'unir ensemble, comme il est évident au Fer & à l'Aimant, lesquels sont tels que si l'Aimant est arrêté, le Fer ne l'étant pas, l'ira trouver; & si le Fer est arrêté, l'Aimant ira vers lui; & si tous deux sont libres, ils s'approcheront réciproquement l'un de l'autre, en sorte toutefois que le plus fort des deux fera le moins de chemin, &c.

Ceux

Ceux que le mot d'*Attraction* blesse, & qui reprochent à M. Newton d'avoir ramené les qualités occultes, & d'avoir replongé la Philosophie dans les ténèbres, verront que le terme dont on se sert ici, de *desir naturel*, par lequel cependant on n'entend que *Tendance*, est plus fort & plus dur que tout ce que M. Newton a jamais dit sur cette matière.

On ne s'en tient pas là dans l'endroit que nous venons de citer, on y examine la manière dont les corps doivent tomber dans l'intérieur d'une Sphere en vertu de cette pesanteur ; on fait voir qu'ils seroient tirés par des forces d'autant moindres qu'ils approcheroient plus du centre, parce que les parties de la Sphere supérieures au corps, l'attirent dans le sens opposé, & détruisent une partie de l'*Attraction* des autres, & c'est précisément ce qui résulte de la théorie de M. Newton. Cependant lorsqu'on traitoit cette opinion sur la pesanteur de vrai-semblable, on ne sçavoit point encore combien elle se trouvoit conforme à tous les autres phénomènes de la Nature.

On dira peut-être que lorsqu'on parloit ainsi, les Systemes de M.^{rs} Descartes & Huygens, sur la pesanteur, n'avoient pas paru ; mais lorsqu'on rejette l'*Attraction*, ce n'est pas parce qu'on a sans elle des explications satisfaisantes des phénomènes, c'est qu'on trouve absurde d'attribuer cette force à la matière. J'ai dit sur cela ce que je pensois dans le Discours sur la Figure des Astres.

XIX. De tout temps les Philosophes ont cherché la cause de la pesanteur ; si nous la connoissions, nous sçaurions si les corps terrestres tendent vers un point unique ou vers plusieurs points différens ; ou si la pesanteur n'est produite que par une Tendance des parties de la matière les unes vers les autres. Je crois qu'après tant de siècles écoulés, & après les efforts de tant de grands hommes, si l'on ne doit pas desespérer de trouver la cause de la pesanteur, il est toujours plus raisonnable de s'appliquer à en connoître les effets ; car connoissant bien quels sont ses effets dans une occasion, on peut déterminer quels effets elle aura dans une

autre; on peut même, par le moyen des expériences, découvrir selon quelles loix elle agit, & c'est-là, ce me semble, tout ce qu'il y a à desirer en Physique; c'est du moins, à ce que je crois, tout ce qu'il y a à espérer.

XX. De ce que la Terre est à peu-près sphérique, & que par-tout les corps tombent par des lignes perpendiculaires à sa surface, on voit que la force qui les fait tomber, la force que nous appellons *pesanteur*, est par-tout dirigée vers le centre, ou à peu-près vers le centre.

Par la manière dont tombent les corps vers la Terre, par le temps qu'ils employent, les espaces qu'ils parcourent, & les accélérations qu'ils éprouvent, on voit que la force qui les sollicite à tomber, est toujours la même pendant tout le temps de leur chute (du moins à toutes les distances où il nous est permis de faire des expériences).

Et si l'on suppose qu'à quelque distance que ce soit du centre de la Terre, les choses se passent de la même manière que là où nous sommes en état de faire des expériences, on pourroit conclure que la pesanteur des corps vers la Terre seroit par-tout uniforme; & si elle étoit uniforme vers la Terre, on pourroit croire qu'elle le seroit aussi vers les autres Planetes, ou vers les autres amas de matière qui circulent autour d'un axe comme notre Terre.

Cette hypothèse d'une pesanteur uniforme est celle qu'a suivie M. Huygens, & celle qu'on conclut par ce qui arrive aux petites distances où nous pouvons faire nos expériences.

XXI. Mais on peut pousser la vûë plus loin, & chercher ce que paroît être la pesanteur, par ce qui arrive à des distances plus grandes.

Le mouvement de la Lune autour de la Terre, comparé à la chute des corps vers la Terre, nous fait voir que si la Lune est retenue dans son orbite par la même force de la pesanteur qui fait tomber les corps, cette force depuis la Terre jusqu'à la Lune décroît dans le même rapport que le quarré de la distance à la Terre augmente, c'est-à-dire, que la pesanteur vers la Terre est en raison inverse du quarré de la distance.

Nous ne pouvons point expérimenter comment les corps tomberoient vers la surface des autres Planetes, mais nous pouvons déterminer la loi de leur pesanteur par le mouvement des Satellites de celles qui en ont; & ces mouvements comparés entre eux, nous font voir une même loi de pesanteur vers leur Planete principale, que celle que nous avons trouvée vers la Terre.

Enfin les mouvements de toutes les Planetes autour du Soleil donnent encore la même loi de pesanteur vers le Soleil.

Si donc on ne regarde point la pesanteur comme produite par la Tendence mutuelle des parties de la matière, & qu'on la regarde comme se faisant vers les centres autour desquels elle s'exerce indépendamment de la matière des corps centraux, & suivant au dedans de ces corps la même loi qu'on lui voit observer au dehors, on pourroit conclurre qu'elle se fait par-tout en raison inverse du quarré de la distance au centre.

XXII. Ces deux hypotheses doivent passer pour les plus vrai-semblables, lorsqu'on n'admet point l'attraction mutuelle des parties de la matière.

Si l'on prend la première, qu'on ne détermine point la pesanteur par ce qui arrive dans le mouvement des corps célestes, qu'on n'en juge que par ce que nous voyons arriver dans la chute des corps vers la Terre, & qu'on la prenne pour uniforme, il n'est pas difficile de déterminer la figure des Planetes & des Soleils, ou plutôt il n'est pas difficile de justifier les figures qu'on voit qu'ils ont.

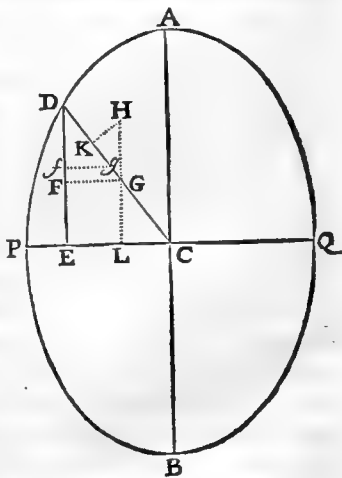
Quoiqu'ils doivent être tous aplatis, cet applatissement dépend du rapport qui est entre la pesanteur & la force centrifuge de leurs parties; & ce rapport (même dans les Planetes dont on connoît le temps de la révolution sur l'axe, excepté la Terre) demeure à notre choix. Nous pouvons supposer la quantité de la pesanteur telle qu'il nous plaît, car on ne peut pas exiger qu'on la croye sur les autres Planetes, la même que sur notre Terre. Nous la pouvons supposer

si grande par rapport à la force centrifuge, que les Planetes & le Soleil différeroient aussi peu qu'on voudroit de la Sphere. Nous sommes alors les maîtres de déterminer ce rapport dans chaque Astre par la figure actuelle que nous voyons qu'il a. Si la différence des deux diametres perpendiculaires du disque du Soleil est insensible dans les observations, nous pouvons déterminer facilement quelle doit être la grandeur de la pesanteur par rapport à la force centrifuge des parties du Soleil dans son équateur pour que cette différence soit insensible. Si Jupiter nous paroît sensiblement applati, & que son axe soit au diametre de son équateur, comme 14 à 15, nous sommes en état de déterminer quelle est la pesanteur dans cette Planete par rapport à la force centrifuge, afin qu'elle ait une telle figure. Enfin il n'y a que pour la Terre que nous ne puissions pas disposer de ce rapport, car nous sçavons par des expériences certaines que la pesanteur y est environ 289 fois plus grande que la force centrifuge.

XXIII. Nous avons trouvé dans le Discours sur la figure des Astres, p. 53. Que nommant le rayon de l'équateur $CA = a$, le rayon variable $CD = r$, le sinus de l'angle $DCP = h$ pour le rayon $= 1$, la pesanteur en $A = p$, & la force centrifuge au même point $= f$, & supposant que la pesanteur vers le centre C étoit proportionnelle à une puissance n de la distance; nous avons trouvé, dis-je, pour l'équation qui exprime la nature du Méridien des Sphéroïdes

$$2pr^{n+1} - (n+1)fhha^{n-1}rr = (2p - nf - f)a^{n+1}.$$

La même équation se peut déduire aussi facilement des



équations que nous avons trouvées dans la 1.^{re} partie de ce Mémoire, art. 10. & 11. Ces équations étoient $[z] \int p dr - \frac{f h h r r}{2 a} = \int p dz$; & $[z] p dr - [z] p dz \sqrt{1 - h h} = \frac{f h h r dr}{a} + \frac{f h r r d h}{a}$.

Dans ces équations $[z]$ représente ici la quantité constante p ; $p dr$ représente $\frac{r^n dr}{a^n}$; $\int p dz$ le poids constant de la colonne CP qui est $\frac{2p - nf - f}{2 \cdot (n+1)} a$; & $[z] p dz \sqrt{1 - h h}$ est zero, à cause de z constant.

Si l'on substitue ces valeurs dans ces deux équations, on aura (après avoir intégré la seconde) la même équation $2pr^{n+1} - (n+1)f h h a^{n-1} r r = (2p - nf - f) a^{n+1}$.

De cette équation, on tire aisément le rapport de l'axe au diametre de l'équateur; car faisant $h = 0$, le rayon r devient alors CP , & l'on a $2pr^{n+1} = (2p - nf - f) a^{n+1}$, ou $CA . CP :: (2p)^{\frac{1}{n+1}} . (2p - nf - f)^{\frac{1}{n+1}}$.

XXIV. Dans l'hypothese particulière dont il s'agit ici d'une pesanteur uniforme, on a $CA . CP :: 2p . (2p - f)$. D'où l'on voit que si notre Sphéroïde représente le Soleil, on peut augmenter la pesanteur p par rapport à la force centrifuge jusqu'à ce que la différence entre CA & CP soit insensible, eu égard aux moyens dont les Astronomes se servent pour la mesurer.

S'il est question de Jupiter, & qu'on ait observé que son axe est au diametre de son équateur, comme 14 à 15, on a $15 . 14 :: 2p . 2p - f$, ou $30p - 15f = 28p$, ou $2p = 15f$, & l'on concludroit que sur cette Planete la pesanteur seroit sept fois & demie plus grande que la force centrifuge.

Quant à la Terre, il ne dépend pas de nous de supposer le rapport de la pesanteur à la force centrifuge, tel que nous le voulons. On sçait, par des expériences, que la pesanteur

est 289 fois plus grande que la force centrifuge, d'où il suit que $CA \cdot CP :: 578 \cdot 577$, comme M. Huygens l'a trouvé.

XXV. Si l'on prend maintenant l'autre hypothèse sur la pesanteur, si on lui attribue le mouvement des Corps célestes, ou plutôt la détention de ces Corps dans leurs orbites, & qu'on juge de ce qu'elle est par ces effets; les phénomènes nous font voir qu'autour du Soleil, & autour de chaque Planete qui a des Satellites, elle est en raison inverse du quarré de la distance au centre de la révolution.

Ces mouvements ne nous donnent pas seulement la loi que suit la pesanteur selon les diverses distances des centres, ils nous mettent en état de comparer les unes avec les autres, les pesanteurs vers différentes Planetes.

Nous connoissons les distances & les temps des révolutions des Planetes; nous connoissons les arcs que chacune parcourt dans un temps donné; nous connoissons les flèches de ces arcs; Or si c'est la pesanteur qui retient les Planetes dans leurs orbites, ces flèches sont les quantités dont elle les fait tomber vers le centre; & dans de petits arcs décrits en même temps par différentes Planetes autour du Soleil, ou par des Satellites autour de leur Planete principale, les pesanteurs vers le Soleil, ou vers les Planetes principales sont proportionnelles aux flèches des arcs décrits. On a donc par-là le rapport de la pesanteur que chaque Planete éprouve dans le lieu où elle est vers le centre autour duquel elle se meut; on a, par exemple, le rapport de la pesanteur de Venus ou de la Terre vers le centre du Soleil, à la pesanteur de la Lune, ou d'un Satellite de Jupiter, ou de Saturne vers le centre de sa révolution: Et comme on sçait que les pesanteurs croissent comme les quarrés des distances diminuent, on a le rapport de la pesanteur que Venus éprouve là où elle est, vers le centre du Soleil, à la pesanteur qu'elle éprouveroit sur la superficie; on a le rapport de la pesanteur qu'un Satellite éprouve là où il est, vers le centre de sa Planete à la pesanteur qu'il éprouveroit sur la superficie.

XXVI. Tout ce que nous venons de dire de la pesanteur

peut s'appliquer à la force centrifuge d'un corps placé sur l'équateur de quelque Astre qui a une révolution autour de son axe. Les forces centrifuges dans différents Astres sont proportionnelles aux flèches des petits arcs décrits dans le même temps par un point de leur équateur.

Or on sçait par les Théoremes de M. Huygens, que la force centripete ou centrifuge d'un corps qui décrit un cercle est en raison directe du rayon, & en raison inverse du quarré du temps périodique. Si l'on appelle donc la distance d'une Planete au centre du Soleil, ou d'un Satellite au centre de sa Planete $= D$, le temps de sa révolution périodique $= T$, le rayon de l'Astre autour duquel elle fait sa révolution $= R$, la pesanteur qu'elle éprouve vers le centre de la révolution dans le lieu où elle est, sera comme $\frac{D}{TT}$; & cette pesanteur augmentant en s'approchant du centre de la révolution comme le quarré de la distance diminuë, on a la pesanteur que la Planete éprouve dans le lieu où elle est, à la pesanteur qu'elle éprouveroit sur la superficie de l'Astre qui est au centre de sa révolution, comme RR à DD ; d'où l'on a pour la pesanteur que la Planete ou tout autre corps éprouveroit sur la superficie de l'Astre central P comme $\frac{D^3}{RR TT}$. Et l'on a par-là les différents poids de corps égaux, placés sur le Soleil, ou sur différentes Planetes.

XXVII. Maintenant la force centrifuge qu'un corps éprouve, placé dans l'équateur d'un Astre, étant en raison directe du rayon de l'Astre, & en raison inverse du quarré du temps périodique de la révolution de l'Astre autour de son axe : si l'on nomme le temps de la révolution autour de l'axe $= G$, on a F comme $\frac{R}{GG}$. D'où l'on tire ce Théoreme général pour le rapport de la pesanteur dans chaque Astre à la force centrifuge sur l'équateur $P : F :: D^3 GG : R^3 TT$.

Si l'on prend pour la distance moyenne de Venus au Soleil

$D = 15906$ demi-diametres de la Terre; pour le temps de la révolution de Venus autour de lui $T = 224^j 7^h$; pour le demi-diametre du Soleil $R = 100$ demi-diametres de la Terre, & pour le temps de la révolution du Soleil autour de son axe $G = 25 \frac{1}{2}^j$, on trouvera $P:F$ ou $D^3GG:R^3TT :: 52016:1$, c'est-à-dire, la pesanteur sur la surface du Soleil plus de 50000 fois plus grande que la force centrifuge sur son équateur.

Si l'on prend pour la distance du 4.^{me} Satellite à Jupiter, $D = 23$ demi-diametres de Jupiter, telle que M. Cassini l'a trouvée; pour le temps de la révolution de ce Satellite autour de lui $T = 16^j 16 \frac{8}{15}^h$; pour le demi-diametre de Jupiter $R = 1$; & pour le temps de la révolution de Jupiter autour de son axe $G = 9^h 56'$, on trouvera $P:F :: 7,48:1$; c'est-à-dire, la pesanteur seulement environ $7 \frac{1}{2}$ fois plus grande que la force centrifuge sur l'équateur de Jupiter.

Si l'on prend pour la moyenne distance de la Lune à la Terre $D = 60$ demi-diametres de la Terre; pour le temps de la révolution de la Lune autour d'elle $T = 27^j 7^h 43'$; pour le demi-diametre de la Terre $R = 1$; & pour le temps de la révolution de la Terre autour de son axe $G = 23^h 56' 4''$, on trouvera la pesanteur environ 288 fois plus grande que la force centrifuge sur l'équateur.

Ce rapport ne differe presque pas de celui que M. Huygens a trouvé de 289:1, & qu'il a déterminé par des principes différents, s'étant servi du temps de la chute des corps, ou, ce qui revient au même, de la longueur du pendule à secondes; sur quoi cependant il est facile de commettre quelque erreur.

XXVIII. Pour déterminer maintenant la figure du Soleil, de Jupiter, & de la Terre, il faut reprendre notre équation $2pr^{n+1} - (n+1)fhha^{n-1}rr = (2p - nf - f)a^{n+1}$, ou simplement la proportion du diametre de l'équateur à

l'axe $CA:CP :: (2p)^{\frac{1}{n+1}}:(2p - nf - f)^{\frac{1}{n+1}}$ qui dans l'hypothese

Hypothèse présente de $n = -2$, est $CA : CP :: 2p + f : 2p$,
ou $CA - CP : CP :: f : 2p$, ou $CA - CP : CP :: R^3 TT$
: $2 D^3 GG$.

Si donc on prend pour chaque Astre les rapports que nous venons de trouver de la pesanteur à la force centrifuge, on trouvera pour le Soleil $CA - CP : CP :: 1 : 104032$; d'où l'on voit que le diamètre de l'équateur du Soleil ne doit pas surpasser l'axe de $\frac{1}{100000}$ partie, différence bien éloignée d'être perceptible par aucune observation.

Pour Jupiter on a $CA - CP : CP :: 1 : 14,96$, ce qui donne la différence du rayon de l'équateur de Jupiter à son demi-axe, si approchante de celle que M. Cassini le pere a observée de $1 : 15$, & qui a été confirmée par M. de la Hire, que cet accord doit paroître singulier dans des choses qui dépendent d'un si grand nombre d'éléments; car l'axe de Jupiter étant presque perpendiculaire au plan de l'Ecliptique, les grandeurs apparentes des deux diamètres de son disque doivent être vûes de la Terre dans le même rapport que son axe est au diamètre de son équateur.

*Hist. de l'Ac.
Royaie des Sc.
an. 1691,*

M. Newton considérant Jupiter comme formé d'une matière uniforme, trouve que la différence du diamètre de son équateur & de son axe devoit être à son axe comme $1 : 9\frac{1}{3}$; & comme ce rapport s'éloigne assés de celui que M. Cassini a observé, & même de celui qui résulte des observations de M. Pound, dont les termes moyens feroient le diamètre de l'équateur de Jupiter à son axe comme $13\frac{1}{48} : 12\frac{1}{48}$, (ce qui approche bien plus de notre rapport que de celui de M. Newton) M. Newton a recours à une densité inégale dans Jupiter plus grande vers le plan de l'équateur que vers les poles; d'où s'ensuivroit une figure moins applatie que celle que lui avoit d'abord donné sa théorie, & plus approchante de la figure observée.

Enfin pour la Terre on a $CA - CP : CP :: 1 : 576$; d'où résulte que la Terre seroit moins applatie que ne la fait M. Newton, mais un peu plus que ne la fait M. Huygens.

Mem. 1734.

. K

XXX. Quant aux autres Planetes, Mercure, Venus, Mars & Saturne, & toutes les Planetes secondaires, nous ne pouvons pas déterminer leur figure par cette théorie, n'ayant pas le rapport de la force centrifuge des parties sur leur équateur à la pesanteur.

Nous ne connoissons point le temps de la révolution de Mercure autour de son axe, & cette Planete n'ayant point de Satellites, nous ne connoissons point non plus la pesanteur des corps vers elle.

Nous avons bien le temps de la révolution de Venus & de Mars autour de leur axe, ce qui, leurs diametres étant connus, nous donneroit le rapport de la force centrifuge sur ces Planetes à la force centrifuge sur la Terre; mais comme elles manquent aussi de Satellites, nous ne sçaurions avoir le rapport de la pesanteur qu'y ont les corps, avec la pesanteur qu'ils ont sur la Terre.

C'est le contraire pour Saturne. Nous connoissons la pesanteur des corps sur cette Planete par le mouvement de ses Satellites; mais comme nous ne sçavons point le temps de sa révolution autour de son axe, nous ne sçaurions déterminer la force centrifuge sur son équateur.

Si nous avions par quelque observation le rapport du diametre de son équateur à son axe, nous pourrions déterminer la force centrifuge sur son équateur, & par-là on découvreroit le temps de sa révolution.

XXXI. Dans le Discours sur la figure des Astres, j'ai déterminé la figure que doivent prendre les Anneaux qui se peuvent former autour des Planetes, en vertu d'une pesanteur vers le centre, en raison de quelque puissance au centre, & d'une autre pesanteur encore des parties vers des centres pris dans l'Anneau. Supposant, comme dans ce Livre, que $ADPadQA$ soit la section de l'Anneau faite par un plan perpendiculaire à la révolution qui passe par le centre γ . Nommant la pesanteur des parties en A vers le centre de la Planete, π , la pesanteur en A vers un autre point C pris dans l'Anneau p , la force centrifuge en A , f ; AC , a ; $C\gamma$, b ;

CG, r ; le sinus de l'angle DCP, h , pour le rayon 1. Nous avons trouvé pour l'équation de la courbe $ADPa dQA$,

$$\frac{\pi(bb+2bhr+rr)^{\frac{m+1}{2}}}{m+1(a+b)^m} +$$

$$\frac{pr^{n+1}}{(n+1)a^n} - \frac{fbhr}{a+b} - \frac{fhhrr}{2(a+b)}$$

$$= \frac{\pi(a+b)}{m+1} + \frac{pa}{n+1}$$

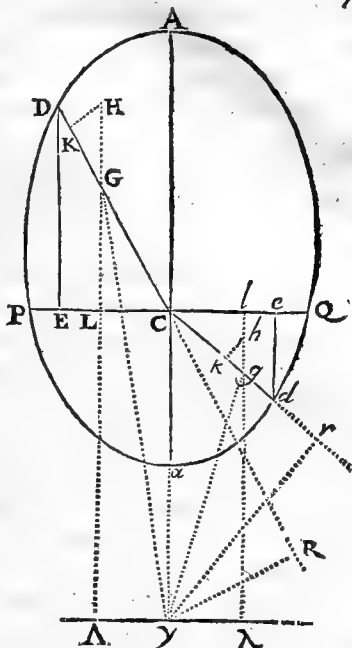
$$- \frac{fab}{a+b} - \frac{faa}{2(a+b)}, \text{ ou,}$$

dans le cas présent, que $p=0$, & $m=-2$,

$$\frac{\pi(a+b)^2}{\sqrt{(bb+2bhr+rr)}} + \frac{fbhr}{a+b} +$$

$$\frac{fhhrr}{2(a+b)} = \frac{\pi(a+b)}{1} - \frac{fab}{a+b}$$

$$+ \frac{faa}{2(a+b)}.$$



Cette équation détermine la figure des Anneaux en général dans notre hypothèse. On a par observation la longueur Aa de la coupe de l'Anneau de Saturne, & la distance $a\gamma$ du bord le plus proche au centre. Si l'on avoit l'épaisseur de l'Anneau par quelque observation suffisante, en cherchant dans la courbe $ADPa dQA$ sa plus grande largeur, & la faisant égale à l'épaisseur de l'Anneau, on détermineroit le rapport entre π & f , c'est-à-dire, entre la pesanteur & la force centrifuge, & l'on découvreroit par-là le temps de la révolution de l'Anneau autour de Saturne. Au reste l'épaisseur de l'Anneau n'est pas tout-à-fait inconnüe, Hevelius la fait de 600 milles d'Allemagne; du moins peut-on se flater de la connoître un jour plus exactement, en l'observant avec de grandes Lunettes.

Cette révolution de l'Anneau aussi-bien que celle du corps de Saturne, sont des choses si éloignées de notre

76 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
portée, qu'il semble qu'on ne les pourra découvrir que par
des moyens aussi extraordinaires que ceux-ci.

TROISIEME PARTIE,

*Où l'on examine quelques découvertes qu'on a faites dans
le Ciel, qui paroissent confirmer cette théorie ; & où
l'on tente d'expliquer quelques phénomènes.*

XXXII. La loi de la pesanteur, suivant la proportion renversée du quarré de la distance au centre, paroît généralement observée dans tout notre système solaire ; & si elle a lieu au dedans des corps célestes , comme nous croyons qu'elle l'a au dehors, & comme on peut le croire très-raisonnablement, lorsqu'on ne la regarde pas comme dépendante de l'Attraction des parties de la matière, j'ai déterminé les figures des Astres de notre système solaire, dans lesquels nous avons pû connoître le rapport de la force centrifuge à la pesanteur.

Suivant cette loi tous les Astres sont aplatis, quoique la Terre & sur-tout le Soleil le soient très-peu, le diamètre de l'équateur de la Terre ne surpassant son axé que d'environ $\frac{1}{376}^e$ partie ; & le diamètre de l'équateur du Soleil ne surpassant son axe que de $\frac{1}{104032}^e$ partie. Cet aplatissement peut diminuer à l'infini selon la petitesse de la force centrifuge, & les Astres toujours approcher de plus en plus de la figure sphérique. Mais il ne peut pas augmenter sans bornes ; le rapport de $CA : CP :: 2p + f : 2p$ nous fait voir qu'il fera le plus grand qu'il soit possible, lorsque le diamètre de l'équateur sera à l'axe comme 3 à 2 ; car la force centrifuge ne sauroit être plus grande que la pesanteur, autrement l'Astre seroit détruit.

Dans notre système solaire, il y a donc un terme à la diversité de figure des Astres, & nous observons que tous ceux qui nous sont connus sont encore fort éloignés d'approcher de ce terme.

XXXIII. Mais dans les autres systèmes, autour des Etoiles

fixes, ou des autres Soleils, la même loi de pesanteur s'observe-t-elle ? nous n'avons rien qui puisse nous en assurer. Dès qu'on ne regarde pas la pesanteur comme dépendante d'une propriété universelle de la matière, & que sa cause nous est inconnue, nous ne savons plus quelle loi elle peut observer dans d'autres régions de l'Univers.

Une infinité de ces loix donneroient aux Astres des figures beaucoup plus variées que celles que donne la pesanteur en raison inverse du carré de la distance ; une infinité permettroit des Applatissements sans bornes.

XXXIV. Qu'il y ait des corps célestes d'une autre figure que sphérique, cette idée auroit déplu aux anciens Philosophes dans les temps où l'on manquoit de théorie & d'observations ; la perfection de la figure sphérique, & celle qui doit être dans l'Univers, étoient dans ces temps-là de trop fortes preuves pour qu'on eût osé croire que tous les Astres ne fussent pas des Globes.

Mais dans ces derniers temps, non seulement on a découvert que quelques Planètes de notre système solaire n'étoient pas des Globes parfaits. On a porté la vue jusque dans le ciel des Étoiles fixes, & par le moyen des grandes Lunettes, on a trouvé dans ces régions éloignées des phénomènes qui semblent annoncer une aussi grande variété dans ce genre, qu'on en voit dans tout le reste de la Nature.

XXXV. J'avois expliqué dans le Discours sur la figure des Astres, comment il se pouvoit former dans les Cieux, des Astres fort aplatis. Des amas de matière fluide qui ont un mouvement de révolution autour d'un centre, doivent, selon une infinité de loix de pesanteur, former de ces Astres aplatis en forme de Meules, qu'on rangera dans la classe des Soleils ou des Planètes, selon que la matière qui les forme sera lumineuse par elle-même, ou opaque, & capable de réfléchir la lumière ; soit que la matière de ces Meules soit par-tout de même nature, soit que pesant vers quelque Astre d'une nature différente, elle l'inonde de toutes parts, & forme autour un Sphéroïde aplati qui renferme l'Astre.

Qu'il y ait dans les Cieux des Amas de matière lumineuse, ou capables de réfléchir la lumière, qui forment des Sphéroïdes fort aplatis; outre qu'on en voit la possibilité en général, il semble que quelques découvertes qu'on a faites dans le Ciel nous apprennent qu'il y en a en effet de tels.

XXXVI. On trouve dans les Transactions Philosophiques de la Société Royale de Londres, N.° 428, un Mémoire curieux que M. Derham, Chanoine de Windsor, donna l'année passée: comme il contient des observations nouvelles & singulières, & qui doivent être fort exactes par l'habileté de celui qui a observé, & par l'espèce & l'excellence du Telescope dont il s'est servi, & qu'il est écrit en Anglois, je crois qu'on sera bien aise que je le rapporte ici; cela me dispensera de parler des observations à peu-près semblables, dont la première fut faite par M. Huygens dans la constellation d'Orion, & de quelques autres faites par M. Halley, qui sont citées dans ce Mémoire.

XXXVII. » Ayant l'Automne dernier, fait quelques
» observations sûres sur ces apparences célestes qu'on appelle
» *Etoiles nébuleuses*, avec mon Telescope catoptrique de 8 pieds,
» je crois à propos d'en rendre compte à cette illustre Société,
» afin d'exciter les autres à les observer davantage, parce que
» je les crois beaucoup plus dignes de la recherche des Curieux
» qu'on ne l'a imaginé jusqu'ici, & parce que je crains de ne
» pouvoir poursuivre beaucoup plus loin mes observations,
» mon miroir commençant à perdre son excellence & son
» grand effet, & commençant à se ternir.

» Mais si quelqu'un veut bien voir ces Nébuleuses, il faut
» absolument qu'il se serve d'excellents verres, autrement il
» perdra sa peine, comme je l'ai appris par mon expérience.

» On a donné à ces apparences célestes le nom d'*Etoiles*
» *nébuleuses*; mais elles ne sont ni des Etoiles, ni des corps
» qui répandent la lumière & qui la réfléchissent, comme
» sont le Soleil, la Lune & les Etoiles; & elles ne sont pas
» non plus des amas d'Etoiles, comme la *Voye lactée*; mais ce
» sont des Aires blancheâtres semblables à des amas de vapeurs
» Nébuleuses, d'où elles tirent leur nom.

Il y en a plusieurs dispersées dans diverses parties du Ciel. «
 Leur catalogue (que j'ai transcrit du Prodrôme d'Astronomie «
 d'Hevelius) peut être utile à ceux qui ont dessein de faire «
 cette recherche. «

Les lieux des Nébuleuses. «

LIEUX DES NÉBULEUSES.	Leur ascension droite pour l'an 1660.	Leur déclinaison pour l'an 1660.
Dans la ceinture d'Andromède.....	6 ^d 4' 45"	39 ^d 27' 57" N.
Dans le front du Capricorne.....	300 2 53	20 1 53 S.
Une autre précédant l'œil du Capricorne.	301 59 55	19 11 30 S.
Une autre qui le suit.....	302 35 9	19 36 0 S.
Une au-dessus de celles-là, qui joint l'œil du Capricorne.....	302 25 31	18 48 58 S.
Celle qui précède au dessus de la queue du Cygne, & la dernière de son pied...	304 54 8	47 54 20 N.
Une qui est après une Étoile au-dessus de la queue du Cygne, hors de la Constellation.....	312 10 5	53 5 20 N.
Au dehors du pied gauche d'Hercule...	264 52 46	48 9 10 N.
Dans la jambe gauche d'Hercule.....	265 38 37	38 5 50 N.
Sur le sommet de la tête d'Hercule...	252 24 3	13 18 37 N.
A l'oreille de Pégase.....	332 38 45	3 3 12 N.
Au bord occidental du bouclier de Sobieski.	272 32 34	14 23 35 S.
Sur le fleau de la Balance.....	219 26 15	9 16 27 S.
Au-dessus du dos de la grande Ourse...	183 32 41	60 20 33 N.
Sur la troisième jointure de la queue du Scorpion.....	12 43 00 * long.	19 1 0 S. lat.
Entre la queue du Scorpion, & l'arc du Sagittaire.....	24 32 00 * long.	11 25 0 S. lat.

Outre celles-là, le Docteur Halley a fait mention d'une «
 dans l'épée d'Orion; d'une autre dans le Sagittaire; d'une «
 troisième dans le Centaure (qu'on n'a jamais vue en Angleterre); «
 d'une quatrième qui précède le pied droit d'Antinoüs; d'une «

Phil. Trans.
N.° 347.

» cinquième dans Hercule, & de celle de la ceinture d'Andromède.

» J'en ai observé cinq de ces six avec mon excellent Telescope catoptrique de 8 pieds, & elles m'ont toutes paru des phénomènes fort semblables, excepté celle qui précède le pied droit d'Antinoüs, qui n'est pas une Nébuleuse, mais un amas d'Etoiles, & quelque chose de semblable à ce qui est dans la *Voye lactée*.

» Entre les quatre autres, je ne trouve point de différence essentielle, si ce n'est que les unes sont plus rondes, les autres d'une forme plus ovale, sans qu'il y ait dedans aucune Etoile fixe qui produise leur lumière. Seulement dans celle d'Orion il se trouve quelques Etoiles qu'on ne voit qu'avec le Telescope, mais qui ne sont point capables de causer la lumière de cette Nébuleuse. Ces Etoiles cependant m'ont servi à appercevoir d'abord que la distance de la Nébuleuse étoit plus grande que celle des Etoiles fixes, & à faire la même recherche sur les autres. J'ai pû visiblement & pleinement discerner que chacune d'elles est à une distance immense au de-là des Etoiles fixes qui paroissent auprès, soit de celles qu'on apperçoit à la simple vûe, soit de celles qu'on ne voit qu'avec le Telescope. Elles paroissent même être aussi loin par de-là les Etoiles fixes, qu'aucune de ces Etoiles est éloignée de la Terre.

» Et maintenant, par ce que je viens de rapporter de bonnes & fréquentes observations des Nébuleuses, je conclus certainement qu'elles ne sont point des corps lumineux qui nous envoient leur lumière comme le Soleil & la Lune; qu'elles ne sont point aussi la lumière combinée de quelques amas d'Etoiles comme la *Voye lactée* : mais je les regarde comme de vastes Aires, ou régions de lumière, infailliblement par de-là les Etoiles fixes, & qui ne renferment point d'Etoiles.

» Je dis des *Régions*, entendant par-là des espaces d'une étendue assés vaste, pour nous paroître de quelque grandeur, à une aussi grande distance qu'ils sont de nous.

» Et puisque ces espaces sont vuides d'Etoiles, & que
dans

dans Orion les Étoiles ont une très-petite proportion à la Nébuleuse, & que visiblement elles ne la peuvent causer, je laisse à la grande sagacité & pénétration de cette illustre Société, à juger si ces Nébuleuses sont des espaces particuliers de lumière, ou plutôt s'ils ne peuvent pas fort probablement être des vuides ou des ouvertures à une région immense de lumière par de-là les Étoiles fixes; parce que je trouve que dans tous les temps il y a eu plusieurs Sçavants dans cette opinion (je puis ajoûter les Théologiens aux Philosophes) qui jusqu'ici se sont accordés à penser qu'il y a une région par de-là les Étoiles fixes. Ceux qui ont imaginé des Cristallins ou des Orbes solides, ont crû qu'il y a un *Ciel empyrée* au de-là d'eux, & le *premier mobile*: & ceux qui n'admettoient point ces Orbes, mais qui pensoient que les corps célestes flottoient dans l'Air, imaginoient que la région des Étoiles n'étoit point l'extrémité de l'Univers, mais qu'il y avoit une région au de-là d'elle qu'ils ont appelé la *troisième Région* & le *troisième Ciel*.

Pour finir, il faut remarquer que dans les Nébuleuses d'Hevelius, quelques-unes semblent être plus grandes & plus remarquables que les autres: mais si elles le sont réellement ou non, je confesse que je n'ai pas eu la commodité de l'observer, excepté celle de la ceinture d'Andromède qui est aussi considérable qu'aucune que j'aye vûë. Dans les Cartes, les constellations les plus remarquables sont les trois vers l'œil du Capricorne, celle dans le pied d'Hercule, celle dans le troisième nœud de la queue du Scorpion, & celle entre la queue du Scorpion & l'arc du Sagittaire. Mais si quelqu'un désire de bien voir ces Nébuleuses, ou quelques-unes des autres, il faut absolument qu'il fasse usage d'excellents Verres, autrement il perdrait sa peine, comme je l'ai moi-même éprouvé, & comme je l'ai déjà dit.

XXXVIII. Je suis fort éloigné de révoquer en doute les observations de M. Derham, je les regarde comme les plus sûres, mais mes idées sont fort différentes des siennes sur la nature des phénomènes qu'il a observés.

Toutes ses observations font voir que si quelques Nébuleuses ne sont que des Amas d'Étoiles semblables à celles de la Voe lactée, dont la lumière confondue cause ces apparences, les autres Nébuleuses paroissent de grands espaces lumineux dont les uns sont ronds, les autres ovales. Des cinq Nébuleuses que M. Derham a observées, quatre étoient des phénomènes de cette dernière espece.

XXXIX. J'ai expliqué comment il pouvoit y avoir dans les Cieux des Masses de matière soit lumineuse, soit réfléchissant la lumière, dont les formes fussent des Sphéroïdes de toute espece, les uns approchant de la sphéricité, les autres fort aplatis. De tels Astres doivent causer des apparences semblables à celles qu'a observées M. Derham. Ceux qui approchent de la sphéricité seront vus comme des espaces circulaires, quelque angle que fasse l'axe de leur révolution avec le plan de l'Écliptique; les autres, dont la figure est aplatie, doivent paroître des espaces circulaires ou ovales, selon la manière dont le plan de leur équateur se présente à l'Écliptique. Ils peuvent même nous présenter des figures plus irrégulières, si plusieurs de ces Masses, diversement inclinées & placées à différentes distances, ont quelques-unes de leurs parties dans une ligne droite qui passe par la Terre.}

XL. Quant à la matière dont sont formées ces Masses, il n'est guere permis de prononcer si elle est aussi lumineuse que celle des Étoiles, & si elles ne brillent moins que parce qu'elles sont plus éloignées.

Si ces Masses sont formées d'une matière aussi lumineuse que les Étoiles, il faut que leur grosseur soit énorme par rapport à celle des Étoiles, pour que, malgré leur éloignement beaucoup plus grand que celui des Étoiles, que fait voir la diminution de leur lumière, on les voye au Télescope avec grandeur & figure.

Et si on les suppose d'une grosseur égale à celle des Étoiles fixes, il faut que la matière qui les forme soit moins lumineuse que celle des Étoiles, & qu'elles soient infiniment plus proches de nous que les Étoiles, pour que nous les

puissions voir au Telescope avec une grandeur sensible. On prétend cependant qu'elles n'ont aucune parallaxe, & c'est un fait qui mérite d'être observé avec soin.

XL I. Mais les Etoiles dont parle M. Derham, qu'on observe dans l'espace lumineux d'Orion, & qu'on observeroit peut-être dans plusieurs autres de ces espaces, ces Etoiles sont-elles au de-là ou en de-çà des corps dont nous parlons?

C'est ce que l'Optique nous apprend que nous ne sçaurions déterminer; & quoique M. Derham prétende qu'il a pû discerner que ces espaces lumineux étoient à une distance immense par de-là ces Fixes, il est sûr que passé un certain éloignement, qui n'est pas considérable, il n'est pas possible de décider sur la distance de deux objets qui n'ont ni l'un ni l'autre de parallaxe, à moins qu'on n'en juge par les diminutions de lumière ou de couleur. Mais lorsque les degrés de lumière des deux corps sont inconnus, il n'y a plus aucun moyen de juger lequel de deux objets qu'on voit est le plus éloigné. Si la matière des Masses est diaphane ou de la même nature que sont les Queuës des Cometes, on pourra voir au travers des Etoiles, quoiqu'elles soient plus éloignées qu'elles.

Malgré toute la considération que j'ai pour M. Derham, & l'autorité des Philosophes & des Théologiens qu'il cite, je ne sçaurois m'empêcher de croire qu'il est plus vrai-semblable que ces espaces lumineux qu'il a découverts sont les Disques de quelques corps célestes, tels que ceux dont j'ai parlé, que de penser que ce soit réellement des trous ou des fenêtres par où l'on voit l'Empyrée.

XLII. Nous avons vû dans la seconde partie que la différence entre l'axe de notre Soleil & le diametre de son équateur étoit si peu considérable, qu'elle étoit fort éloignée de pouvoir nous être sensible. Mais nous avons vû aussi dans la seconde partie & dans celle-ci, que d'autres Soleils pourroient être fort aplatis. Toutes ces figures s'accordent aussi bien avec les loix de la Statique que celle d'un Sphéroïde plus approchant de la Sphere. Il n'y a que la sphéricité parfaite qui ne s'y accorde pas.

XLIII. On ne connoît jusqu'ici la figure des Etoiles fixes par aucune observation; nous ne les voyons que comme des points lumineux dont l'éloignement immense nous empêche de discerner les parties. On peut raisonnablement penser que dans leur multitude il se trouve des figures de toute espece. Qu'il me soit permis de répéter ici une conjecture que j'ai donnée dans le Discours sur la figure des Astres, parce qu'elle appartient à cette théorie, qu'elle en est une suite nécessaire, que dans l'ouvrage que je viens de citer, elle n'a peut-être pas été assez approfondie, & que je ne pensois pas alors qu'elle dût être si-tôt utile.

XLIV. Cette conjecture sert à expliquer comment quelques Etoiles ont paru s'allumer dans les Cieux, y durer pendant quelque temps, puis cesser d'être apperçûes, & comment d'anciennes qu'on appercevoit ont cessé de luire. Tout le monde sçait la disparition d'une des Pléiades. On observa du temps de Tycho une nouvelle Etoile qui vint paroître dans la Cassiopée, qui l'emportoit en lumière sur toutes les Etoiles du Ciel, & qui après avoir duré plus d'un an, disparut. On en avoit vû une dans la même constellation en 945 sous l'empire d'Othon. Il est fait mention d'une qui parut encore vers la même région du Ciel en 1264; & ces trois pourroient assez vrai-semblablement n'être que la même.

On observe dans quelques constellations, des Etoiles dont la lumière paroît croître & diminuer alternativement; il s'en trouve une dans le col de la Baleine qui semble avoir des périodes réglées d'augmentation & de diminution, & qui depuis plusieurs années occupe les observateurs. Le Ciel & les temps sont remplis de ces phénomènes.

XLV. Je dis maintenant que si parmi les Etoiles il s'en trouve d'une figure fort aplatie, elles nous paroîtront comme feroient des Etoiles sphériques dont le diamètre seroit le même que celui de leur équateur, lorsqu'elles nous présenteront leur face; mais si elles viennent à changer de situation par rapport à nous, si elles nous présentent leur

tranchant, nous verrons leur lumière diminuer plus ou moins selon la différente manière dont elles se présenteront, & nous les verrons tout-à-fait s'éteindre, si leur applatissement & leur distance sont assés considérables.

De même des Etoiles que leur situation nous avoit empêché d'appercevoir, paroîtront, lorsqu'elles prendront une situation nouvelle, & ces alternatives ne dépendront que du changement de leur situation par rapport à nous.

XLVI. Il ne faut plus qu'expliquer comment il peut arriver du changement dans la situation de ces Etoiles applaties.

Tous les Philosophes d'aujourd'hui regardent chaque Etoile fixe comme un Soleil à peu-près semblable au nôtre, qui a vrai-semblablement ses Planetes & ses Cometes, c'est-à-dire, qui a autour de lui des corps qui circulent avec différentes excentricités. Quelqu'une de ces Planetes qui circulent autour d'un Soleil applati, peut avoir une telle excentricité, & se trouver si près de son Soleil dans son périhélie, qu'elle dérangera sa situation, soit par la pesanteur que chaque Planete porte pour ainsi dire avec elle, selon le système de M. Newton, qui fait que dès qu'elle passe auprès de son Soleil, la pesanteur de son Soleil vers elle, & la pesanteur d'elle vers lui, ont un effet sensible; soit par la pression qu'une telle Planete causeroit alors au fluide qui se trouveroit resserré entre elle & son Soleil, selon le système des Tourbillons.

XLVII. De quelque cause que vienne la pesanteur, on peut assurément supposer qu'il y a autour de chaque Planete une force qui feroit tomber les corps vers elle comme celle que nous éprouvons sur notre Terre. Une pareille force suffit pour changer la situation d'un Soleil, lorsqu'une Planete passe fort proche de lui, & cette situation changera selon la manière dont le plan de l'orbite de la Planete coupera le plan de l'équateur de son Soleil.

XLVIII. Le passage des Planetes dans leur périhélie auprès des Soleils plats, doit non seulement leur faire présenter des faces différentes de celles qu'ils présentoient; il peut encore changer absolument la situation de leur centre,

& les déplacer entièrement. Mais on voit aisé que quand le centre de ces Soleils seroit avancé ou reculé de la distance d'un ou de plusieurs de leurs diametres, ce changement ne pourroit pas nous être sensible dans des Étoiles dont le diametre ne nous l'est pas. Ainsi quand on auroit observé avec exactitude que le lieu de ces Étoiles sujettes au changement a toujours été le même dans le Ciel, il n'y auroit rien en cela qui fût contraire à notre théorie. On a prétendu cependant avoir remarqué quelque changement de situation dans quelques-unes.

Les Étoiles dont les alternatives, d'augmentation & de diminution de lumière, sont plus fréquentes, comme l'Étoile du col de la Baleine, seront environnées de Planetes dont les révolutions seront plus courtes.

L'Étoile de Cassiopée, & celles dont on n'a point observé d'alternatives, ne seront dérangées que par des Planetes dont les révolutions durent plusieurs siècles.

Enfin dans des choses aussi inconnues que nous le sont les Planetes qui circulent autour de ces Soleils, leurs nombres, leurs excentricités, les temps de leurs révolutions, les combinaisons des effets de plusieurs Planetes, on voit qu'il n'y aura que trop de quoi satisfaire à tous les phénomènes d'apparition & de disparition, d'augmentation & de diminution de lumière.

QUATRIEME PARTIE,

Où l'on essaye de déterminer les figures des Astres dans le système d'une pesanteur dépendante de l'Attraction mutuelle des parties de la matière les unes vers les autres ; & où l'on explique ce qu'a dit M. Newton sur la figure de la Terre.

XLIX. Après avoir déterminé dans les Sections précédentes les figures des Astres en général, & en particulier la figure de la Terre, de Jupiter & du Soleil ; en considérant la pesanteur à la manière de M. Huygens, c'est-à-dire, comme uniforme & vers un centre ; & après avoir déterminé

les mêmes choses dans l'hypothèse des autres Philosophes plus modernes qui la considèrent comme se faisant vers un centre en raison inverse du quarré de la distance au centre, sans la faire dépendre de l'Attraction des parties de la matière.

Afin de rendre cet ouvrage plus complet, je vais, dans cette quatrième partie, examiner les figures que doivent avoir les Astres dans le système de M. Newton, c'est-à-dire, si leurs figures dépendent de la Tendance mutuelle de leurs parties les unes vers les autres, & si la pesanteur que nous éprouvons n'est que l'effet de cette Tendance.

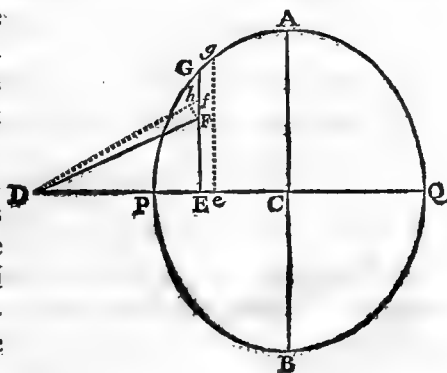
Je vais commencer par expliquer ce que M. Newton a donné sur la figure de la Terre. Il s'est contenté de trouver le rapport entre son Axe & le Diametre de son Équateur, sans déterminer sa figure entière, qu'il a regardée comme si elle étoit formée par la révolution d'une Ellipse autour de son petit Axe, & la Terre en effet ne doit pas différer sensiblement de cette figure.

Dès qu'on regarde les parties de la matière comme s'attirant les unes les autres, la figure d'un Sphéroïde dépend bien de l'Attraction de ses parties, mais cette Attraction dépend elle-même de la figure qu'a le Sphéroïde, & c'est ce qui rend difficile la détermination du rapport de l'Axe au Diametre de l'Équateur,

L. Soit l'Ellipsoïde *APBQ* formé par la révolution de l'Ellipse autour de son petit axe *PQ*.

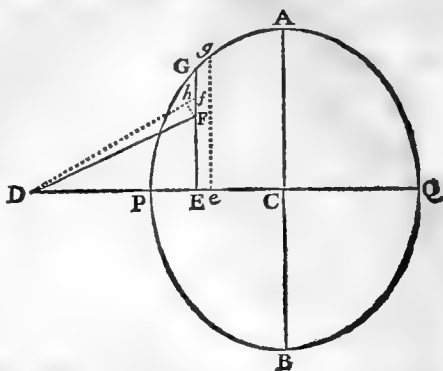
Soit un Atome ou un très-petit corps placé en *D* sur l'axe prolongé, & qu'il faille trouver l'Attraction que l'Ellipsoïde aplati exerce sur lui,

en supposant que l'attraction répandue dans les parties de la



matière, se fasse en raison renversée du quarré de leur distance ?

Ayant tiré d'un point G l'ordonnée GE & l'ordonnée infiniment proche ge , & conçu l'Ellipsoïde composé de tranches ou des petits cylindres que terminent



ces deux ordonnées pendant la révolution de l'Ellipse autour de l'axe PQ , je cherche l'Attraction que chacun de ces cylindres exerce sur le corpuscule qui est en D .

Ayant tiré la ligne DF dans une situation quelconque, & la ligne Df infiniment proche, le corpuscule est attiré par le petit anneau formé par la révolution de Ff ; & cette attraction est en raison directe de la superficie attirante, & en raison renversée du quarré de la distance, c'est-à-dire, comme $\frac{Ff \times EF}{DF^2}$. Mais cette attraction se fait suivant DF , & on veut l'avoir suivant DC ; il faut donc multiplier la quantité précédente par $\frac{DE}{DF}$, & l'on aura $\frac{Ff \times EF \times DE}{DF^3}$.

Les Δ semblables DEF, Fhf , donnent $Ff : fh :: DF : EF$, ou $Ff = \frac{DF \times fh}{EF}$; & substituant cette valeur de Ff dans l'attraction du petit anneau, on a $\frac{DE \times fh}{DF^2}$, ou (à cause que fh est la différentielle de DF) $\frac{DE \times d(DF)}{DF^2}$.

On aura l'attraction du plan circulaire formé par la révolution de l'ordonnée GE , en prenant l'attraction de la multitude des anneaux Ff , c'est-à-dire, en intégrant $\frac{DE \times d(DF)}{DF^2}$; en faisant DE constante, ce sera $1 = \frac{DG}{DF}$.

Faisant

Faisant donc $DP=e$, $PE=x$, $EG=y$, l'attraction du plan circulaire formé par la révolution de GE sera

$$I = \frac{(e+x)}{\sqrt{(e+x)^2 + yy}}.$$

Si maintenant on appelle le demi-axe de l'Ellipsoïde PC , a , & l'autre demi-axe AC , b , l'équation de l'Ellipsoïde sera $yy = \frac{bb}{aa}(2ax - xx)$; & mettant cette valeur de yy

dans l'attraction du plan, on a $I = \frac{(e+x)}{\sqrt{e^2 + x^2 + \frac{bb}{aa}(2ax - xx)}}$

pour l'attraction du plan dans l'Ellipsoïde.

Et multipliant la quantité précédente par Ee ou dx ,

on a $dx = \frac{(e+x)dx}{\sqrt{e^2 + x^2 + \frac{bb}{aa}(2ax - xx)}}$.

Si le corpuscule est placé en P , c'est-à-dire, au pôle, la distance e est zero, & l'expression précédente devient

$$dx = \frac{axdx}{\sqrt{2abbx - (bb - aa)xx}}, \text{ dont l'intégrale donnera}$$

l'attraction totale que le corpuscule souffre de l'Ellipsoïde vers C , ou la pesanteur.

Pour intégrer cette quantité, je lui donne cette forme,

$$dx = \frac{a}{\sqrt{(bb - aa)}} \times \frac{x dx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb - aa}x - xx)}}, \text{ ou } dx = \frac{a}{\sqrt{(bb - aa)}} \times$$

$$\frac{\frac{abb}{bb - aa} dx - x dx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb - aa}x - xx)}} = \frac{a}{\sqrt{(bb - aa)}} \times \frac{\frac{abb}{bb - aa} dx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb - aa}x - xx)}}; \text{ dont}$$

$$\text{l'intégrale est } x + \frac{a}{\sqrt{(bb - aa)}} \sqrt{(\frac{2abb}{bb - aa}x - xx)} =$$

$$\frac{a}{\sqrt{(bb - aa)}} \int \frac{abb dx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb - aa}x - xx)}}; \text{ ou (prenant } A \text{ pour l'arc de}$$

$$\text{cercle dont le rayon} = \frac{abb}{bb - aa}, \text{ \& le sinus versé} = x) \text{ on}$$

$$\text{a pour l'intégrale } x + \frac{a}{bb - aa} \sqrt{2abbx - (bb - aa)xx}$$

$$= \frac{a}{\sqrt{(bb - aa)}} A.$$

Mem. 1734.

M

Cette quantité étant zero, lorsque $x=0$, il n'y faut rien ajoûter; & lorsque $x=2a$, elle devient $\frac{2abb}{bb-aa} - \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} Q$, ou par Q j'entends l'arc de cercle, dont le rayon étant $= \frac{abb}{bb-aa}$, le sinus versé est $= 2a$.

La pesanteur donc qu'éprouvera un corps placé au pôle sur l'Ellipsoïde applati sera exprimée par cette quantité, & dépendra, comme on voit, des différens rapports qui peuvent être entre l'axe & le diametre de l'équateur.

L I. Cherchons maintenant la pesanteur qu'un corps éprouvera placé à l'extrémité de l'axe de l'Ellipsoïde allongé.

On aura pour la différentielle de l'attraction la même expression qu'on vient de trouver $dx = \frac{axdx}{\sqrt{2abbx + (aa-bb)xx}}$, mais dans laquelle $a > b$.

Pour l'intégrer, je la mets sous cette forme,

$$dx = \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \times \frac{x dx}{\sqrt{(\frac{2abb}{aa-bb}x + xx)}},$$

$$\text{ou } dx = \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \times \left(\frac{\frac{abb}{aa-bb} dx + x dx}{\sqrt{(\frac{2abb}{aa-bb}x + xx)}} + \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \times \frac{\frac{abb}{aa-bb} dx}{\sqrt{(\frac{2abb}{aa-bb}x + xx)}} \right),$$

$$\text{dont l'intégrale est } x = \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \sqrt{(\frac{2abb}{aa-bb}x + xx)} + \frac{aabb}{aa-bb} \frac{1}{\frac{1}{2}} \left(\frac{abb}{aa-bb} + x + \sqrt{\frac{2abb}{aa-bb}x + xx} \right).$$

Comme cette quantité doit s'évanouir lorsque $x=0$, on a pour l'intégrale corrigée

$$x = \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \sqrt{(\frac{2abb}{aa-bb}x + xx)} - \frac{aabb}{aa-bb} \frac{1}{\frac{1}{2}} \left(\frac{abb}{aa-bb} \right) + \frac{aabb}{aa-bb} \frac{1}{\frac{1}{2}} \left(\frac{abb}{aa-bb} + x + \sqrt{\frac{2abb}{aa-bb}x + xx} \right).$$

Et lorsque $x=2a$, elle devient

$$\frac{aabb}{aa-bb} \frac{1}{\frac{1}{2}} \left(\frac{2a^2 - abb + 2aa\sqrt{aa-bb}}{abb} \right) - \frac{2abb}{bb-aa}.$$

On voit par les calculs précédents, que la pesanteur au pôle d'un Ellipsoïde applati dépend de la quadrature du cercle, & qu'au pôle d'un Ellipsoïde allongé, elle dépend de la quadrature de l'hyperbole.

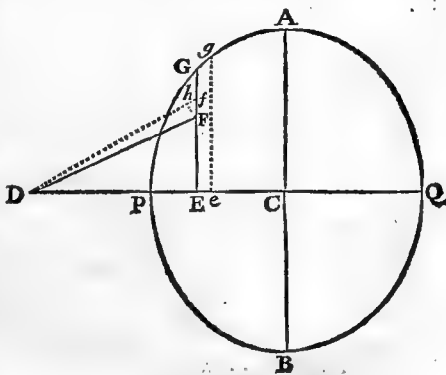
LII. Au pôle d'un Ellipsoïde qui n'est ni allongé ni applati, c'est-à-dire, d'une Sphere, la pesanteur ne dépend ni de la quadrature de l'hyperbole, ni de celle du cercle. En effet, lorsque $a = b$, l'attraction du petit cylindre que

nous avons trouvée (art. 50.) $dx = \frac{axdx}{\sqrt{2abbx(-bb+aa)xx}}$ devient $dx = \frac{axdx}{\sqrt{2a^3x}}$, ou $dx = \frac{dx\sqrt{x}}{\sqrt{2}a}$ qui s'intègre facile-

ment, & donne $x = \frac{x\sqrt{2x}}{3\sqrt{a}}$, & pour la pesanteur de la Sphere entière $2a = \frac{2a\sqrt{4a}}{3\sqrt{a}}$ ou $\frac{2}{3}a$.

LIII. Ayant trouvé les pesanteurs au pôle, dans l'Ellipsoïde applati, dans l'Ellipsoïde allongé, & dans la Sphere, on peut facilement comparer ces pesanteurs; & c'est par des calculs semblables que M. Newton a trouvé,

Que si le petit axe de l'Ellipse $PAQB$ étoit au grand, c'est-à-dire, a à b , comme 100 à 101, la pesanteur en P sur l'Ellipsoïde applati, seroit à la pesanteur en P sur la Sphere dont le rayon seroit a ou CP , :: 126 : 125.



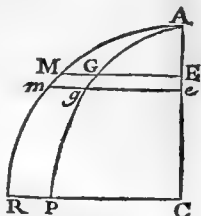
Et que la pesanteur en A sur l'Ellipsoïde allongé, seroit à la pesanteur en A sur la Sphere dont le rayon seroit b ou CA :: 125 : 126.

LIV. L'Ellipsoïde applati formé par la révolution de l'Ellipse autour de l'axe PQ représentant la Terre, il faut
M ij

92 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
maintenant chercher le rapport de la pesanteur au pôle P
ou Q à la pesanteur en A sur l'équateur.

LV. La solidité de l'Ellipsoïde applati qui représente la
Terre, est moyenne proportionnelle entre la Sphere circon-
scrite, dont le rayon est CA , & l'Ellipsoïde allongé formé
par la révolution de l'Ellipse autour de l'axe AB .

Car concevant la Sphere circonscrite,
& l'Ellipsoïde formés l'un & l'autre par
la révolution du cercle AMR & de l'El-
lipse AGP autour de l'axe AC , divisés
dans leurs petits cylindres formés par
la révolution des ordonnées ME, me ,
 GE & ge , ces cylindres dans la Sphere
seront aux cylindres dans l'Ellipsoïde, comme ME^2 à GE^2 ;
parce que leur hauteur Ee étant la même, ils sont comme
leur base; & comme dans l'Ellipse le rapport de ME^2 à
 GE^2 est un rapport constant, & celui de bb à aa , la somme
de ces cylindres dans la Sphere, est à la somme dans l'El-
lipsoïde allongé :: $bb : aa$, ou (*Spher.*) : (*Ellipf. all.*)
:: $bb : aa$.



Concevant maintenant la Sphere circonscrite & l'Ellip-
soïde applati formés l'un & l'autre par la révolution du
cercle AMR & de l'Ellipse AGP autour de l'axe PC , di-
visés dans leurs petits tuyaux formés par la révolution des
ordonnées ME, me, GE, ge , autour de l'axe PC , ces tuyaux
dans la Sphere seront aux tuyaux dans l'Ellipsoïde applati
comme leur longueur ME & GE , parce que leur épaisseur
 Ee & leur rayon CE sont les mêmes; & comme le rap-
port de ME à GE est constant, & celui de b à a , la
somme des tuyaux dans la Sphere est à la somme dans l'El-
lipsoïde applati :: $b : a$, ou (*Spher.*) : (*Ell. app.*) :: $b : a$;
ou (*Spher.*) : (*Ell. app.*)³ :: $bb : aa$. Donc (*Spher.*)
: (*Ell. all.*) :: (*Spher.*)² : (*Ell. app.*)²; & (*Ell. app.*)
= $\sqrt{(\text{Spher.}) \times (\text{Ell. all.})}$.

LVI. Et comme les pesanteurs qu'un corps éprouve en *A*, de la Sphere, du Sphéroïde applati & du Sphéroïde allongé peuvent passer pour proportionnelles aux quantités de matière de ces trois corps ; la pesanteur qu'un corps éprouve de la Terre placé en *A* sur l'Equateur terrestre est moyenne proportionnelle entre la pesanteur qu'il éprouveroit de la Sphere & du Sphéroïde allongé.

LVII. Nommant donc cette pesanteur qu'un corps éprouveroit sur l'Equateur terrestre..... $= T$.
 La pesanteur en *P* sur le Sphéroïde applati..... $= P$.
 La pesanteur en *P* sur la Sphere dont le rayon est $CP = s$.
 La pesanteur en *A* sur le Sphéroïde allongé..... $= \pi$.
 La pesanteur en *A* sur la Sphere dont le rayon est $CA = S$.

On a par (art. 53.) $P : s :: 126 : 125$.
 $\pi : S :: 125 : 126$.

Ou mettant entre les deux termes de cette proportion un moyen proportionnel, on a

$\pi : T :: T : S :: 125 : 125\frac{1}{2}$, ou $:: 125\frac{1}{2} : 126$.

LVIII. De plus la pesanteur qu'un corps éprouve, placé sur la surface de deux Spheres différentes est en raison directe du rayon de ces Spheres (art. 52.) on a donc
 $s : S :: 100 : 101$.

LIX. Et joignant ces trois proportions

$P : s :: 126 : 125$.

$S : T :: 126 : 125\frac{1}{2}$.

$s : S :: 100 : 101$.

On a $P : T :: 126 \times 126 \times 100 : 125 \times 125\frac{1}{2} \times 101$.

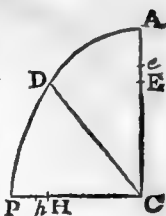
ou $P : T :: 1587600 : 1584437\frac{1}{2}$.

ou $P : T :: 501 : 500$.

C'est-à-dire, que la pesanteur au pôle de la Terre est à la pesanteur sous l'Equateur, comme 501 à 500.

LX. M. Newton a démontré (Liv. I. prop. XCI. Coroll. 3.) Que dans un Ellipsoïde, l'Attraction qu'un corps placé sur un diametre éprouve, est en raison directe de la distance au centre. Cela posé,

Concevant le demi-diametre de l'équateur AC & le demi-axe PC divisés dans un même nombre de parties Ee, Hh , qui seront entr'elles comme le demi-diametre de l'équateur & le demi-axe ; puisque la pesanteur au pôle est 501, & sur l'équateur 500, la pesanteur P en H sera $P = \frac{501 \cdot CH}{CP}$.



De même la pesanteur π en E sera $\pi = \frac{500 \cdot CE}{CA}$. Voilà les forces résultantes de l'attraction, qui tirent les parties Hh, Ee , vers le centre.

LXI. Mais la Terre tournant autour de l'axe PC , les parties qui sont dans AC pendant qu'elles sont tirées vers C par la force π , sont repoussées vers A par la force centrifuge que le mouvement de révolution leur donne ; & cette force en chaque point E est proportionnelle aussi à sa distance au centre CE .

Si donc cette force en A est f , on a ce qu'elle est en $E = \frac{f \times CE}{CA}$.

Concevant donc PC & CA comme deux colonnes du fluide qui forme la Planete, on aura le poids vers C du petit cylindre Hh ; en le multipliant par sa force accélératrice, ce sera $\frac{501 \times CH \times Hh}{CP}$, ou $\frac{501 \times CHd(CH)}{CP}$; & l'on aura le poids vers C du petit cylindre Ee , en le multipliant par sa force accélératrice $\frac{500 \cdot CE - f \times CE}{CA}$, ce sera $(\frac{500 - f}{CA}) CE d(CE)$.

LXII. La somme des poids des cylindres Hh sera en intégrant $\frac{501 \cdot CH^2}{2 \cdot CP}$, & le poids de la colonne entière PC sera $\frac{501 \cdot CP}{2}$.

La somme des poids des cylindres Ee sera $\frac{(500 - f) CE^2}{2 \cdot CA}$; & le poids de la colonne entière AC sera $\frac{(500 - f) CA}{2}$.

Puisque le fluide de la Planete est dans un état permanent, il faut que ces deux colonnes se soutiennent ; c'est-à-dire,

il faut que $\frac{501 \times CP}{2} = \frac{(500-f) CA}{2}$; ou (à cause de $CP:CA :: 100:101$) il faut que $501 \times 100 = (500-f) \times 101$; d'où l'on tire $f = \frac{400}{101} = 4$.

Donc dans une Planete qui auroit le diametre de l'équateur à l'axe, comme 101 à 100, & où la force centrifuge de chaque partie seroit à son poids comme 4 à 505, les colonnes seroient en équilibre.

Or dans cette Planete, la force centrifuge qui est $\frac{4}{505}$ du poids, rend chaque partie de la colonne CA plus longue que les parties de la colonne CP de $\frac{1}{100}$, & fait élever le fluide dans l'équateur de $\frac{1}{100}$.^e partie du demi-axe PC .

LXIII. Il faut donc dire, en comparant la Terre à cette Planete; si la force centrifuge dans la Planete où elle est la $\frac{4}{505}$.^e partie de la pesanteur, fait élever chaque cylindre dans l'équateur de $\frac{1}{100}$, la force centrifuge sur la Terre qu'on fçait être dans la colonne CA la $\frac{1}{289}$.^e partie de la pesanteur fera élever chaque cylindre de $\frac{1}{229}$; d'où l'on voit que le diametre de l'équateur sera à l'axe comme 230 à 229. Le demi-diametre moyen de la Terre, selon M. Picard, étant de 19615800 pieds, la Terre sera plus élevée à l'équateur qu'aux poles de 85472 pieds, le demi-diametre de son équateur sera de 19658600 pieds, & son demi-axe de 19573000 pieds.

LXIV. Comparant maintenant les autres Astres avec la Terre; appellant la pesanteur & la force centrifuge sur la Terre, P & F , & sur les Astres π & ϕ ; on a pour trouver la différence du demi-diametre de leur équateur à leur demi-axe $\frac{F}{P} : \frac{\phi}{\pi} :: \frac{1}{229}$; cette différence $= \frac{P \times \phi}{229 \pi \times F}$.

La pesanteur sur la superficie de différentes Planetes étant en raison composée de leur densité & de leur rayon; & les forces centrifuges étant en raison composée de la directe du rayon, & inverse doublée du temps périodique de la révolution autour de l'axe; si l'on nomme sur la Terre la densité $= D$, le rayon $= R$, le temps périodique $= T$; & sur

56 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 les autres Planetes δ , ρ , ϑ , on aura la différence du demi-diametre de l'équateur au demi-axe $\frac{P \times \varphi}{229\pi \times F} = D \times R \times \frac{\rho}{\mathfrak{S}\mathfrak{S}}$
 $: 229 \delta \times \rho \times \frac{R}{TT} = \frac{D \times T \times T}{229 \times \delta \times \mathfrak{S}\mathfrak{S}}$; d'où l'on voit,

LXV. Que si l'Astre est plus grand ou plus petit que la Terre, & que sa densité & le temps de sa révolution soient les mêmes, la figure de l'Astre est la même que celle de la Terre.

Mais si le temps de la révolution n'est pas le même, la différence du diametre de l'équateur à l'axe changera en raison inverse du quarré des temps.

Enfin, si la densité augmente ou diminue, la différence du diametre de l'équateur à l'axe augmentera ou diminuera en raison inverse de l'augmentation ou de la diminution de la densité.

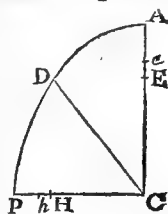
LXVI. On peut par-là facilement comparer les figures de la Terre, de Jupiter, & du Soleil. Car le temps de la révolution de la Terre autour de son axe étant de $23^h 56' 4''$, & celui de Jupiter de $9^h 56'$, on a $TT : \mathfrak{S}\mathfrak{S}$ à peu-près $:: 29 : 5$, & la densité de la Terre étant (selon ce qu'a trouvé M. Newton, Prop. VIII. Liv. III.) à la densité de Jupiter, ou $D : \delta :: 400 : 94\frac{1}{2}$, on a la différence entre le diametre de l'équateur de Jupiter & son axe, à son axe, $:: \frac{29}{5} \times \frac{400}{94\frac{1}{2}} \times \frac{1}{229} : 1$; ou à très-peu-près $:: 1 : 9\frac{1}{5}$.

Comme cette différence est beaucoup plus grande que celle qui résulte des observations de M. Cassini, & que celle qui résulte des observations de M. Pound, M. Newton conjecture que Jupiter est plus dense vers le plan de son équateur que vers les poles. Cet excès de densité feroit que la colonne qui est dans le plan de l'équateur, pour être en équilibre avec celle qui répond au pole, doit être plus courte que cette Théorie ne la détermine, & par conséquent le diametre de l'équateur différerait moins de l'axe, & son rapport à l'axe approcheroit plus du rapport observé.

LXVII.

LXVII. Pour trouver la différence dont le diamètre de l'équateur du Soleil surpasse l'axe; le temps de la révolution du Soleil autour de l'axe étant de $25\frac{1}{2}$ j, on a $TT : 99 :: 1 : 650\frac{1}{4}$, & la densité de la Terre étant à la densité du Soleil (Prop. VIII. Liv. III.) ou $D : \delta :: 4 : 1$, on aura la différence entre le diamètre de l'équateur du Soleil & son axe, à son axe, $:: \frac{1}{650\frac{1}{4}} \times 4 \times \frac{1}{229} : 1$; ou $:: 1 : 37226$, différence beaucoup plus grande que celle qui résulte de l'hypothèse de la pesanteur vers le centre en raison renversée du carré de la distance, mais cependant imperceptible à toute observation.

LXVIII. Je reviens à la figure de la Terre. Il suit de l'équilibre qui est entre les colonnes, que prenant des parties semblables de ces colonnes en A & en P , ces parties pèsent également. Pour cela, il faut que la force qui anime celle qui est en A vers C , que j'appelle *la pesanteur réduite*, soit à la pesanteur de celle qui est en P , comme la partie de la colonne qui est en P , est à la partie de la colonne qui est en A , ou comme CP à CA ; & c'est la même chose pour les colonnes obliques CD .



LXIX. D'où l'on voit que les différents poids d'un même corps, dans différentes régions de la Terre, sont en raison inverse des longueurs des colonnes, ou des distances au centre de la Terre.

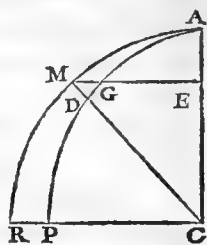
Si donc on avoit avec assés d'exactitude le rapport des différents poids d'une même quantité de matière aux différentes latitudes (ce qu'on peut avoir par les longueurs des Pendules isochrones, ou par le retardement des Pendules de même longueur vers l'Équateur) on détermineroit les longueurs de toutes les colonnes pour quelque angle qu'elles fassent avec l'axe, c'est-à-dire, la figure entière de la Terre, & c'est la seule manière dont M. Gregori la détermine.

Et si la figure de la Terre est donnée, on peut par elle

98 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 déterminer les différents poids d'un même corps à différentes latitudes, ou, ce qui revient au même, les différentes longueurs du Pendule isochrone.

En effet, considérant la Terre comme un Ellipsoïde, il est facile de démontrer le Théoreme de M. Newton, *Que l'augmentation des poids, en allant de l'équateur au pôle, approche fort du rapport du quarré du sinus de la latitude.*

LXX. Car soit ADP le quart de l'Ellipse qui représente le Méridien de la Terre, & AMR un quart de cercle décrit du rayon CA , demi-diametre de l'Equateur terrestre. On a par la propriété de l'Ellipse $RP : MG :: CR : EM$,



ou $MG = \frac{RP \times EM}{CR}$. Mais à cause que

les triangles DMG , EMC , sont semblables, lorsque l'Ellipse approche fort du cercle (comme fait l'Ellipse qui sert de Méridien à la Terre) on a $MG : MD :: MC : ME$, ou $MG = \frac{MD \times MC}{ME}$. On a donc $\frac{RP \times ME}{CR} = \frac{MD \times MC}{ME}$, ou $MD = \frac{RP \times ME^2}{CR^2}$; c'est-à-dire, MD à RP comme le quarré du sinus de l'angle ACM au quarré du sinus total, ou (comme RP est constant) MD comme le quarré du sinus de l'angle ACM , ou du sinus de la latitude.

Mais il est visible que le poids d'un corps sous l'équateur étant représenté par CD , le poids du même corps placé en D est représenté par CA ; l'augmentation du poids, en allant de l'équateur vers le pôle, est donc représentée par MD , cette augmentation est donc proportionnelle au quarré du sinus de la latitude.

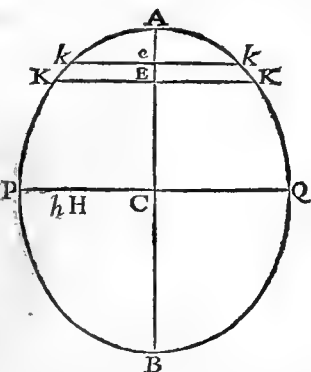
C'est d'après ce Théoreme que M. Newton a calculé sa Table des différentes longueurs des Pendules répondantes aux différentes latitudes.

LXXI. Cette détermination de la figure de la Terre n'est qu'une approximation; aussi M. Newton ne la donne-t-il pas pour une détermination exacte. Les erreurs sont

d'autant moindres, que la figure des Astres approche plus de l'Ellipsoïde, & que l'Ellipsoïde approche plus de la Sphere.

LXXII. Si l'on vouloit une solution plus exacte de ce Probleme; ou que la méthode précédente, qui suppose que le Sphéroïde terrestre approche beaucoup de la Sphere, ne pût pas servir, comme il arriveroit si la Terre étoit fort applatie; voici comme on pourroit résoudre le Probleme. Il faudroit, après avoir trouvé l'attraction qu'éprouve un corpuscule en P au pôle du Sphéroïde formé par la révolution d'une Ellipse autour de l'axe PQ dans laquelle les deux axes a & b seroient indéterminés, il faudroit chercher l'attraction qu'un corpuscule éprouveroit en A placé dans l'équateur de ce Sphéroïde.

Pour cela, il faudroit dans le Sphéroïde $PAQB$, formé par la révolution de l'Ellipse PAQ autour de l'axe PQ , chercher l'Attraction qu'un corpuscule éprouve de chaque Ellipse qui est la section du Sphéroïde par un plan KK , parallèle à l'axe; & multipliant cette Attraction par Ee , différentielle de AB , on auroit l'Attraction d'un petit cylindre à base elliptique, terminé par les deux



plans kk , KK ; & si l'on pouvoit vaincre les longueurs & les difficultés de ce calcul, on auroit, en intégrant, l'Attraction qu'éprouveroit le corpuscule placé en A sur l'équateur du Sphéroïde.

Ayant donc la pesanteur en P par une fonction $[ab]$ des axes de l'Ellipse, & la pesanteur en A par une autre fonction (ab) ; ayant de plus la force centrifuge en $A = f$, on auroit (puisque dans l'Ellipsoïde, la pesanteur sur chaque colonne est en raison directe de la distance au centre; & que la force centrifuge dans la colonne AC suit la même

proportion), on auroit la pesanteur en $H = [ab] \frac{CH}{CP}$;
 & la force qui tire Ee vers C , $= \frac{(ab) \times CE - f \times CE}{CA}$; &
 pour les poids vers C des petits cylindres $[ab] \frac{CH \times d(CH)}{CP}$,
 & $(ab) - f) \times \frac{CE \times d(CE)}{CA}$. Et puisque les deux co-
 lonnes CP & CA sont en équilibre, $\frac{[ab]}{CP} fCH \times d(CH) =$
 $(\frac{ab}{CA} - f) fCE \times d(CE)$, ou $[ab] \times CP = (ab) - f) \times CA$.
 Mettant dans cette équation, a pour CP , & b pour CA ,
 on aura $a[ab] = b(ab) - f)$; & f étant donnée, cette
 équation déterminera la relation entre a & b , c'est-à-dire,
 le rapport entre l'axe & le diamètre de l'équateur.



ESSAI D'ANALISE
DES PLANTES.

Par M. BOULDUC.

QUOIQ'UN habile Chimiste de cette Académie se soit occupé pendant plusieurs années à l'analyse des Plantes, & ait essayé par-là de découvrir, si par la recherche de la différente proportion de leurs principes on pourroit juger de leurs différentes propriétés; après en avoir analysé un très-grand nombre avec toute l'exactitude & la précision possible, on ne s'est assuré, comme le dit feu M. Homberg, dans un Mémoire donné à l'Académie, d'autre chose, sinon que cette voye que l'on avoit cru la seule de sûre pour y parvenir, y étoit entièrement inutile, & qu'il falloit l'abandonner, puisque le produit des Plantes les plus salutaires ne différoit pas, ou de peu de choses, du produit de celles qui étoient les plus venimeuses, le feu que l'on étoit obligé d'employer pour ces analyses changeant entièrement & dénaturant leurs principes, en sorte qu'ils n'étoient plus qu'en partie des créatures du feu, & non pas les principes que la Nature avoit employés à leur composition.

30 Janvier
1734.

Le peu de réussite de ces analyses m'a fait imaginer, qu'en examinant non seulement les Plantes dans leur entier, ou leur marc, mais aussi les sucs ou les décoctions de ces mêmes Plantes, on pourroit peut-être rencontrer dans l'examen de leurs sels essentiels ce que l'analyse connue & usitée avoit refusé. Dans cette idée, j'ai commencé par examiner une seule Plante fort employée dans la Médecine, qui est la *Bourache*.

J'ai donc pris une bonne quantité de décoction de *Bourache*, que j'ai séparée en trois parties égales. J'ai fait

évaporer la première jusqu'à pellicule, ou en consistance de sirop; elle étoit d'une couleur fort noire, étant chargée de beaucoup de parties huileuses, en sorte que l'ayant laissée en repos dans le temps chaud, elle se couvrit en peu de jours d'une peau assés épaisse, laquelle étoit recouverte de moisissure. Ayant enlevé cette peau, je trouvai au dessous une assés bonne quantité de cristaux en aiguilles fines & déliées, confondus avec un grand nombre d'autres petits cristaux salins, assés irréguliers pour ne pouvoir en déterminer la figure, le tout nageant dans une portion de liquide gras ou sirupeux. Je détachai quelques-uns de ces cristaux languets & en aiguilles, & les ayant mis sur une pelle rougie, ils s'y enflammerent comme auroit fait le Salpêtre mêlé avec quelque corps gras ou sulfureux; & en effet ce Salpêtre avoit encore un enduit de la partie grasse de cette décoction. Cette observation avoit déjà été annoncée par M. Lémery, qui a cité là-dessus M. de Reffons. Voilà donc l'Acide nitreux démontré dans cette Plante, & de plus le Nitre y est dans tout son entier, puisque quand j'ai versé de l'huile de Tartre sur ce nouveau Nitre dissous, elle n'en a rien précipité, comme elle l'auroit fait si l'acide nitreux avoit eu pour base une simple matière terreuse.

J'ai pris la deuxième portion de ma décoction que j'ai passée sur de la Chaux vive, afin de la dégraisser, ensuite de quoi je l'ai fait évaporer à lente chaleur, & jusqu'à une légère pellicule, & l'ayant laissée en repos pendant plusieurs jours, j'y ai trouvé des cristaux en aiguilles, plus distincts, mieux formés & moins roux que ceux de la première portion, ils étoient vraiment nitreux; & au dessous de ces cristaux languets j'ai trouvé une bonne quantité de cristaux cubiques que je n'eus point de peine à reconnoître pour des cristaux de *Sel marin*.

J'ai pris de ces cristaux en aiguilles, que j'ai mis sur le charbon allumé, & qui y ont fusé comme ceux de la première portion de ma décoction: & pour ceux qui étoient

de figure cubique, outre qu'ils décrépi-toient au feu sans s'y enflammer, c'est qu'en ayant fait fondre dans de l'eau, & ayant versé cette dissolution sur celle d'argent faite par l'esprit de Nitre, il s'y faisoit sur le champ un caillé blanc, lequel amassé, lavé & exposé au feu, se changeoit en argent corné, transparent, & se coupant au couteau.

Voilà donc l'Acide nitreux & l'Acide du Sel commun, ou plutôt le *Salpêtre* & le *Sel marin* bien avérés dans la même Plante.

J'ai enfin pris la troisième portion de ma décoction de Bourache que j'ai passée sur des cendres de bois neuf, & l'ayant fait évaporer de même que les deux premières, & l'ayant laissée en repos quelques jours, j'y ai trouvé plus de Nitre que dans les deux précédentes portions, plus blanc ou moins rousâtre. Il y a toute apparence, que cette plus grande quantité de Nitre qui se trouve dans cette troisième portion, vient de ce qu'une partie d'acide nitreux n'ayant été unie, ou qu'avec une portion de simple terre, ou qu'avec la matière grasse qui est abondante dans cette Plante, rencontrant dans la lessive le sel alkali fixe des cendres, s'y joint, & se corporifie avec lui, ce qui augmente le produit du Salpêtre.

J'ai dit, que j'avois enlevé de dessus la première portion de la décoction de la Plante évaporée, & qui n'avoit point été passée ni sur les cendres ni sur la chaux, une peau grasse & couverte de moisissure, laquelle desséchée au feu & mise en charbon, s'y enflammoit de même que si j'eusse mis dans un creuset au feu du Nitre mêlé de la poudre de charbon ordinaire, parce que cette peau grasse en retenoit encore, n'ayant pas permis au Nitre de s'en débarrasser entièrement.

Après ces premières expériences faites sur la décoction de la Bourache, j'ai voulu voir ce que le Marc ou la Plante entière brûlée me donneroit de plus en sel. J'en ai donc séché à l'ombre, je l'ai ensuite fait brûler dans un pot de grès à petit feu, & le vaisseau couvert elle s'y est convertie

en charbon, que j'ai après calciné à feu ouvert pour le réduire en cendres, & pour en faire une lessive, avec laquelle j'ai voulu faire quelques expériences avant que de l'évaporer pour en retirer les sels qu'elle pourroit contenir; & persuadé que le sel alkali n'y manqueroit pas, les cendres des Plantes en fournissant ordinairement, j'ai mêlé la lessive avec du sirop violat, qu'elle n'a que très-légerement & même à peine verdi; de plus cette couleur verte n'a point tenu, & le sirop a repris la première couleur en très-peu de temps, ce qui m'a fait juger, ou que le sel alkali s'y trouvoit en très-petite quantité, ou qu'il y étoit confondu & embarrassé avec d'autres sels qui s'opposoient à son effet sur le sirop violat, & l'événement m'en a éclairci; car en faisant évaporer cette lessive jusqu'à pellicule, & la laissant ensuite en repos dans un lieu frais, je n'ai point tardé d'y appercevoir des cristaux de *Tartre vitriolé* très-distincts, très-bien figurés, & de toutes les propriétés qui caractérisent ce sel; j'ai retiré la liqueur qui surnageoit, & l'ayant de nouveau laissé un peu évaporer, j'y ai trouvé une autre portion du même sel, dont les cristaux étoient moins gros que les premiers, mais dans leur petitesse bien connoissables pour être le même sel à tous égards.

J'ai ensuite continué d'évaporer la lessive jusqu'à environ la diminution de la moitié, & l'ayant laissée en repos, j'y ai trouvé au bout de quelque temps des cristaux cubiques, lesquels, bien examinés, sont un vrai Sel marin qui s'étoit conservé malgré la forte calcination; le reste de la lessive a alors changé le sirop violat dans un beau verd d'émeraude qui a duré, & ne s'est point perdu, comme j'ai dit que cela étoit arrivé à cette même lessive avant qu'elle eut été concentrée & privée des deux sels moyens dont je viens de parler.

Je crois donc pouvoir dire avec certitude, que la Bourache peut fournir quatre sels différents; sçavoir, le Salpêtre, le Sel marin, le Tartre vitriolé, & enfin un Sel alkali fixe;

&

& ce qui, à mon sens, est une chose particulière, c'est de voir que les trois Acides minéraux se trouvent en même temps dans une même Plante.

Je ne pense pas que le Tartre vitriolé soit formellement dans cette Plante : on ne peut pourtant pas douter que l'acide vitriolique n'y existe ; mais comme il étoit enveloppé avant la calcination de la matière grasse qui y est abondante, il n'étoit pas aisé de le connoître : cette matière grasse au contraire ayant été dissipée par le feu, & l'acide vitriolique devenu libre, rencontrant le sel alkali que la Plante fournit, ou le Nitre fixé qui reste après la déflagration, il s'y unit, dont il résulte le Tartre vitriolé, de la même façon que du mélange d'un sel alkali & du soufre commun, il se forme un Tartre vitriolé après que l'on a chassé par la calcination la partie inflammable du soufre.

Il ne sera pas hors de propos de dire ici, à l'occasion du Tartre vitriolé, qu'il y a déjà long-temps qu'en travaillant avec M. Grosse sur la Potasse, que l'on a communément regardée comme un sel alkali, nous y trouvâmes une bonne quantité de vrai Tartre vitriolé, & depuis nous avons vu que ce fait avoit déjà été annoncé par Cardilucius ; cependant cela nous a rendus attentifs à ne pas négliger l'examen des Cendres de différentes Plantes, & je puis assurer qu'en faisant les sels alkalis fixes, & quelquefois seulement à ce dessein, nous avons retiré, des cendres de différentes Plantes ameres & aromatiques, un vrai Tartre vitriolé, ce qui peut du moins confirmer, que l'acide vitriolique, quoique le plus fixe des acides minéraux, ne laisse pas de s'élever, & , selon toute apparence, de se trouver dans un plus grand nombre de Plantes qu'on ne l'a pensé jusqu'ici. Je conjecture de plus qu'il se trouve peu de sels fixes tirés des Plantes, qui soient purement alkalis, & cela après en avoir fait & examiné un grand nombre : il n'y a que le sel de Tartre qui me paroisse être le plus parfait alkali, n'y ayant pû reconnoître jusqu'ici aucun mélange d'autres sels.

J'ajouterai encore qu'il n'y a point d'apparence, que d'autres Plantes qui paroissent avoir du nitreux en général, comme sont la Poirée, le Chardon-benit, le Cerfeuil, le Concombre sauvage, la Pariétaire, & d'autres ne pussent également fournir les quatre Sels dont j'ai parlé, si on les traitoit suivant les mêmes procédés que j'ai exposés.

Après l'examen de la Bourache, reconnuë dans la Médecine pour une Plante salutaire, mon dessein seroit d'en examiner, suivant les mêmes procédés, une ou plusieurs de celles qui sont regardées comme venimeuses ; & si de ce travail on peut tirer quelques lumières, quand ce ne seroit que pour la Physique, je le continuërai.



DE L'INCLINAISON DU PLAN
DE L'ECLIPTIQUE
ET DE L'ORBITE DES PLANETES

*Par rapport à l'Équateur de la Révolution du Soleil
autour de son Axe.*

Par M. CASSINI.

JUSQU'A présent les Astronomes ont déterminé l'inclinaison de l'Orbite des Planetes, la situation & le mouvement de leurs Nœuds par rapport à l'Écliptique, que le Soleil, dans les Systemes de Ptolémée & de Tycho, décrit autour de la Terre par son mouvement propre de l'Occident vers l'Orient, & que la Terre au contraire, dans le système de Copernic, décrit dans le même sens autour du Soleil par sa révolution annuelle; parce que dans l'une ou l'autre de ces hypothèses, le Soleil & la Terre étant tous les deux sur le plan de l'Écliptique, il est nécessaire d'y rapporter le lieu des Planetes qui sont tantôt au dessus ou au dessous de ce plan. 3 Avril 1734.

On a pour cet effet choisi principalement les temps où les Planetes se rencontroient près du plan de l'Écliptique sans aucune latitude sensible, car calculant pour lors leur vrai lieu, vû du Soleil, on a eu le vrai lieu du Nœud de ces Planetes à l'égard du Soleil, lequel dans les systemes de Tycho & de Copernic est au foyer des Planetes principales qui sont les seules que nous considérons dans ce Mémoire, la Lune n'étant, suivant l'opinion de la plupart des Astronomes & Philosophes, qu'une Planete du second ordre qui fait sa révolution autour de la Terre, & doit être assujettie à d'autres loix dans ses mouvements.

Le vrai lieu du Nœud des Planetes sur l'Écliptique à

l'égard du Soleil étant connu, on a cherché le temps où ces Planetes, vûes du Soleil, devoient être à la distance de 90 de ces Nœuds, & observant pour lors leurs latitudes vûes de la Terre, on les a réduites à leurs latitudes vûes du Soleil, qui mesurent alors l'inclinaison de leurs Orbites à l'égard du plan de l'Ecliptique.

Enfin, comme on s'est appercû, par la comparaison des Observations anciennes avec les modernes, que les Nœuds des Planetes & les termes de leurs plus grandes latitudes ne répondoient pas toujours aux mêmes degrés de l'Ecliptique, on a comparé la situation de ces Nœuds observée en divers temps les plus éloignés les uns des autres qu'il a été possible, & on en a déduit la quantité de leurs mouvements, dont les Astronomes ne sont pas bien d'accord ensemble, tant à cause de la lenteur de ce mouvement, qu'à cause du défaut d'exactitude dans les Observations anciennes que l'on employe pour les déterminer.

L'on suppose pour cette recherche, en premier lieu, que les Orbites des Planetes conservent toujours la même inclinaison à l'égard du plan de l'Ecliptique qu'elles coupent en des points diamétralement opposés. En second lieu, que ces points d'intersection ou Nœuds s'avancent suivant la suite des Signes uniformément, c'est-à-dire, dans la proportion des temps qui se sont écoulés entre les observations.

Ces deux suppositions doivent être admises dans le système de Tycho, parce que dans cette hypothèse les Planetes principales faisant leur révolution autour du Soleil, pendant que cet astre tourne autour de la Terre sur le plan de l'Ecliptique, ce plan auquel se rapporte le mouvement de tous les corps célestes, doit être considéré comme fixe & immobile.

Il ne paroît pas qu'il en soit de même dans le système de Copernic. Le Soleil y est placé au centre du Monde, & c'est autour de cet astre que toutes les Planetes du premier ordre, y compris la Terre, font leurs révolutions suivant une règle constante observée par Képler entre leurs distances & la quantité de leurs mouvements; de sorte que dans cette

hypothese, l'Ecliptique n'est que l'Orbite de la Terre qui se trouve inclinée diversement aux Orbites des autres Planetes, sans qu'on voye plus de raison pour faire mouvoir les Orbites des autres Planetes autour de la Terre, que l'Orbite de la Terre autour de celle d'une autre Planete ou d'un plan quelconque pris à volonté.

Il doit cependant résulter de ces divers mouvements des apparences bien différentes ; car si au lieu de supposer que les Orbites des Planetes se meuvent autour du plan de l'Ecliptique avec des degrés égaux de vitesse & une inclinaison constante, comme on l'a fait jusqu'à présent, on leur attribue un mouvement uniforme autour d'un autre plan à l'égard duquel elles conservent une même inclinaison, on appercevra des inégalités dans le mouvement de leurs Nœuds sur l'Ecliptique, de même que des variations dans les inclinaisons de leurs Orbites.

Comme par les raisons que nous venons d'exposer, il n'y a rien qui doive faire préférer l'Orbite d'une Planete à celle d'une autre pour y rapporter leurs mouvements, il paroît qu'il est plus convenable de les considérer toutes, sans en excepter l'Orbite de la Terre par rapport à l'Equateur de la révolution du Soleil autour de son axe, que l'on peut avec beaucoup de vrai-semblance regarder comme le principe de la direction du mouvement des Planetes.

Nous nous conformons en cela au sentiment de Képler, qui, quoique la révolution du Soleil autour de son axe ne fût pas encore connue, ne laissa pas de juger que cet astre tournoit autour d'un axe qui lui étoit particulier, & qu'à distance égale des deux poles du Soleil il y avoit une Ecliptique fixe à l'égard de laquelle les Orbites des Planetes, y compris celle de la Terre, étoient inclinées, & avoient chacune un mouvement particulier.

La révolution du Soleil autour de son axe, les Nœuds de son équateur avec l'Ecliptique & son inclinaison que Képler avoit déduits de diverses conjectures, & qu'il n'avoit déterminés qu'imparfaitement, étant présentement connus

depuis la découverte des Taches dans le Soleil, nous sommes plus en état que lui d'examiner ce qui doit résulter du mouvement de l'Orbite de la Terre autour de l'Ecliptique.

Par l'observation assidue des Taches du Soleil, on a remarqué qu'elles paroissent décrire sur le disque du Soleil, tantôt des lignes droites, tantôt des lignes courbes ou Ellipses plus ou moins étroites, & qu'après avoir fait une révolution autour du Soleil dans l'espace de 27 jours $\frac{1}{2}$ ou environ, elles retournent aux mêmes endroits où l'on avoit commencé à les appercevoir. On a aussi reconnu par la variété des apparences qu'elles forment sur le disque du Soleil où elles paroissent larges vers le milieu de ce disque, & étroites vers les bords, qu'elles étoient adhérentes à sa surface, & qu'ainsi le mouvement qu'on y appercevoit, devoit s'attribuer à celui du Soleil autour de son axe. Pour déterminer la position de cet axe, on a observé les temps où ces Taches paroissent décrire des lignes droites, ce qui arrive lorsque le Soleil est au 10.^e degré des Gemeaux & du Sagittaire, avec la différence que lorsqu'il étoit dans la première de ces situations, ces lignes s'élevoient vers le Septentrion à l'égard de l'Ecliptique, & que dans la seconde elles s'abaissoient vers le Midi, avec une inclinaison de part & d'autre de $7^{\text{d}} \frac{1}{2}$, d'où l'on a conclu que le Nœud boréal de l'équateur du Soleil répondoit au 10.^e degré des Gemeaux, & le Nœud austral au 10.^e degré du Sagittaire, & que cet équateur étoit incliné à l'Ecliptique de $7^{\text{d}} \frac{1}{2}$. Enfin l'on a remarqué que lorsque le Soleil étoit au 10.^e degré des Poissons & de la Vierge, les Ellipses que décrivirent les Taches étoient dans leur plus grande largeur, de manière cependant que dans la première de ces positions, la convexité de cette Ellipse regardoit le Septentrion, & que dans la seconde elle étoit tournée vers le Midi, d'où l'on a reconnu que le pôle boréal du Soleil répondoit au 10.^e degré des Poissons, & le pôle austral au 10.^e degré de la Vierge.

Suivant ces Elements, on déterminera le lieu des Nœuds de l'Orbite de chaque Planete à l'égard de l'équateur de la

révolution du Soleil & son inclinaison, en cette manière.

Soit ABD l'Ecliptique, DAC l'équateur du Soleil qui lui est incliné de $7^{\text{d}} \frac{1}{2}$, & la coupe en A au 10^{e} degré des Gemeaux; B le lieu du Nœud boréal d'une Planète sur l'Ecliptique, telle, par exemple, que Saturne qui est en ϖ $22^{\text{d}} 56' 0''$, plus avancé de $42^{\text{d}} 56'$ que le lieu du Nœud de l'équateur du Soleil.

Fig. 1.

On fera l'angle ABC de $20^{\text{d}} 30' 35''$ égal à l'inclinaison de l'Orbite de la Planete à l'égard de l'Ecliptique, & on prolongera BC jusqu'à ce qu'il rencontre l'équateur du Soleil en C ; l'arc BC représentera l'Orbite de Saturne, & le point C le lieu de son Nœud à l'égard de l'équateur du Soleil DAC , qui est austral ou descendant, à cause que la Planete passe de la partie septentrionale de l'équateur du Soleil à sa partie méridionale; l'angle ACB mesurera aussi l'inclinaison de l'Orbite de la Planete à l'égard de l'équateur que l'on trouvera de même que le lieu de son Nœud. Car dans le triangle sphérique BAC , l'arc BC , distance du Nœud de la Planete au Nœud de l'équateur du Soleil, étant connu de $42^{\text{d}} 56'$, l'angle ABC inclinaison de l'Orbite de la Planete à l'égard de l'Ecliptique de $2^{\text{d}} 30' 35''$, & l'angle BAD inclinaison de l'équateur du Soleil à l'égard de l'Ecliptique de $7^{\text{d}} 30'$, ou son supplément BAC de $172^{\text{d}} 30'$, on trouvera l'angle BCA qui mesure l'inclinaison de l'Orbite de Saturne à l'équateur du Soleil de $5^{\text{d}} 54' 57''$, & l'arc AC distance du Nœud de cette Planete au Nœud de l'équateur du Soleil de $16^{\text{d}} 50' 30''$, qui étant retranchés du 10^{e} des Gemeaux, donnent le lieu du Nœud de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'équateur du Soleil en $8 23^{\text{d}} 9' 30''$.

Pour une plus grande exactitude, on réduira l'arc AC qui est de $16^{\text{d}} 50' 30''$ à l'Ecliptique, pour avoir l'arc AE de $16^{\text{d}} 43' 13''$, qui étant retranché du 10^{me} degré des Gemeaux, donne le lieu du Nœud de l'Orbite de cette Planete sur l'équateur du Soleil, réduit à l'Ecliptique, en $8 23^{\text{d}} 16' 43''$.

On trouvera de la même manière les Nœuds des autres

112 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Planetes & l'inclinaison de leurs Orbites à l'égard de l'équateur du Soleil, tels qu'on les a marqués dans la Table suivante, où l'on voit que l'inclinaison de Jupiter à l'égard de l'Ecliptique, qui est de $1^d 19' 39''$, la plus petite de celle qu'on observe dans les Planetes, se trouve à l'égard de l'équateur du Soleil de $6^d 22'$, la plus grande de celles que l'on a calculées, & que tout au contraire l'inclinaison de Mercure à l'égard de l'Ecliptique qui est de $6^d 55'$ plus grande que dans les autres Planetes, se trouve à l'égard de l'équateur du Soleil de $3^d 10' 6''$ plus petite que toutes les autres, en sorte néanmoins que de la plus grande à la plus petite inclinaison des Planetes à l'égard de l'équateur du Soleil il y a une différence beaucoup moindre que par rapport à l'Ecliptique.

Pour ce qui est du Nœud des Planetes sur l'équateur de la révolution du Soleil, ils se trouvent rangés en sens contraire à l'égard de l'Ecliptique, ceux qui étoient plus à l'Orient étant vers l'Occident, & ceux qui étoient vers l'Occident se trouvant à l'Orient. Il faut seulement remarquer que le lieu du Nœud des Orbites des Planetes, y compris celle de la Terre à l'égard de l'équateur du Soleil est Austral, au lieu qu'il est Boréal par rapport à l'Ecliptique.

	INCLINAISON des Orbites des Planetes.		LIEU DU NOEUD des Orbites des Planetes en 1700.		MOUVEMENT des Nœuds des Planetes.		
	A l'égard de l'Ecliptique.	A l'égard de l'Equateur du Soleil.	Sur l'Ecliptique Boréal.	Sur l'Equateur du Soleil Austral.	Sur l'Ecliptique.	A l'égard des Etoiles fixes.	A l'égard de l'Equateur du Soleil.
SATURNE..	$2^d 30' 35''$	$5 55 0''$	$55 22^d 56'$	$5 23^d 17'$	$0' 59''$ dir.	$8''$ dir.	$6''$ retr.
JUPITER....	$1 19 39$	$6 22 0$	$55 8 0$	$11 4 24$	24 dir.	27 retr.	8 dir.
MARS.....	$1 50 54$	$5 50 0$	$5 17 45$	$11 16 50$	36 dir.	15 retr.	4 dir.
LA TERRE..	$3 0 0$	$7 30 0$	$11 10 0$	$11 10 0$	51 dir.	0 retr.	0
VENUS.....	$3 27 5$	$4 6 0$	$11 14 19$	$11 6 25$	34 dir.	17 retr.	12 dir.
MERCURE..	$6 55 0$	$3 10 6$	$5 15 9$	$2 16 7$	47 dir.	10 retr.	4 dir.

A l'égard

A l'égard du mouvement annuel des Nœuds des Planetes sur l'Ecliptique, nous trouvons celui de Saturne de $0' 59''$, de Jupiter de $24''$, de Mars de $36''$, de Venus de $34''$, & de Mercure de $41''$. Mais il faut considérer que suivant le système de Copernic, les Étoiles que l'on nomme fixes, à cause qu'elles gardent toujours entr'elles la même situation, sont réellement immobiles & invariables dans le Ciel, & que le mouvement que l'on y apperçoit par la succession des temps n'est qu'apparent, produit par celui de l'axe de la Terre autour des poles de l'Ecliptique de l'Orient vers l'Occident. Il en est de même de tout autre point fixe dans le Ciel; ainsi si l'on suppose les Nœuds des Planetes immobiles, on doit y appercevoir un mouvement apparent semblable à celui des Étoiles fixes & d'une égale quantité; & s'ils sont mobiles, leur mouvement apparent doit être plus grand ou plus petit que celui des Étoiles fixes. Leur mouvement vrai est donc mesuré par la différence entre leur mouvement apparent & celui qu'on attribue aux Étoiles fixes. Il est direct, lorsqu'il excède $51''$, & rétrograde, lorsqu'il est moindre.

Dans cette hypothese, le mouvement vrai des Nœuds de Saturne, qui, suivant les observations des Caldéens comparées aux nôtres, est de $59''$ suivant la suite des Signes, n'est seulement que de $8''$ du même sens, & il est nul ou insensible suivant les observations de Ptolémée, qui ne le donnent que de 51 minutes.

A l'égard du mouvement des Nœuds de l'Orbite de Jupiter, que l'on a trouvé de $24''$, il est réellement rétrograde de $27''$. On observe une semblable rétrogradation dans les Nœuds des autres Planetes, dont le mouvement apparent est moindre de $51''$, & dont le vrai mouvement est par conséquent rétrograde, dans Mars de $15''$, dans Venus de $17''$, & dans Mercure de $10''$.

L'inclinaison des Orbites des Planetes à l'égard de l'équateur du Soleil, la situation de leurs Nœuds sur cet équateur, & leur mouvement par rapport à l'Ecliptique étant ainsi connus, il conviendrait présentement de déterminer la

quantité du mouvement de ces Nœuds à l'égard de l'équateur du Soleil. Mais cette recherche demande que l'on soit assuré si les Nœuds de l'Orbite de la Terre sont fixes sur l'équateur du Soleil, & de la quantité de leur mouvement, s'ils sont mobiles; ce que l'on n'a pas pû encore reconnoître à cause que la révolution du Soleil autour de son axe ne se peut déterminer que par le moyen de ses Taches, & que leurs découvertes n'étant que depuis l'invention des Lunettes, on n'a pas eu jusqu'à présent d'intervalle assez grand pour pouvoir discerner s'il y a quelque mouvement dans les Nœuds de l'Ecliptique à l'égard de l'équateur du Soleil.

Au défaut de cette connoissance, nous avons supposé que les Nœuds de l'Ecliptique ou de l'Orbite de la Terre à l'égard de l'équateur du Soleil sont immobiles, c'est-à-dire, suivant qu'on l'a remarqué ci-dessus, que son mouvement apparent est de 51 secondes égal à celui des Étoiles fixes, & moyen entre ceux que divers Astronomes ont attribués à ceux des autres Planetes; & supposant le mouvement de leurs Nœuds à l'égard de l'Ecliptique, tel qu'il est marqué ci-dessus, on a calculé le mouvement de leurs Nœuds à l'égard de l'équateur du Soleil dans l'intervalle de 1200 années avant ces temps-ci, c'est-à-dire, vers l'an 500, où l'on a diverses observations de conjonctions de Planetes avec les Étoiles fixes, qui ont servi à déterminer leurs Nœuds.

Suivant cette supposition on a trouvé que le mouvement des Nœuds de Saturne, qui étoit de 8" direct sur l'Ecliptique, se trouvoit rétrograde sur l'équateur du Soleil de 6"; que tous les autres au contraire qui étoient rétrogrades sur l'Ecliptique, se trouvent directs sur l'équateur du Soleil, sçavoir celui de Jupiter de 8", celui de Mars de 4", celui de Venus de 12", & celui de Mercure de 4".

En comparant les divers mouvements des Nœuds des Orbites des Planetes tant sur l'Ecliptique que sur l'équateur du Soleil, de la manière que nous venons de les déterminer, il paroît qu'ils sont plus uniformes sur l'équateur du Soleil, puisque du plus grand au plus petit il n'y a qu'une différence

de $18''$, au lieu que sur l'Ecliptique elle est de $35''$, ce qui rend l'hypothèse du mouvement des Planetes sur l'équateur du Soleil plus vrai-semblable que sur l'Ecliptique.

Si au lieu du mouvement des Nœuds que nous avons trouvé par nos observations, on avoit employé ceux qui sont dans les Tables de divers Astronomes, comme par exemple de M. de la Hire, où le mouvement vrai du Nœud de Saturne à l'égard des Etoiles fixes est de $21''$ direct, celui de Jupiter de $37''$ rétrograde, celui de Mars de $14''$ rétrograde, celui de Venus de $5''$ rétrograde, & celui de Mercure de $34''$ direct, on auroit trouvé leurs mouvements vrais à l'égard de l'équateur du Soleil assés différents de ceux que l'on avoit déterminés ci-dessus, ce qui fait voir combien il est difficile de fixer la quantité dont les Nœuds des Orbites des Planetes se meuvent à l'égard de l'équateur du Soleil.

On remarquera ici que le mouvement des Nœuds de l'Orbite de Mercure que nous avons déterminé de $10''$ rétrograde, se trouve, suivant les Tables de M. de la Hire, de $34''$ direct, & qu'ainsi, si l'on supposoit le Nœud de cette Planete immobile, le mouvement apparent qui en résulte se trouveroit entre ces différentes déterminations; ce qui pourroit donner lieu de conjecturer que le mouvement que l'on a apperçû jusqu'à présent dans les Nœuds des Orbites des Planetes n'est qu'apparent, produit de même que les Etoiles fixes par le mouvement de l'axe de la Terre autour des poles de l'Ecliptique, & que les différences qu'on y a observées doivent être attribuées au défaut d'exactitude des observations que l'on a employées pour déterminer leurs situations.

Si cependant on juge, comme il y a bien de la vraisemblance, qu'il y ait quelque réalité dans ce mouvement, & que l'Orbite de la Terre n'en soit pas exempte, il suit que les Etoiles fixes doivent paroître changer de latitude dans la succession de temps. Car soit *ABDC* le plan de l'équateur de la révolution du Soleil autour de son axe, dont le pole boréal est en *S*; *ANCL*, le plan de l'Ecliptique qui lui est incliné de $7^d \frac{1}{2}$, de manière qu'il conserve tou-

Fig. 2.

jours à son égard la même inclinaison avec un mouvement direct ou retrograde, de telle quantité qu'on le jugera à propos; *E* le pole boréal de l'Ecliptique projeté sur le plan de l'équateur du Soleil, placé à la distance de $7^{\text{d}} \frac{1}{2}$ du point *S*. Le pole boréal de la révolution du Soleil répondant, comme on l'a marqué ci-dessus, au 10^{e} degré des Poissons à l'égard du pole *E* de l'Ecliptique. Le pole boréal de l'Ecliptique répondra au 10^{e} degré de la Vierge, & par la même raison, le Nœud boréal de l'Ecliptique sera au 10^{e} degré du Sagittaire, opposé au Nœud boréal de l'équateur du Soleil qui coupe l'Ecliptique au 10^{e} degré des Gémeaux.

Si l'on suppose présentement que ce Nœud ait retrogradé d'un Signe par un mouvement qui lui est propre, le pole boréal de l'Ecliptique qui est toujours éloigné de 3 Signes de son Nœud aura aussi retrogradé d'un Signe, & répondra au point *F*, éloigné du point *E* de l'arc *EF*, de 30 degrés. Si donc l'on suppose une Etoile fixe placée d'abord en *E* au pole de l'Ecliptique; lorsque ce pole sera parvenu de *E* en *F*, elle en sera éloignée de l'arc *EF* qui mesure sur un grand cercle le complement de sa latitude qui ira en augmentant jusqu'à ce que ce pole, après avoir fait une demi-révolution, soit arrivé en *G* où il sera éloigné de l'Etoile fixe de 15 degrés d'un grand cercle, qui sont mesurés par le double de la distance *SE* du pole de l'Ecliptique au pole de l'équateur du Soleil, de la même manière que dans le système de Copernic, une Etoile placée dans le pole du Monde, paroît s'en éloigner, par la succession des temps, d'une quantité qui monte à 47 degrés, & est mesurée par le double de la distance du pole de l'Equinoctial au pole de l'Ecliptique.

On verroit les mêmes apparences dans une Etoile placée dans l'un des Nœuds de l'Ecliptique avec l'équateur du Soleil comme en *A*, qui, lorsque le plan de l'Ecliptique auroit été transporté de *LAN* en *KBK*, à la distance d'un Signe, paroîtroit s'être éloignée d'une quantité *AI* proportionnée à l'inclinaison de l'Orbite de la Terre que l'on trouvera être de $1^{\text{d}} 52' 30''$ dans l'espace d'environ 2100 ans.

C'est conformément à cette hypothese, que Képler explique les variations que Tycho avoit observées dans les latitudes des Etoiles fixes, où il avoit remarqué que celles qui étoient placées vers le point du Solstice d'Été, étoient de son temps plus près du pole de l'Ecliptique que du temps de Timocharis & de Ptolémée; que les Méridionales qui répondoient au même point de l'Ecliptique s'en approchoient; que le contraire arrivoit vers le point du Solstice d'Hiver, & qu'on ne trouvoit aucune différence sensible dans la latitude des Etoiles qui répondoient au point du Bélier & de la Balance. Il donne aussi la raison des variations qu'il jugeoit avoir trouvées dans l'obliquité de l'Ecliptique, en supposant outre cela que l'axe de la révolution de la Terre a une inclinaison constante à l'égard de celui de la révolution du Soleil; c'est-à-dire, que le cercle sur lequel le pole du Monde se meut à l'égard des Etoiles fixes a pour centre le pole de la révolution du Soleil. En second lieu, que le pole de l'Ecliptique ou de l'Orbite de la Terre se meut avec plus de vitesse contre la suite des Signes, que les poles de l'Equinoctial terrestre.

*Liv. 7.
p. 912.*

Comme on ne connoissoit point encore la quantité de l'inclinaison de l'axe de l'Ecliptique à l'égard de l'équateur du Soleil, ni le lieu de ses Nœuds, Képler détermina cette inclinaison de $1^d 47' 40''$, ce qu'il ne donne que comme des conjectures qu'il a déduites de diverses raisons de convenance; & ayant fixé une époque au temps de la création du Monde où cette obliquité étoit de $24^d 17' 40''$, moyenne entre la plus grande & la plus petite, auquel temps les poles de la Terre étoient, selon lui, à égale distance du pole de l'équateur du Soleil & du pole de l'Ecliptique; il trouve que cette obliquité a dû diminuer, ce qu'elle continuëra de faire jusqu'à ce qu'elle soit réduite à $22^d 30'$, après quoi elle augmentera jusqu'à ce qu'elle soit parvenue à la quantité de $26^d 5' 20''$.

p. 917.

A l'égard des Nœuds de l'Orbite de la Terre, il trouve que celui qui étoit ascendant répondoit vers le Signe du Capri-

p. 915.

corne, & le Nœud descendant vers le Signe de l'Ecreviffe; que le terme boréal est vers le Bélier, l'austral vers la Balance, ce qui ne s'éloigne pas beaucoup de celui que l'on trouve présentement par l'observation des Taches.

Pour nous qui connoissons plus précisément que Képler la quantité de l'inclinaison de l'Ecliptique à l'égard de l'équateur du Soleil & le lieu de ses Nœuds, nous avons cru devoir examiner si ce qui résulte du mouvement de l'Orbite de la Terre autour de l'équateur de la révolution du Soleil, s'accorde aux observations des Etoiles fixes.

On considérera pour cet effet, que l'Orbite de la Terre étant emportée contre la suite des Signes de l'Orient vers l'Occident, autour des poles de l'équateur du Soleil, le pole *E* de l'Ecliptique, aussi-bien que le pole *P* de l'Equinoctial de la Terre, conservant entr'eux la même situation, doivent se mouvoir dans le même sens autour des poles de l'équateur du Soleil, sans cependant avoir aucun mouvement apparent, parce qu'étant immobiles l'un à l'égard de l'autre, ils répondent toujours aux mêmes points du Zodiaque. A l'égard des Etoiles fixes, elles doivent toutes, sans en excepter celles qui sont aux poles de l'Ecliptique, paroître avoir un mouvement en sens contraire, & d'une égale quantité, suivant la suite des Signes.

Ainsi, si l'on suppose le mouvement de l'Orbite de la Terre autour de l'équateur du Soleil, égal précisément à celui que l'on attribué aux Etoiles fixes, mais en sens contraire; il n'est nullement nécessaire d'attribuer d'autre mouvement à l'axe de la Terre autour des poles de l'Ecliptique, pour représenter leur mouvement en longitude dans l'espace de 25000 ans; mais on appercevra, comme on l'a remarqué ci-dessus, un mouvement dans leur latitude, différent en différentes Etoiles, suivant la situation où elles se trouvent à l'égard des poles de l'Ecliptique, & qui, dans les mêmes Etoiles, sera tantôt plus prompt, tantôt plus lent, suivant qu'elles s'éloignent plus ou moins de l'intersection de l'Ecliptique avec l'équateur du Soleil.

Une Étoile, par exemple, placée en *E* au pôle de l'Ecliptique, à la distance de $23^{\text{d}} 30'$ du pôle *P* terrestre, & de $7^{\text{d}} 30'$ du pôle *S* de l'équateur du Soleil; lorsque le pôle *E* de l'Ecliptique se sera avancé d'un degré de *E* en *O*, contre la suite des Signes, dans l'espace de 70 ans, paroîtra s'en être éloignée de l'arc *EO* qui mesure le complement de sa latitude, qui est d'un degré sur le petit cercle *EFG*, & que l'on trouvera de $7' 30''$ d'un grand cercle qui mesurera le complement de sa latitude qui sera par conséquent de $89^{\text{d}} 52' 30''$. Il en est de même de toute autre Étoile placée sur la ligne *EF*, dont la longitude répond au 10^{e} degré des Gemeaux & du Sagittaire, à quelque distance qu'elle se trouve de l'Ecliptique. Car le pôle *E* de l'Ecliptique, par son mouvement d'Orient en Occident, s'approchant de celles qui sont au 10^{e} degré des Gemeaux, & s'éloignant de celles qui se trouvent au 10^{e} degré du Sagittaire, suivant la même direction; on doit y appercevoir un mouvement en latitude sensiblement égal à celui du mouvement des poles de l'Ecliptique qui, comme on l'a dit, est de $7' 30''$ en 70 ans.

On ne doit point appercevoir les mêmes variations dans les Étoiles placées dans les Signes de la Vierge ou des Poissons, comme en *H* & en *M*, pourvû qu'elles soient éloignées de plusieurs degrés du pôle de l'Ecliptique. Car ce pôle étant, par exemple, parvenu de *E* en *F*, la distance *FH* ou *FM* des Étoiles fixes à ce pôle, qui mesure le complement de leur latitude, ne differe pas sensiblement de la distance *EH* ou *EM* de ces Étoiles au pôle de l'Ecliptique lorsqu'il étoit en *E*. Dans les autres situations des Étoiles, entre le lieu des Nœuds de l'Ecliptique & des poles, on doit appercevoir des variations dans leur latitude plus ou moins grandes, suivant que ces Étoiles s'éloignent plus ou moins de ces poles.

Ces variations des Étoiles en latitude ne sont pas les seules qui doivent résulter du mouvement des poles de l'Ecliptique autour de ceux de l'équateur du Soleil, il doit y en avoir aussi dans leur mouvement en longitude, à quoi il ne paroît pas que Képler ait fait attention. Une Étoile, par exemple,

placée au point *F*, fort près du pôle de l'Écliptique, & qui se trouve dans la ligne *EC* qui répond au 10.^e degré des Gemeaux, lorsque ce pôle se sera avancé de *E* vers *F*, paroîtra toujours répondre au même point du Zodiaque, & par conséquent n'aura point eu de mouvement sensible en longitude, pendant que ce pôle aura parcouru un ou plusieurs degrés. On appercevroit des variations plus sensibles dans une Étoile placée près du pôle de l'Écliptique entre ce pôle & celui de l'équateur du Soleil, comme en *T*; car pendant que cette Étoile paroîtroit se mouvoir de l'Occident vers l'Orient, autour des pôles de l'équateur du Soleil de *T* vers *R*, les pôles de l'Écliptique se mouvant en sens contraire de *E* vers *F*, elle paroîtroit avoir un mouvement contraire autour des pôles de l'Écliptique de l'Orient vers l'Occident, dont la vitesse seroit d'autant plus grande que cette Étoile seroit plus près du pôle de l'Écliptique que de l'équateur du Soleil. Dans les autres Étoiles, on appercevroit une variation dans leur mouvement en longitude, suivant les différentes situations où elles se trouveroient à l'égard des pôles de l'équateur du Soleil & de ceux de l'Écliptique; de même que l'on en remarque dans les ascensions droites des Étoiles dont le mouvement surpasse, ou est moindre que celui de leur longitude, & se trouve quelquefois en sens contraire dans les Étoiles situées entre les pôles de l'Écliptique & ceux de l'équateur terrestre.

Voilà ce qui résulte du mouvement des Nœuds de l'Orbite de la Terre égal en sens contraire au mouvement apparent des Étoiles fixes.

Si l'on suppose avec Képler, que le pôle de l'Orbite de la Terre se meut avec plus de vitesse que les pôles de la Terre dans un rapport qui est comme 4 à 3, ce qu'il employe pour expliquer la variation de l'obliquité de l'Écliptique qui résulte des observations anciennes comparées aux modernes, on trouvera à peu-près les mêmes variations qui, dans certaines Étoiles fixes, peuvent se monter à 2^d 50' en latitude, pendant que d'autres auroient toujours conservé la même, ce que

que l'on ne peut point concilier avec les observations.

On ne doit donc point admettre cette hypothese, à moins de supposer que l'Orbite de la Terre ne se meut pas autour de l'équateur de la révolution du Soleil, mais autour d'un autre plan invariable quelconque, moins incliné à l'Ecliptique, à l'égard duquel les Orbites des autres Planetes feroient aussi leurs révolutions; ce qui pourroit avoir quelque vraisemblance, puisque nous voyons que les Nœuds de la Lune ne se meuvent pas autour du plan de l'équateur que la Terre décrit par sa révolution journalière, mais autour du plan de l'Ecliptique qui en décline de plus de 23 degrés.

Cependant comme la Lune n'est qu'une Planete du second ordre, dont les mouvements ne doivent point être tirés à conséquence pour ceux des Planetes qui font leurs révolutions immédiatement autour du Soleil; nous avons cherché s'il n'y avoit pas d'autre moyen d'expliquer les variations que l'on a pû appercevoir tant dans la latitude des Etoiles fixes que dans l'obliquité de l'Ecliptique.

Nous supposérons pour cet effet, de même que dans le système de Copernic, que l'axe de la Terre se meut autour des Poles de l'Ecliptique de l'Orient vers l'Occident, mais avec une vitesse un peu moins grande que celle que l'on apperçoit dans le mouvement des Etoiles fixes, de sorte que, par exemple, au lieu d'un degré en 70 ans, cet axe employe 80 ans à le parcourir. Nous attribuons en même temps un mouvement dans le même sens, c'est-à-dire, retrograde aux Nœuds de l'Orbite de la Terre autour de l'équateur solaire, mais beaucoup plus lent, qui soit, par exemple, d'un degré en 600 ans, ou de 6" par année.

Par ce mouvement, l'axe de l'Ecliptique sera emporté autour des poles de la révolution du Soleil avec une vitesse égale qui sera aussi de 6" par année sur le petit cercle que cet axe décrit, dont le rayon est de $7^d 30'$; réduisant ce mouvement à un grand cercle, on aura 45''' pour la mesure du mouvement des poles de l'Ecliptique dans le cours d'une année, dont le pole boréal s'approcheroit des Etoiles fixes

qui répondent au 10.^e degré des Gemeaux, c'est-à-dire, du lieu du Nœud austral de l'Orbite de la Terre, pendant qu'il s'éloigneroit de la même quantité des Étoiles qui répondent au Nœud boréal qui est au 10.^e degré des Poissons; ce qui paroît s'accorder à la remarque de Tycho, que les Étoiles boréales qui répondent au Signe de l'Ecrevisse avoient augmenté de latitude depuis Ptolémée, au lieu que celles qui répondent au Signe du Capricorne en avoient une moindre, pendant que les Étoiles qui sont vers le commencement du Bélier ou de la Balance ont conservé à peu-près la même latitude qu'on y avoit observée.

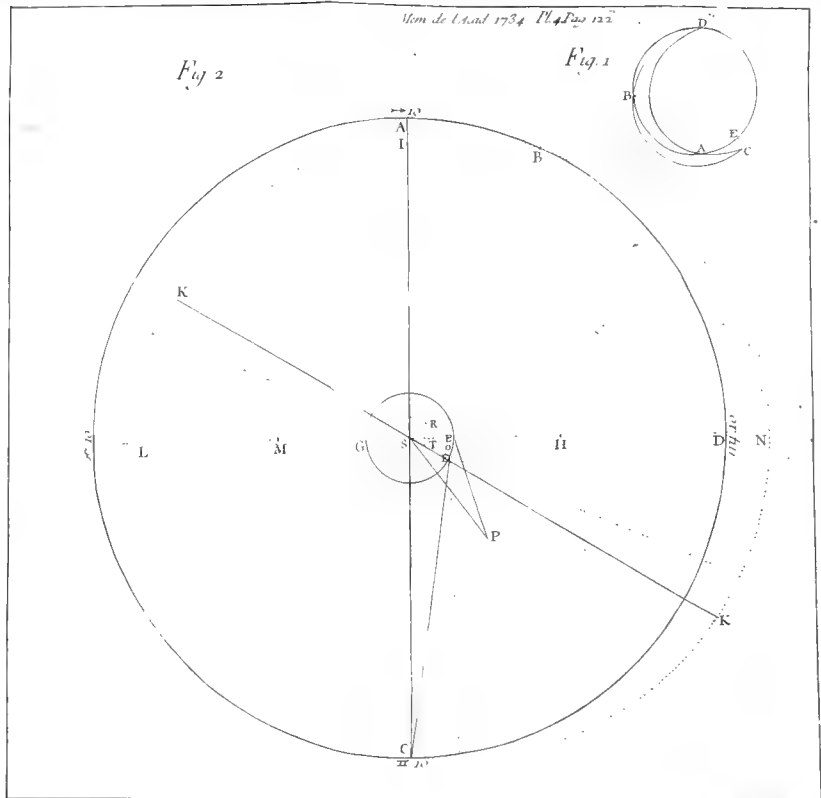
A l'égard de la variation de l'obliquité de l'Ecliptique, il seroit nécessaire pour l'expliquer, au cas que celle qui a été déterminée par Hipparque & Ptolémée fût exacte, de supposer que le pole de l'axe de la Terre n'a point participé au mouvement du pole de l'Ecliptique autour du pole de l'équateur du Soleil, & qu'ainsi il s'en est trouvé plus proche par la suite des temps.

Nous n'entreprendrons point ici de faire voir le rapport de cette hypothèse avec les observations des Étoiles fixes faites en différents temps, nous nous contenterons de remarquer qu'il y en a beaucoup qui s'y accordent; mais comme il y en a aussi d'autres, quoiqu'en beaucoup moindre quantité, qui s'en éloignent, on ne peut pas encore s'assurer si ces différences sont réelles, ou si l'on doit les attribuer au défaut d'exactitude des observations anciennes. Il nous suffira d'avoir remarqué ici les lieux où ces différences doivent être les plus sensibles, afin que les Astronomes soient attentifs à les observer; le mouvement des Étoiles fixes à l'égard desquelles on détermine les lieux des Planetes, & l'obliquité de l'Ecliptique à laquelle il est nécessaire de réduire les distances observées, en ascension droite & en déclinaison, devant être considérés comme les principaux fondemens de l'Astronomie, dont il est nécessaire de reconnoître la situation, de même que la quantité de leur mouvement.



Fig. 2

Fig. 1



ANÉMOMETRE

Qui marque de lui-même sur le Papier, non-seulement les Vents qu'il a fait pendant les 24 heures, & à quelle heure chacun a commencé & fini, mais aussi leurs différentes vîtesses ou forces relatives.

Par M. D'ONS-EN-BRAY.

LA Navigation & les Moulins à vent nous procurent chaque jour des avantages très-considérables, que nous devons aux moyens qu'on a imaginés de profiter de l'impulsion de l'Air, ou de la force du Vent, qui est un si puissant moteur, & qui ne nous coûte rien à entretenir. Nous tirerions encore de plus grands avantages de cette force, si nous la connoissions mieux; aussi ai-je cru qu'il seroit très-utile de trouver des Machines qui nous missent en état de mesurer mieux la force relative du Vent qu'on ne l'a fait jusqu'ici, & qui pussent même nous conduire à connoître sa force absolue.

Il n'étoit pas moins essentiel de connoître toutes les variétés des Vents dans différents pays; aussi plusieurs Auteurs ont-ils écrit de leur origine & des causes de leurs variétés.

Le Chancelier Bacon, dans son Histoire des Vents, après avoir parlé de l'origine, des causes & des variétés des Vents, fait connoître la nécessité d'avoir des observations dans différents pays: mais il ne dit rien sur les moyens dont on pourra se servir pour faire ces observations.

Le Capitaine Guillaume Dampier, Anglois, à la fin de son second tome du Voyage autour du Monde, a donné un Traité des Vents qui regnent dans toute la Zone torride; il est très-utile pour les grandes Navigations.

Tout ce qu'on trouve, soit dans Rohault, soit dans M. Mariotte, ne sont que des explications générales sur la

124 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
nature & les causes physiques de l'origine & des variétés
des Vents.

En dernier lieu nous avons eu une Dissertation sur les causes & les variations des Vents par le P. Sarrabat, Jésuite, qui a remporté le Prix à l'Académie de Bordeaux en 1730 ; mais comme toutes ces réflexions ou dissertations ont eu pour objet principal la Théorie plutôt que la Pratique, qui n'en peut tirer qu'un léger avantage, j'ai cru n'en pouvoir mieux prouver la certitude, qu'en construisant cinq Machines différentes, dont chacune a des avantages particuliers dans l'usage, pour servir de preuve à ce que nous proposons.

La première, que nous nommons *Anémomètre à levier*, fera connoître la force relative du Vent. Nous parlerons dans sa description d'un Anémomètre décrit par M. Wolf, & de celui que propose Georges Leutman.

La seconde, que nous appellons *Anémomètre à fusée*, fera connoître la force absoluë du Vent.

Par la troisième Machine, qui est une espece de Romaine, on pourra peser, pour ainsi dire, la force absoluë du Vent, ou la force de son impulsion sur la surface d'un pied carré.

La quatrième est faite pour l'usage de la Navigation, afin de connoître sur un Vaisseau la vitesse ou la force du Vent sur les Voiles.

Nous réservons pour nos Assemblées particulières la description & l'usage de ces quatre Machines, que le temps ne nous permet pas de donner, & qui nous ont procuré différents moyens pour nous confirmer & nous assurer de la précision de la cinquième Machine qui fait l'objet de ce Mémoire.

Cet Anémomètre, que nous nommons *Anémomètre à Pendule*, est composé de deux parties qui sont menées par la rouë des heures de la Pendule *A* placée entre les deux, & qui va 30 heures. Ce qu'il y a de plus singulier à cet Anémomètre, c'est qu'on n'a pas besoin de se tenir auprès pour observer, & qu'on trouve marqué sur le papier tous les changements qui sont arrivés, soit de direction, soit de vitesse

du Vent, l'heure de ces changements, & la durée de chaque Vent. On verra, par exemple, à quelle heure un Vent a commencé à souffler, son nom ou sa direction, sa vitesse relative, combien il aura continué, & combien il se sera passé de temps sans qu'il y ait eu de Vent. Enfin nous avons tâché de rendre cet Anémomètre plus parfait & plus utile que tous ceux qu'on a proposés jusqu'ici, & tel, qu'il nous instruisît de tout ce que nous pouvons avoir besoin & envie de sçavoir par rapport aux Vents. Il se placera dans une chambre ou un cabinet, où il fera ornement, sans qu'on soit obligé de le tenir à l'air.

DESCRIPTION.

L'Anémomètre fait son effet par trois moteurs différens. Le premier est une Pendule ordinaire à secondes & à poids, placée au milieu, dont la rouë des heures engraine dans les deux rouës (1) & (2), dont l'une est à droite, & l'autre à gauche, par le moyen desquelles les deux cylindres ou bobines (3) & (24) à qui elles correspondent, font également deux tours par heure.

Le second moteur, qui est placé à droite, est une longue tige (4) qui perce le long du mur jusqu'au dessus du toit, portant une girouette (5), dont la grandeur doit être telle, qu'une petite force de Vent puisse faire tourner la tige, & il est important de choisir des endroits où la direction du Vent sur la girouette ne sera pas interrompue par des hauteurs plus grandes que celle de la girouette.

Cette tige entre par son bout d'en bas dans un cylindre marqué (6), dont les bases ont un pouce & demi de diamètre, & la hauteur ou longueur est de 5 à 6 pouces. Ce cylindre porte de haut en bas 32 chevilles pour servir à marquer les 32 airs ou rumbes de Vent. Comme cette pièce est importante, voici le détail de sa construction.

Nous avons divisé les circonférences des bases du cylindre (6) en 32 parties égales, de façon que les divisions de chaque base se répondent directement, & nous avons tiré

d'un point à l'autre des lignes droites sur la surface du cylindre; cela fait, nous avons divisé toutes ces lignes ou la longueur du cylindre en 32 parties égales par des cercles parallèles aux bases du cylindre.

Ayant choisi une de ces lignes droites pour 1^{re}, on a marqué un point à son extrémité; l'intersection de la 2^{de} ligne & du 1^{er} cercle en descendant désigne le 2^d point, celui de la 3^{me} ligne & du 2^d cercle dénote le 3^{me} point, & ainsi des autres jusqu'au 32^{me} point pour les 32 airs de Vent.

La suite de tous ces points forme sur la surface du cylindre une spirale ou helice (7) semblable à un pas de vis, ils sont percés d'un trou pour y loger un des bouts des chevilles, & pour en empêcher le dérangement.

Chaque cheville est fixée par le milieu au bout d'un petit ressort de 9 à 10 lignes de long, & ces ressorts sont arrêtés par deux vis sur la surface du cylindre. L'une de ces vis tient le bout du ressort fixe, & l'autre, en la vissant plus ou moins dans le cylindre, sert à régler la distance convenable dont l'autre bout de chaque cheville, destiné à servir de crayon, doit être écarté du cylindre pour pouvoir glisser & marquer sur le papier sans le déchirer.

Il y a derrière le cylindre (6) trois autres cylindres marqués (3) (8) & (9) ou bobines placées en forme de triangle entre les deux platines de la Machine C.

Une longue bande de papier, large de 5 à 6 pouces, & longue de 18 à 20 pieds, est d'abord enveloppée autour de la bobine verticale marquée (3), cette bande passe sur le cylindre (8) pour être crayonnée par les pointes du cylindre (6) qui se présentent, & va ensuite se rouler autour de la bobine (9).

Le temps qu'il faut pour que toute la bande de papier se déroule d'une bobine sur l'autre est de 30 heures.

C'est le mouvement de la bobine (3) qui occasionne le développement du papier pour aller se rouler sur la bobine (9). Ce mouvement est réglé par le renvoi d'un axe qui a une rouë fixe à chaque bout, dont l'une marquée (1) qui

a 16 dents, engraine à la rouë des heures de la Pendule *A*, & l'autre marquée (10) qui a 32 dents, engraine à une rouë (11) de 16 dents, qui est fixe à la bobine (3); par ce moyen cette bobine (3) fait deux tours par heure aussi-bien que la bobine (9), au haut de laquelle est une autre rouë (12) qui engraine dans une rouë de champ (13) avec une corde & un poids, pour tenir toujours le papier tendu.

Quoique les tours de la bobine (3) se fassent en temps égaux, puisqu'elle est menée par la rouë des heures de la Pendule, chaque tour fournit cependant une longueur inégale de papier, suivant qu'il y en a plus ou moins autour de cette bobine.

Pour remédier à cet inconvénient qui nous ôteroit la connoissance de l'heure qu'a commencé un tel Vent, de sa durée & de sa fin, nous avons placé sur la platine d'en haut marquée *E*, un marteau qui est levé par un double limaçon attaché au bout de la bobine (3), & qui frappe un coup tous les quarts d'heure contre une pointe qui fait un trou au haut du papier; ainsi on aura les longueurs parcourues par le papier en temps égaux, ou à chaque quart d'heure, qu'on pourra diviser en demi-quart, & même en minutes, sans erreur sensible.

Usage de la Machine C.

Il faut en premier lieu orienter l'Anémomètre, ou connoître le rumb de Vent, vis-à-vis duquel il sera tourné. Supposons ici qu'il sera placé vis-à-vis de l'Ouest, alors la girouette regardant du côté de l'Est, comme si elle étoit poussée par un Vent d'Ouest, l'Aiguille du cadran à Vent *B*, marquera l'Ouest, & la première pointe à ressort du cylindre (6) touchera le papier; ainsi cette 1.^{re} pointe dans ce cas sera celle qui marquera toujours l'Ouest sur le papier; & en général la 1.^{re} pointe marquera toujours le rumb de Vent vis-à-vis duquel la Machine sera tournée: si elle étoit tournée au Nord, la 1.^{re} pointe marqueroit le Nord.

La 2.^{de} pointe marquera le rumb suivant, en allant de

l'Oueſt au Sud, ainſi de ſuite les autres pointes marqueront les autres airs de Vent dans le même ordre de haut en bas ou de bas en haut.

Une ou deux pointes frottent toujourns contre le papier, ces pointes ne ſe déchirent pas, étant arrondies & polies par le bout, & n'appuyant contre qu'autant qu'on veut donner de bande aux reſſorts ſur leſquels elles ſont attachées.

A meſure que le papier ſe dévide, la pointe qui le touche marque un trait en ligne droite, & pour que le trait ſoit bien viſible, il faut que le papier ait été frotté avec de la poudre de corne de Cerf calcinée & bien porphiriſée; par ce moyen chaque trait ſera ſemblable à un trait de crayon qu'on pourra effacer aiſément, pour faire ſervir le papier pluſieurs fois.

Cette façon de préparer le papier eſt fort avantageuſe, nous la tenons de M. Winſlow, & l'on peut ſ'en ſervir commodément pour des tablettes de poche.

La Machine étant diſpoſée, comme on vient de l'expliquer, & étant miſe en expérience, on trouvera, pour ainſi dire, en écrit ſur le papier tout ce qui ſera arrivé, l'heure & la durée de chaque Vent qui aura regné, & généralement toutes les variétés qui ſeront arrivées aux Vents pendant 30 heures.

Car 1.^o le temps étant marqué ſur le papier, comme nous avons dit, de quart d'heure en quart d'heure, on connoîtra le moment qu'une telle pointe a commencé à marquer ſur le papier, ou le commencement d'un tel Vent.

2.^o La longueur du trait fait par une pointe ſur le papier, marquera la durée de ce Vent.

3.^o Si deux pointes ont marqué le papier en même temps, c'eſt ſigne que le Vent aura été entre ces deux quarts de rumb, en ſorte que par-là on aura les demi-quarts de rumb, ou les Vents ſur les 64 diſiſions de l'horizon.

4.^o Si pluſieurs pointes ont marqué, le Vent aura ſauté pluſieurs rumb.

5.^o Si les Vents ont fait, comme l'on dit, le tour du Cadran,

Cadran, toutes les pointes auront marqué de suite, & on sçaura l'heure de tous ces changements.

Pour trouver aisément le nom du Vent correspondant à chaque pointe, nous avons fait faire la règle (14), laquelle présente 32 dents à même distance l'une de l'autre que celles qui forment les traits des 32 pointes; les noms des Vents sont écrits vis-à-vis de chaque dent, en sorte qu'il n'y a qu'à présenter cette règle sur le papier de haut en bas, pour sçavoir tout d'un coup le nom du Vent marqué sur le papier: cette règle ressemble assés à un peigne.

Pour trouver aussi avec facilité la valeur des traits, & comme chaque trait qui marque la durée du Vent, commence & finit rarement aux points qui distinguent les quarts d'heure, & que les intervalles en sont inégaux, nous avons fait faire une règle proportionnelle, pour pouvoir diviser tout d'un coup en 15 minutes, les distances inégales des quarts d'heure: cette règle marquée (47) est faite en triangle isoscele, tronqué par une règle divisée en 15 minutes, de même que la règle qui forme sa base. Ces deux règles sont parallèles, elles ont pour longueur les plus grandes & les plus petites distances que forment sur le papier les points qui marquent les quarts d'heure, & nous avons tendu des soyes d'une division à l'autre. Il est évident que ces soyes diviseront tous les intervalles moyens entre le plus grand & le plus petit; ainsi avec cette règle, on connoîtra à la minute près, le moment qu'un Vent quelconque a commencé & fini.

Il nous reste présentement à donner la description du troisième moteur & de ses effets sur la Machine *D*, pour connoître la force & la vitesse relative du Vent.

Ce moteur *F* qui tourne toujours du même sens, à tel Vent que ce soit, est un Moulin horizontal, appelé communément *Moulin à la Polonoise*, & qu'on place sur le toit.

L'axe de ce Moulin est assés long pour entrer dans le grenier, afin de tenir hors de pluie & de neige, un pignon qui est au bout de cet axe.

Ce pignon marqué (15) qui a 21 aîles, engraine dans
Mem. 1734. . R

la rouë (16) de 84 dents, dont l'arbre porte une vis sans fin (17) qui mene la rouë (18) de 100 dents, ainsi le pignon porté par l'axe du Moulin fait 400 tours pour faire faire un tour à la rouë de 100; l'axe de cette même rouë de 100 porte une Aiguille qui marque le nombre des tours du Moulin depuis 1 jusqu'à 400, sur un Cadran fixe marqué (19). Nous avons aussi appliqué un limaçon (20) contre la rouë (18) pour soulever le levier (21) qui retombe à chaque 400 tours du Moulin, dont nous verrons l'usage ci-après sur la Machine *D* que nous allons décrire.

Cette Machine est placée à gauche de la Pendule, elle est en partie semblable à la Machine *C*, dont nous venons de donner la description, elle porte pareillement trois cylindres ou bobines.

Sur la première bobine à gauche, marquée (22) est roulée une bande de papier de 18 à 20 pieds de long, & large d'un pouce & demi, cette bande passe sur la bobine (23) & vient se rouler sur la bobine (24), allant comme celle de la Machine *C*, de gauche à droite. Le temps que toute cette bande employe pour passer d'une bobine sur l'autre, est de 30 heures; ce mouvement est réglé comme celui de la Machine *C*, par un renvoi d'un axe portant une rouë à chaque bout, dont l'une qui a 16 dents, & marquée (2) engraine à la rouë des heures de la Pendule, & l'autre (25) qui a 32 dents, mene la rouë (26) de 16, & qui est fixe à la bobine 24, pour lui faire faire un tour par demi-heure.

L'axe de cette bobine est traversé en bas par une longue goupille marquée (27), laquelle en tournant leve à chaque demi-tour, ou à tous les quarts de tours, un pointeau (28) par la queue qui est en plan incliné, lequel venant à tomber dès que la goupille quitte la queue du pointeau, marque un point au bas de la bande de papier tous les quarts d'heure; par ce moyen, le papier se trouve divisé en temps égaux, par des points de quart d'heure en quart d'heure, & à distance pareille que sur le papier de la Machine *C*.

Le levier (21) qui est placé vers le Moulin, & dont

nous venons de parler, souleve par un cordon ou un fil de leton, un petit marteau (29), & commẽ ce levier retombe lorsque le limaçon (20) qui le souleve a fait son tour, ce qui arrive, comme nous avons dit, à chaque 400 tours du Moulin, ce marteau en tombant, frappe sur un pointeau (30) qui marque un point au haut de la bande de papier; ainsi le nombre des tours du Moulin est marqué au haut du papier par des points de 400 en 400 tours, & au-dessous chaque quart d'heure étant aussi marqué par un point, il sera aisé de connoître par le plus ou le moins de points qu'il y aura au haut de la bande de papier, d'un quart d'heure à l'autre, combien de fois le Moulin aura fait 400 tours, & par la distance d'un point à l'autre, on sçaura,

1.° Si la force ou vitesse relative du Vent a été égale.

2.° Un plus grand nombre de points dans l'espace qui marque un quart d'heure, dénote que plus il y en aura, plus le Vent a eu de force.

3.° Comme il y a toujours une des pointes du cylindre (6) qui crayonne le papier de la Machine *C*, soit qu'il fasse Vent, ou qu'il n'en fasse point du tout, on regardera le trait comme nul pendant tous les quarts d'heure, ou pendant le temps qu'il n'y aura pas de points marqués au haut de la petite bande de papier de la Machine *D*.

Une force ou vitesse de Vent quelconque ne pouvant se déterminer que par un nombre d'expériences suivies & répétées, quoique nous en ayons déjà fait une quantité, nous nous proposons de les continuer pour nous en assurer davantage, & nous les donnerons avec la description des autres Anémometres dont nous avons fait mention au commencement de ce Mémoire.

Avant que de finir, je dois observer qu'il est à propos d'avoir deux Machines pareilles à celles marquées *C* & *D*, afin d'en avoir toujours deux prêtes & garnies de leurs papiers, pour les substituer aux deux autres que l'on ôtera au bout de 24 heures, quand on remontera la Pendule. Il faudra aussi avoir soin de marquer au commencement de chaque

papier, l'heure qu'il est à la Pendule, pour trouver, en comparant les deux papiers, toutes les variétés ou tous les changements de direction, de durée & de vitesse relative des Vents, dont on fera un état ou un journal, comme les papiers journaux des Pilotes.

On marquera, par exemple, sur une 1.^{re} colonne les heures du jour, dans la 2.^{de} colonne les noms des Vents qui auront régné, dans la 3.^{me} leur durée, dans la 4.^{me} le nombre des tours du Moulin, pour avoir les vitesses relatives, &c.

On pourra joindre à ces observations, celles du Barometre sur la pesanteur de l'air, & même celles sur la température de l'air, en chaud & en froid, en sec & en humide, par le Thermometre & l'Hygrometre.

Les Physiciens savent les relations que toutes ces choses ont entre elles, & combien, pour ainsi dire, elles sont dépendantes les unes des autres.

Des observations faites en différents pays, & sur-tout dans les Ports de Mer seront très-avantageuses : on sera en état de faire l'histoire des Vents, de comparer les Vents de Terre aux Vents de Mer, ce qui pourra influer sur la Navigation, & peut-être pourra-t-il résulter de toutes ces observations, des lumières & des idées plus certaines, pour connoître la cause & l'origine des Vents & des autres Météores.

NOMS des Pieces qui composent l'Anémometre à Pendule.

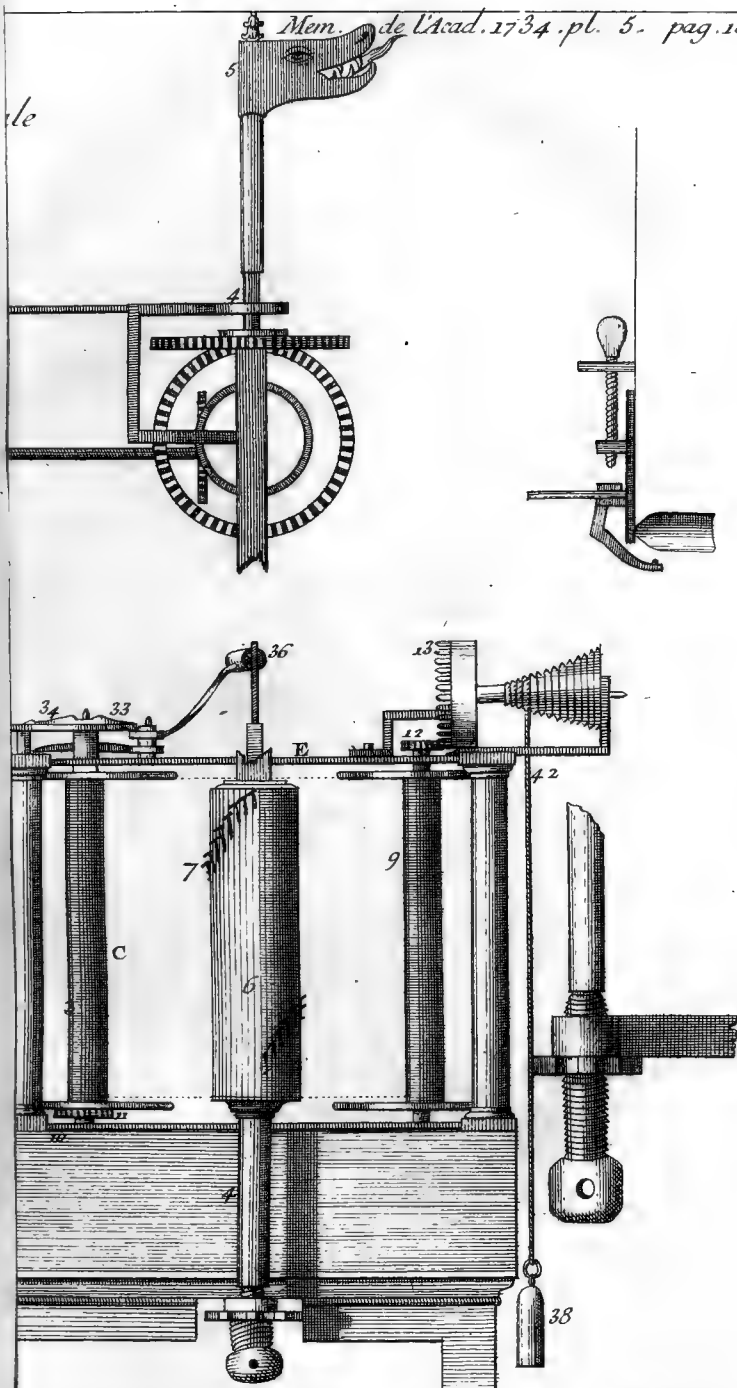
- A, PENDULE ordinaire à heure, minute & seconde.
- B, CADRAN à Vent.
- C, MACHINE à droite de la Pendule, pour connoître la direction & la durée du Vent.
- D, MACHINE à gauche de la Pendule, pour connoître la force relative du Vent.
- E, PLATINE supérieure de la Machine C.
- F, MOULIN à Vent horizontal.

- 1 & 2, ROUES de 16 dents chacune, menées à droite & à gauche par la rouë des heures.
- 3, CYLINDRE ou Bobine menée par la rouë 1.
- 4, LONGUE TIGE qui va le long du mur gagner le toit, & qui porte par le haut la girouette 5, & par le bas le cylindre 6.
- 5, GIROUETTE.
- 6, CYLINDRE qui porte les 32 chevilles, pour marquer sur le papier les 32 airs de Vent.
- 7, HELICE ou Spirale formée par les 32 chevilles sur le cylindre 6.
- 8 & 9, CYLINDRES ou Bobines sur lesquelles passe & roule le papier de la Machine C.
- 10, ROUE de 32 dents sur le même axe que la rouë 1, qui engraine à la rouë 11 de 16 dents.
- 11, ROUE de 16 dents fixe à la bobine 3.
- 12, ROUE FIXE au haut de la bobine 9.
- 13, ROUE DE CHAMP menée par la rouë 12.
- 14, REGLE ou Peigne, pour connoître tout d'un coup le nom du Vent.
- 15, PIGNON de 21 aîles fixe à l'axe du Moulin.
- 16, ROUE de 84 dents menée par le pignon 15.
- 17, VIS SANS FIN sur l'axe de la rouë 16.
- 18, ROUE de 100 dents menée par la vis sans fin.
- 19, CADRAN fixe divisé en 400.
- 20, LIMAÇON sur la rouë 18.
- 21, LEVIER soulevé par le limaçon 20.
- 22, PREMIÈRE BOBINE à gauche de la Machine D, sur laquelle est d'abord roulée la petite bande de papier.
- 23, BOBINE du milieu sur laquelle passe le papier.
- 24, BOBINE sur laquelle la petite bande de papier s'enveloppe.
- 25, ROUE de 32 dents, fixe sur le même axe de la rouë 2, qui est menée par la rouë des heures.
- 26, ROUE de 16 dents, fixe sur la bobine 24.

134 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

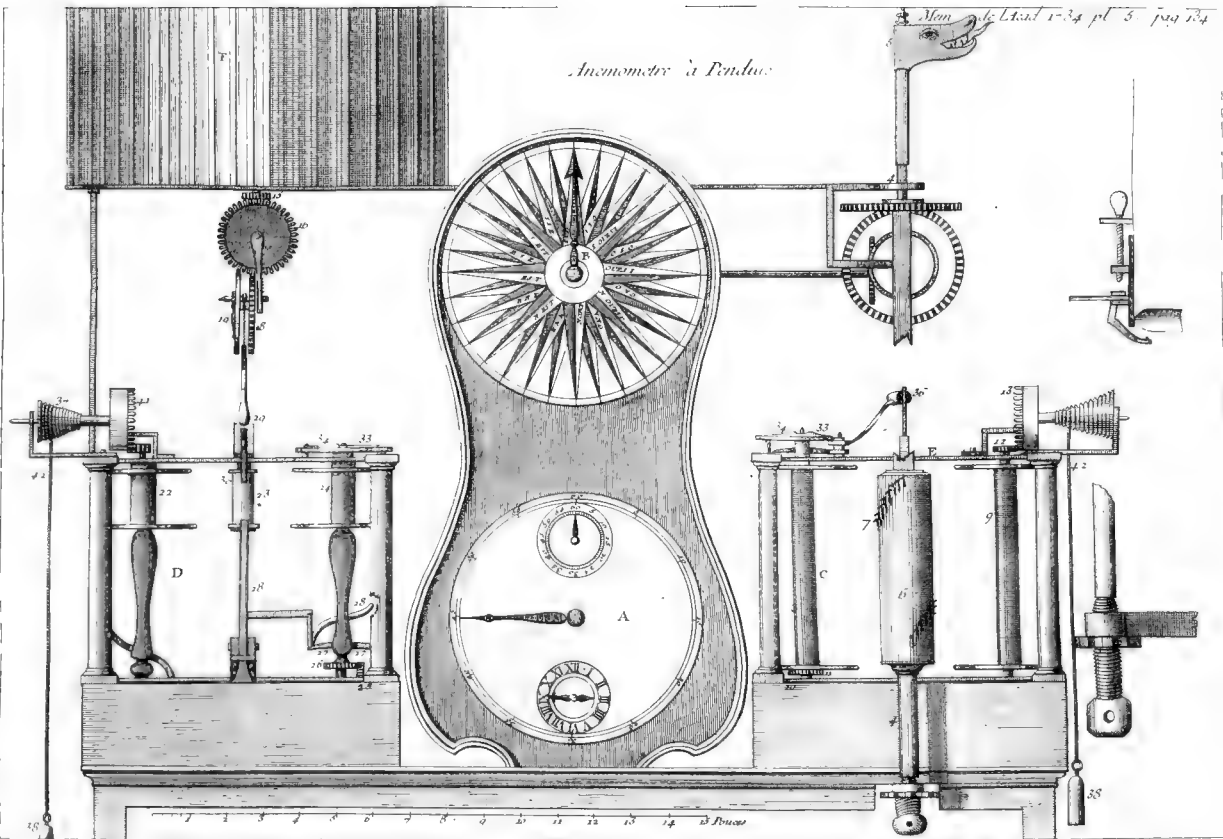
- 27, GOUPILLE qui fait lever le pointeau à queue 28.
- 28, POINTEAU à queue en plan incliné.
- 29, MARTEAU qui frappe à chaque 400 tours du Moulin.
- 30, POINTEAU qui sert à marquer au haut de la petite bande de papier, un point à chaque 400.
- 31, COULISSES avec des vis, pour faire avancer ou reculer les cylindres 8 & 24.
- 32, POINTEAU de la Machine C.
- 33, AIGUILLES portées par les cylindres 3 & 24, lesquelles marquent les minutes sur les cadrans 34.
- 34, CADRANS divisés en minutes.
- 35, DOUBLE LIMAÇON porté par le cylindre 3, pour faire battre le marteau 36 à chaque quart d'heure.
- 36, MARTEAU qui frappe son coup à chaque quart d'heure.
- 37, FUSÉES sur lesquelles s'enveloppent les cordes qui soutiennent les poids pour tenir les papiers tendus.
- 38, POIDS.
- 39, PLATINE supérieure de la Machine D.
- 40, PIGNON au haut de la bobine 22, qui engraine dans la roue de champ 41, fixe sur l'axe de la fusée 37.
- 41, ROUE DE CHAMP.
- 42, CORDES qui tiennent le papier tendu, au moyen des poids.
- 43, REGLE proportionnelle pour connoître les minutes de la durée des Vents.
- 44, ROUES de 30 dents fixes au bas des bobines 3 & 24, pour tenir les papiers en état sur les Machines de rechange, par le moyen d'un verroux.





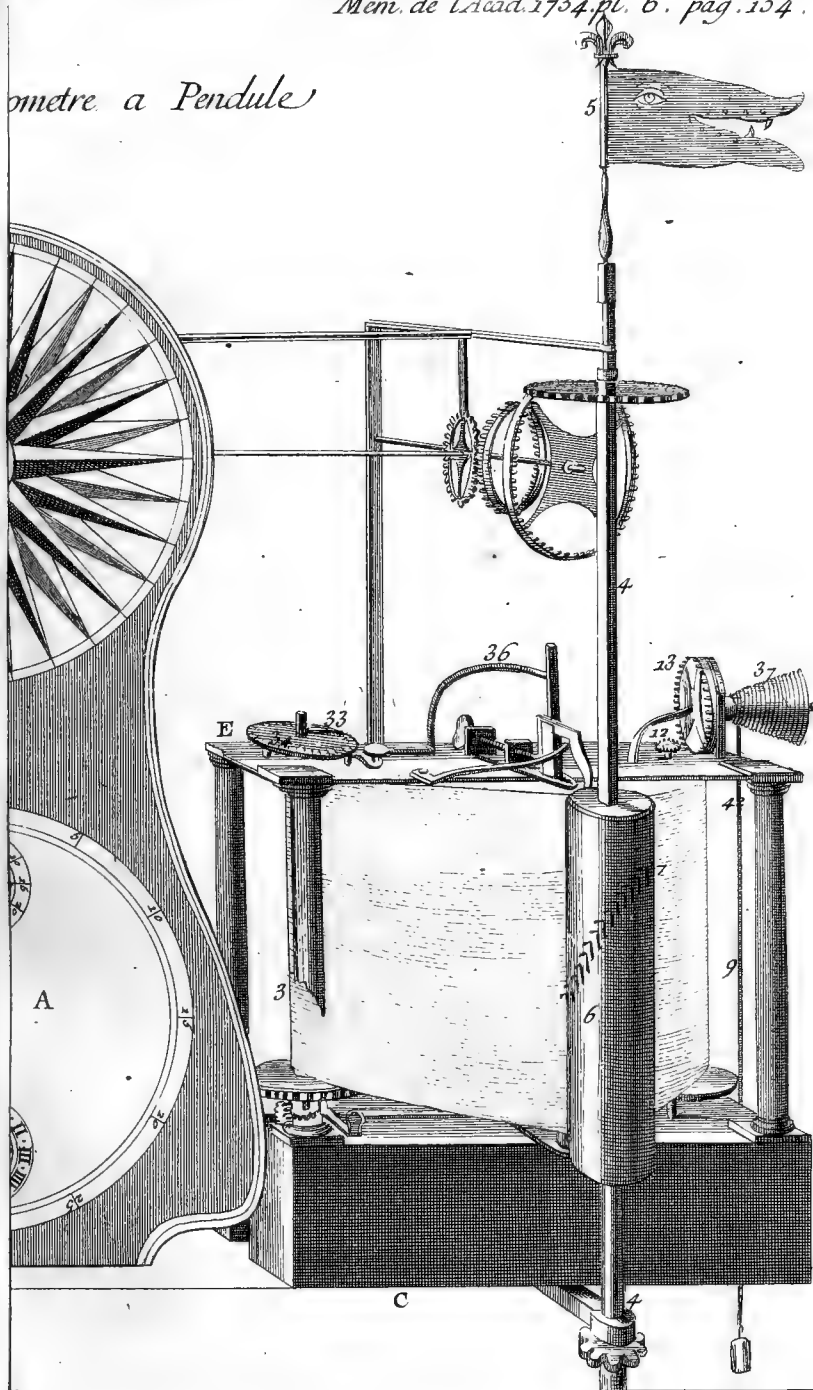
Anémomètre à Pendule

Mem. de L'Acad. 1834 pl. 5. pag. 24

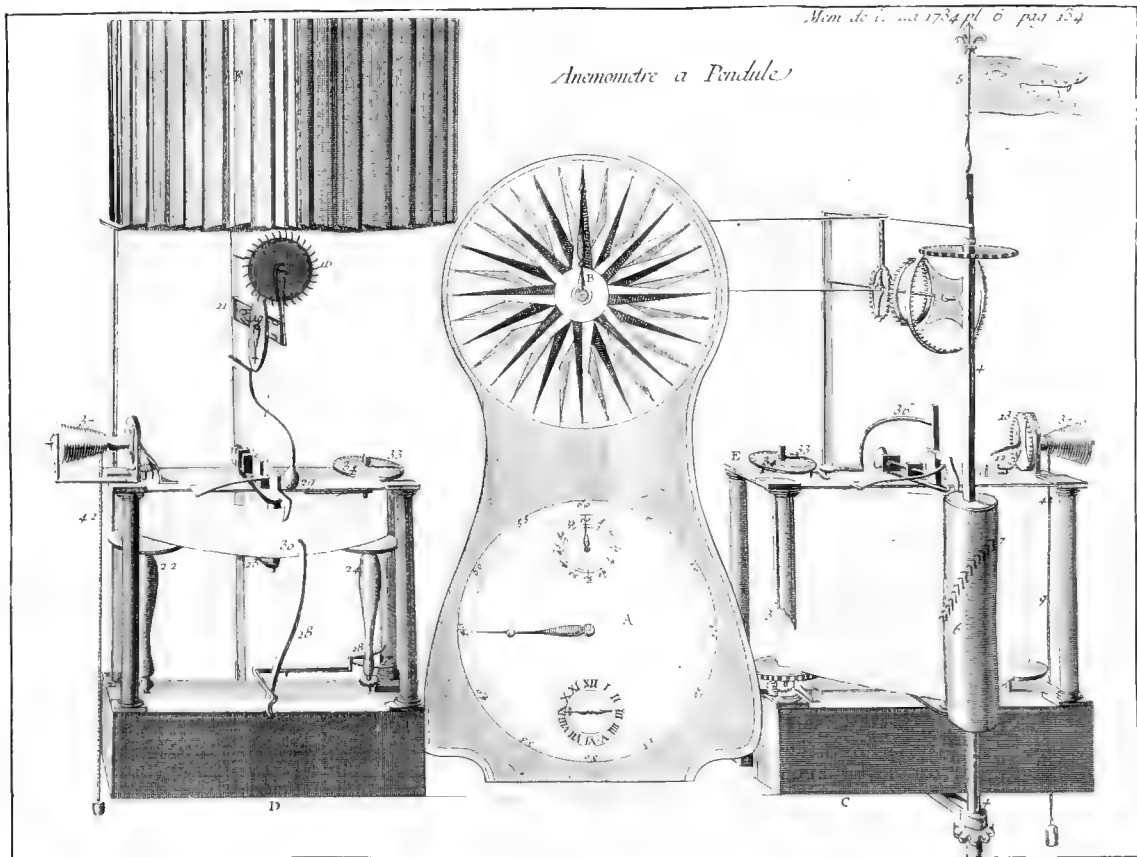


Goussier del.

ometre a Pendule

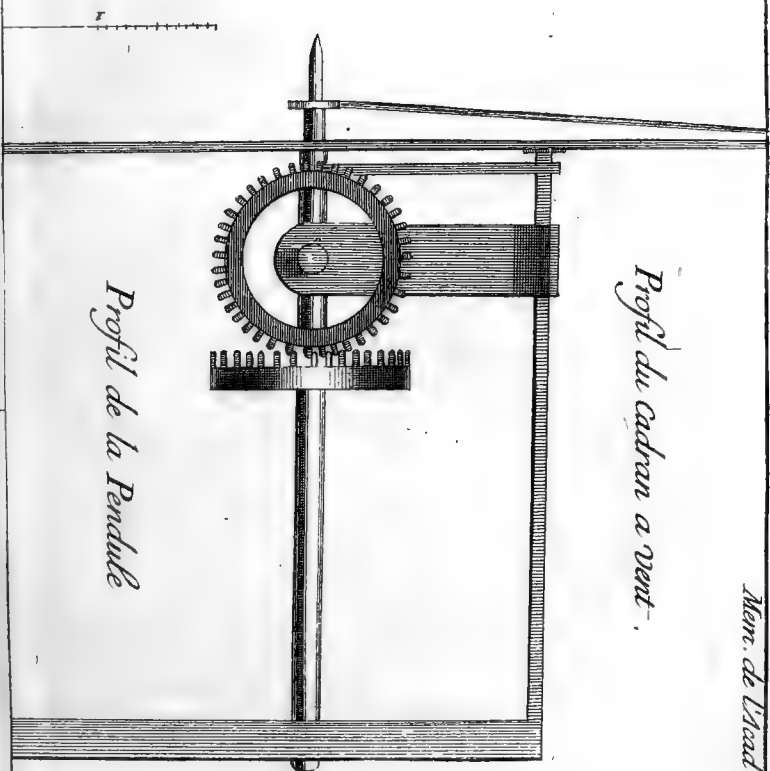


Anémomètre à Pendule



Mém. de l'Acad. 1734. pl. 7. pag. 334.

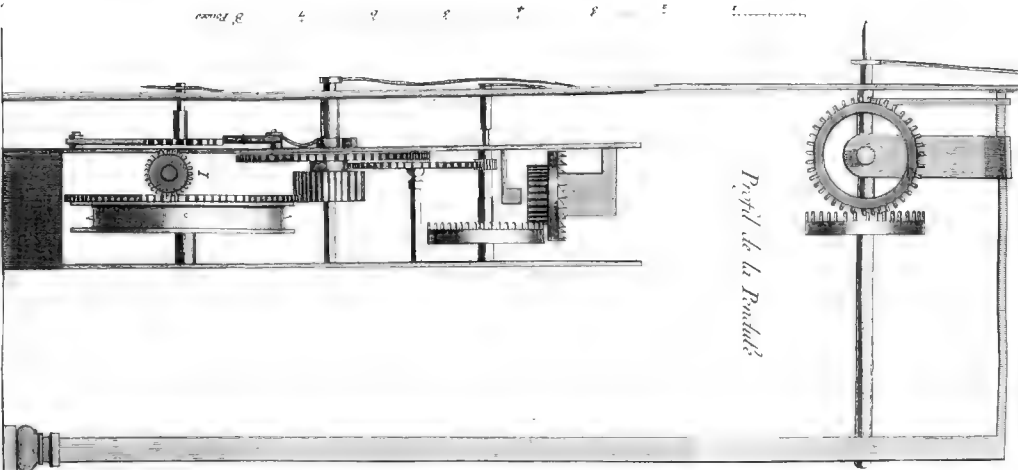
Profil du cadran a vent.



Profil de la Pendule

Mem. de l'Acad. 1734. pl. 7. pag. 384

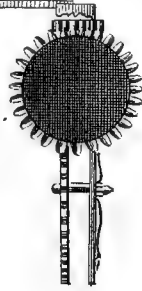
Profil du Cadran a vent.



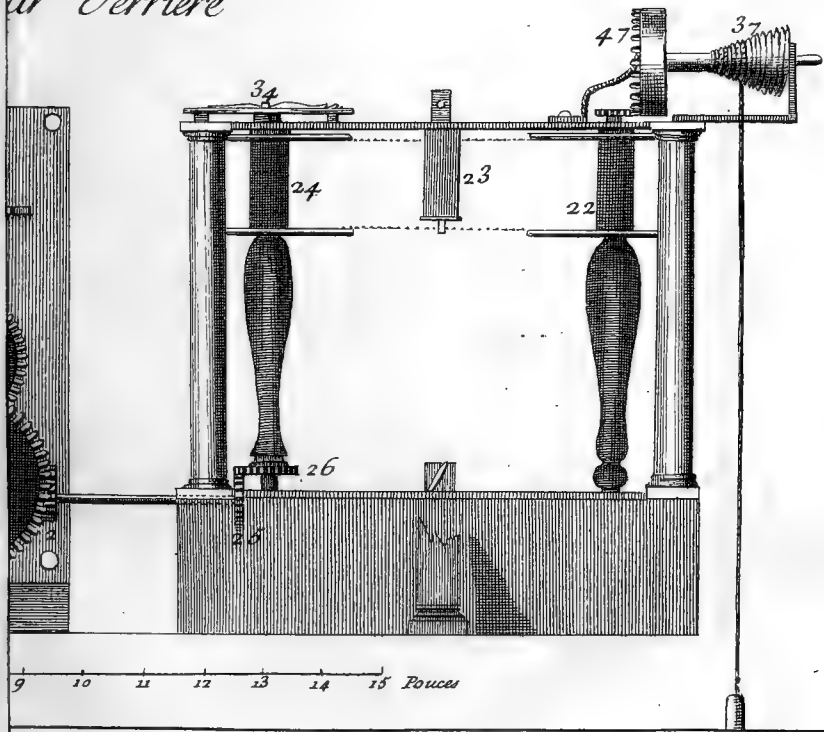
Profil de la Poutre?

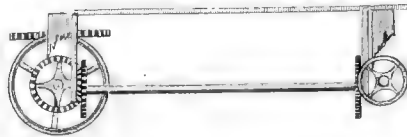
a b c d e f g h i

Rouage du cadran
à Vent



ar derriere

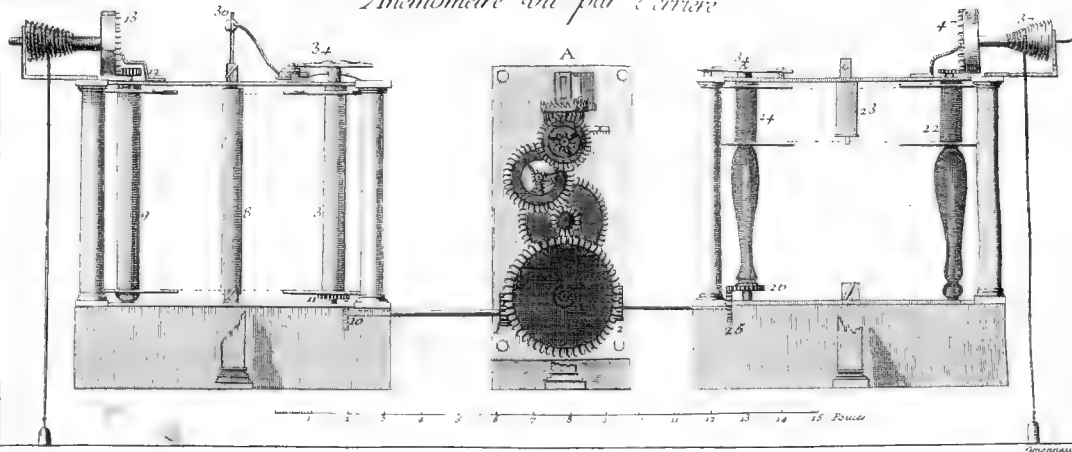


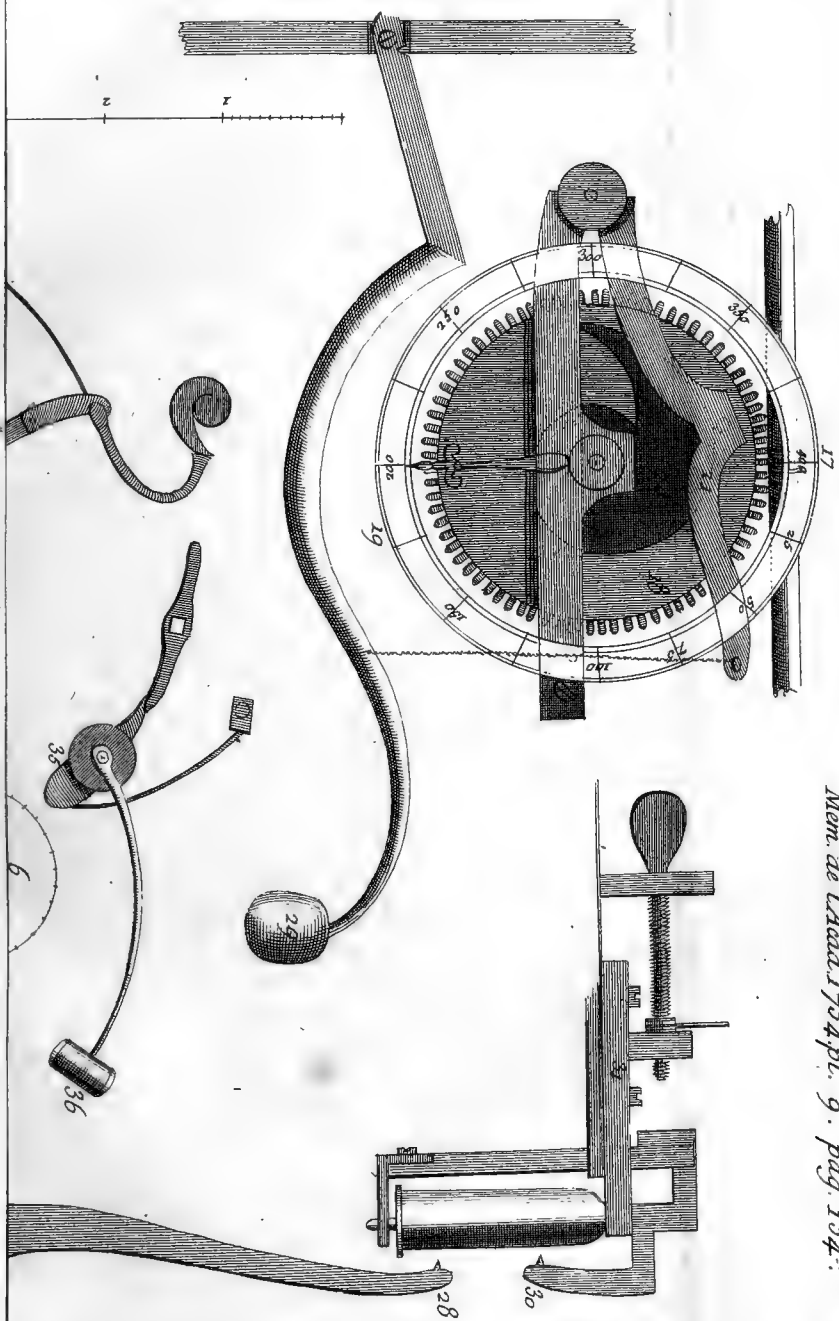


*Rouage du cadran
à Vent*

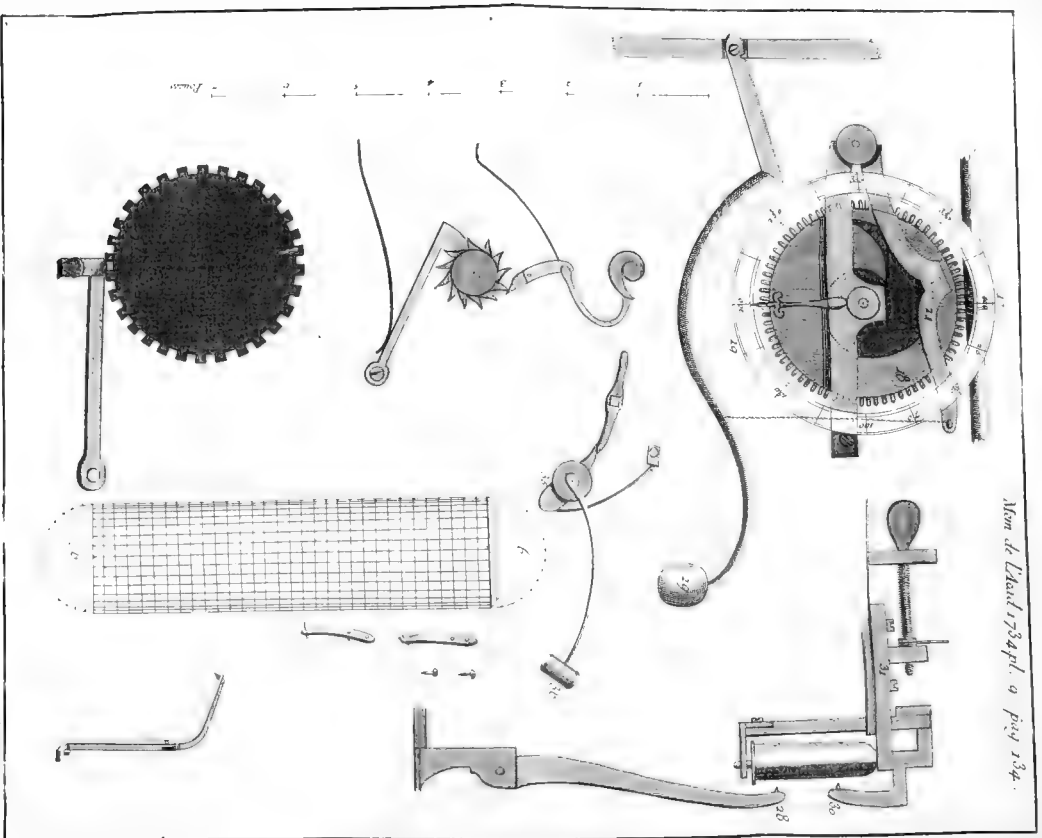


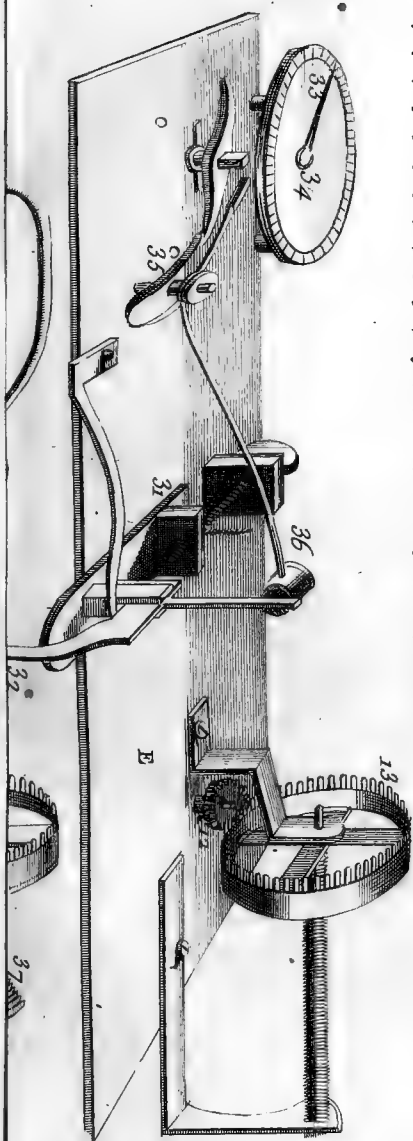
Anémomètre vu par derrière





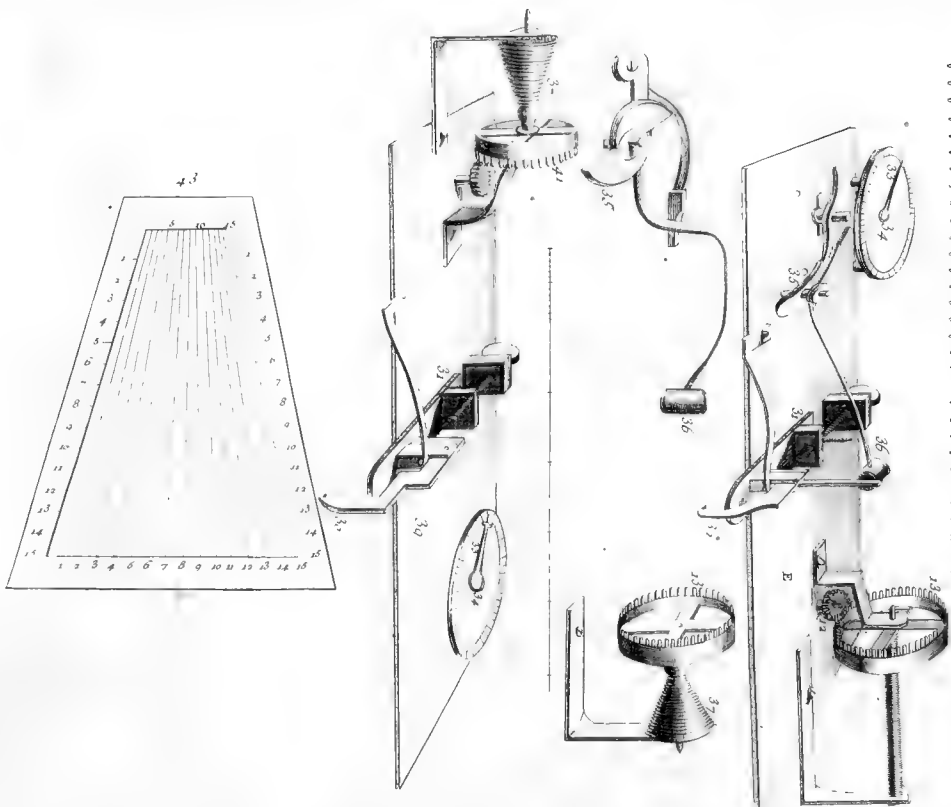
Non de Liard 1734pl. a pag 134.





OUET.
O. $\frac{1}{4}$ S. O.
O. S. O.
S. O. $\frac{1}{4}$ O.
S. O.
S. O. $\frac{1}{4}$ S.
S. S. O.
S. $\frac{1}{4}$ S. O.
SUD.
S. $\frac{1}{4}$ S. E.
S. S. E.
S. E. $\frac{1}{4}$ S.
S. E.
S. E. $\frac{1}{4}$ E.
E. S. E.
E. $\frac{1}{4}$ S. E.
EST.
E. $\frac{1}{4}$ N. E.
E. N. E.
N. E. $\frac{1}{4}$ E.
N. E.
N. E. $\frac{1}{4}$ N.
N. N. E.
N. $\frac{1}{4}$ N. E.
NORD.
N. $\frac{1}{4}$ N. O.
N. N. O.
N. O. $\frac{1}{4}$ N.
N. O.
N. O. $\frac{1}{4}$ O.
O. N. O.
O. $\frac{1}{4}$ N. O.

QUET
O $\frac{1}{2}$ S O
O S O
S O $\frac{1}{2}$ O
S O
S O $\frac{1}{2}$ S
S S O
S $\frac{1}{2}$ S O
SUD
S $\frac{1}{2}$ SE
SSE
SE $\frac{1}{2}$ S
SE
SE $\frac{1}{2}$ E
ESE
E $\frac{1}{2}$ SE
EST
E $\frac{1}{2}$ NE
ENE
NE $\frac{1}{2}$ E
NE
NE $\frac{1}{2}$ N
NNE
N $\frac{1}{2}$ NE
NORD
N $\frac{1}{2}$ N O
NN O
N O $\frac{1}{2}$ N
N O
N O $\frac{1}{2}$ O
ON O
O $\frac{1}{2}$ N O



DE LA FISTULE LACRYMALE.

Par M. P E T I T.

JE divise ce Mémoire en trois parties. Dans la première 20 Février
1734. je traite succinctement de l'usage des Larmes ou de la liqueur lacrymale, & des parties qui la filtrent, qui la répandent, qui la rassemblent, & qui la conduisent dans le Nés. Dans la seconde partie, je tâche de découvrir en quoi la structure de ces organes se trouve changée, lorsqu'il survient fistule; & dans la troisième, je propose la manière de guérir cette maladie, par le moyen d'une opération qui m'est particulière, & qui m'a toujours réussi.

PREMIERE PARTIE.

Tout le monde sçait que le principal usage de la liqueur lacrymale est de mouiller le globe de l'œil & les paupières, pour faciliter le mouvement de ces parties. La glande *E*, Fig. 2. qui filtre cette liqueur, est placée entre la partie supérieure du globe de l'œil & la voûte de l'orbite. En conséquence de cette situation, chaque fois que l'œil se meut, cette glande est légèrement comprimée, les larmes en découlent par plusieurs petits conduits, & l'œil est mouillé. C'est ainsi que le mouvement de l'œil favorise l'écoulement des larmes, & que les larmes, en s'écoulant, facilitent le mouvement de l'œil.

Les conduits excréteurs de la glande lacrymale étant placés sous la paupière supérieure, les larmes qui en découlent, mouillent d'abord la partie supérieure, & ensuite, par leur pente naturelle, elles se répandent universellement sur tout le reste du globe; mais comme l'œil est sphérique, & que le cartilage des paupières est arrondi par le bord qui touche le globe de l'œil, l'angle qui résulte de cet attouchement forme une gouttière à chaque paupière, & ces gouttières *F, F*, Fig. 3.

conduisent les larmes vers le grand angle de l'œil. Les larmes peuvent même s'amasser en assez grande quantité dans ces gouttières, sans qu'il s'en répande, parce que le bord extérieur des paupières est enduit d'une humeur grasse, qu'on nomme Chassie; & l'on sçait que dans un verre gras, on peut mettre de l'eau beaucoup au dessus des bords, sans qu'il s'en répande.

Quand les paupières sont ouvertes, & qu'il coule beaucoup de larmes, il en descend par gouttes de la paupière supérieure à l'inférieure, ce qui forme sur la surface de l'œil autant de ruisseaux; mais quoique ces différents ruisseaux de larmes soient assez près pour se toucher en s'épanouissant en nape, le milieu de chacun de ces ruisseaux en nape, étant plus épais que ses bords, la nape totale qui en résulte ne seroit point d'égale épaisseur par-tout, si la paupière à chaque instant ne s'abbaïsoit, & ne se relevoit subitement. Ces mouvements presque imperceptibles étendent uniformément les larmes, & rendent la nape totale plus unie, de façon que les rayons visuels n'en souffrent point de réfraction inégale.

Pendant le sommeil, ou quand les paupières sont fermées, comme leur bord interne est arrondi, elles ne se touchent que par leur bord extérieur; alors la gouttière de la paupière supérieure & celle de l'inférieure se touchent, & n'en font qu'une, qui est plus grande, & qui, appuyée sur le globe de l'œil, fait avec ce globe un canal triangulaire, par lequel les larmes coulent de l'angle externe vers l'angle interne. C'est-là que les larmes forment une espèce de lac, en remplissant l'espace qui se trouve entre l'angle interne des paupières & le globe de l'œil; car l'angle interne des paupières est éloigné du globe de l'œil, de plus de deux lignes. C'est cette distance qui fait la longueur du lac *GI*, où s'assemblent les larmes. Au bord interne de cet espace s'élève un monticule charnu *H*, par-dessus lequel passent les paupières, lorsqu'elles se ferment. Ce monticule charnu, ou cette caroncule, tient les paupières soulevées, & empêche qu'en se fermant, elles ne s'approchent du globe, de sorte qu'en cet endroit il reste un espace entre les paupières & le globe;

&

& cet espace, que remplissent les larmes, fait la profondeur du lac, qui est mesurée par l'élévation de la caroncule. Dans ce lac sont, pour ainsi dire, plongées deux petites ouvertures *AA*, qui sont percées au sommet de deux petits monticules qu'on remarque au grand angle des paupières, l'un au bord de la paupière supérieure, & l'autre au bord de la paupière inférieure. Ces ouvertures nommées Points Lacrymaux, sont les embouchures de deux petits canaux qui s'unissent, & ne forment plus qu'un canal *B*, lequel va s'ouvrir dans le sac lacrymal *C*. Ce sac devient plus étroit, & formant ce qu'on nomme le canal nasal *D*, se prolonge dans le nés, où il dépose les larmes que les points lacrymaux ont pompées dans le lac, où les gouttières des paupières les ont conduites.

Les points lacrymaux sont toujours ouverts, parce qu'ils sont cartilagineux; s'ils étoient membraneux, la moindre compression les affaîsseroit, & ils ne seroient pas toujours dans l'état où il convient qu'ils soient, pour recevoir continuellement les larmes, à mesure qu'elles s'assemblent au lac lacrymal. De plus, ces ouvertures sont naturellement tournées du côté de l'œil, & elles s'y tournent encore davantage, lorsque nous fermons l'œil; de manière qu'elles ne sont point bouchées par l'approche des paupières.

Quand l'œil est fermé, le point lacrymal supérieur & l'inférieur se touchent, mais sans se boucher l'un l'autre, parce qu'ils ne se touchent que par la portion qui regarde le bord externe des paupières. Chacun des points lacrymaux se trouve ainsi ouvert à l'extrémité de la gouttière de la paupière dans laquelle il est percé, & tous deux sont plongés dans la gouttière commune, à l'endroit où elle s'élargit pour former le lac.

Après tout ce qui a été dit, on conçoit bien que, pendant que les yeux sont fermés, la gouttière commune que forme l'approche des paupières, le lac qui se trouve à son extrémité interne, & tout l'espace qu'il y a entre les paupières & le globe de l'œil, font un lac commun occupé par les larmes, qui coulent continuellement de la glande

lacrymale, & qui se dégorge par les points lacrymaux dans le sac lacrymal & dans le nés.

Pour connoître quelles sont les forces qui poussent ainsi les larmes dans le nés, je commence par supposer les points lacrymaux bouchés, pendant que l'œil est fermé, & je demande ce qui doit arriver, si les larmes coulent toujours entre l'œil & les paupières. Dans ce cas, les larmes ne pouvant se dégorger dans le nés, ouvriront les paupières, & tomberont sur la joue, si l'action des muscles & l'adhésion des paupières ne sont pas capables de leur résister : or l'on sçait que l'action des muscles tient les paupières rapprochées, & que de plus elles sont collées l'une à l'autre par la chassie, qui regne sur le bord par lequel elles se touchent ; par conséquent tant que les muscles & cette adhésion seront capables de résister, les larmes rempliront les paupières, les soulèveront, & les écarteront du globe de l'œil sans les ouvrir. Si l'interruption du cours des larmes par les points lacrymaux continuë, à la fin les larmes forceront l'adhésion des paupières, & se répandront sur la joue : mais si, dans le temps même que l'action des muscles & l'adhésion des paupières sont près de céder à l'effort des larmes, les points lacrymaux viennent à s'ouvrir ; alors les larmes ayant leur cours libre par le nés, les paupières ne seront point forcées de s'ouvrir ; au contraire elles pousseront les larmes dans les points lacrymaux avec toute la force d'un ressort qui se débände.

Ces suppositions ne sont pas inutiles, puisqu'elles font voir que l'action des paupières peut, au moins dans certains cas, avoir quelque part au passage des larmes par les points lacrymaux : ainsi les paupières étant fermées, ont avec les larmes action & réaction, c'est-à-dire, que les larmes peuvent soulever les paupières, & que le ressort des paupières peut pousser les larmes. Quoiqu'il semble que les paupières ne peuvent avoir cet usage que pendant le sommeil, cependant si l'on observe bien le mouvement presque imperceptible que font à chaque instant les paupières ; mouvement auquel j'ai déjà donné pour usage d'égaliser & d'applanir les

larmes sur la surface du globe ; si, dis-je, on observe ce mouvement, on remarquera qu'il n'est pas toujours complet, c'est-à-dire, que toutes les fois qu'il se fait, les paupières ne se touchent pas exactement ; mais que le plus souvent elles se touchent aussi parfaitement que pendant le plus profond sommeil. Il est vrai que cet attouchement ne dure qu'un instant, mais il dure assez pour rapprocher les gouttières, comprimer les larmes, & les pousser dans les points lacrymaux.

Ce mouvement des paupières est si subit, que quoiqu'on se fasse plusieurs fois pendant la lecture d'un feuillet, cette lecture n'en est point interrompue. Ce mouvement est plus fréquent dans ceux qui ont l'œil larmoyant, que dans les autres ; & tout le monde est obligé machinalement de le faire avec plus de force, & de lui donner plus de durée, toutes les fois que l'abondance des larmes excite une certaine sensation qui occasionne ce mouvement ; mouvement auquel on ne fait presque point d'attention, quoiqu'on puisse l'observer à chaque instant, tant sur soi que sur les autres.

La seconde cause du passage des larmes, & celle que je regarde comme la principale, c'est, la disposition des points lacrymaux, du sac lacrymal, & du canal qui s'ouvre dans le nés.

Il ne faut que jetter les yeux sur la figure 3, qui représente les points lacrymaux *AA*, leur conduit commun *B*, le sac lacrymal *C*, & le canal nasal *D*. Toutes ces parties font une même continuité de canal qui, par sa figure & son usage, mérite le nom de *Siphon*, & je le nommerai dorenavant le *Siphon lacrymal*. Deux choses sont essentielles à ce siphon, pour qu'il pompe les larmes ; la première qu'il soit plein du fluide, & la seconde que la branche, qui trempe dans le fluide, soit plus haute que celle qui le dépose. Soit *AAB* la branche la plus haute du siphon, dont les ouvertures *AA* sont plongées dans le lac lacrymal, & *BCD*, la branche la plus basse qui s'ouvre dans le nés ; je dis que

ce siphon étant une fois plein de larmes, & les ouvertures *AA* toujours présentes au fluide du lac lacrymal, les larmes couleront sans interruption de la branche la plus haute dans la plus basse ; & cela suffit pour que les larmes coulent continuellement dans le nés.

J'ajoute que comme il y a une liqueur muqueuse, qui mouille toujours la membrane du nés, il y a lieu de croire que l'adhésion des larmes avec ce mucus, doit encore favoriser leur écoulement.

J'aurois encore bien des choses à dire sur l'écoulement des larmes, si je l'examinois dans toutes les attitudes différentes où les yeux peuvent se trouver ; mais comme ces recherches curieuses ne sont présentement d'aucune utilité à mon sujet, je passe à la seconde partie de ce Mémoire.

SECONDE PARTIE.

En quoy les organes qui servent à l'écoulement des larmes sont changés, lorsqu'ils sont attaqués de la Fistule lacrymale.

J'appelle Fistule, tout ulcère dont l'entrée est étroite & le fond large, dont les bords & les environs sont durs & calleux. La fistule lacrymale est un ulcère de cette espèce, qui attaque le siphon lacrymal, & qui l'ayant percé, permet aux larmes de se répandre sur la joue. Quoique cette description ne puisse convenir qu'à la fistule lacrymale, on appelle cependant de ce nom, deux autres maladies bien différentes, dont l'une est à la vérité lacrymale, mais elle n'est point fistule ; & l'autre est fistule, mais elle n'est point lacrymale.

La première est une petite tumeur, qui s'élève au-dessus du bord de l'orbite, entre l'angle interne des paupières & la racine du nés. Cette tumeur est pour l'ordinaire une suite de l'obstruction du siphon lacrymal du côté du nés ; les larmes que les points lacrymaux y conduisent ne pouvant s'écouler dans le nés, s'accumulent & font effort pour dilater

ce siphon; mais parce que la partie étroite & basse du siphon est renfermée dans un canal osseux, elle résiste, & tout l'effort que font les larmes, se passe sur la partie large appelée sac. Ce sac n'a que la moitié interne renfermée dans une gouttière osseuse; l'autre moitié, qui n'est couverte que de membranes, obéit & cède à l'effort des larmes, qui, en s'accumulant en ce lieu, le dilatent, l'étendent, & le poussent au dehors. Quand on comprime cette tumeur, elle disparoît, parce que cette compression oblige les larmes renfermées dans la tumeur, de repasser dans le grand coin de l'œil par les points lacrymaux; mais quelque temps après elle reparoît, à mesure qu'il rentre des larmes à la place de celles que l'on a obligé de sortir.

Quoique cette maladie ne soit, à proprement parler, qu'une rétention de larmes, qu'elle ne soit le plus souvent accompagnée ni d'ulcération, ni de dureté, ni de callosité, on lui a cependant donné le nom de Fistule lacrymale; peut-être parce qu'elle est souvent la cause de cette fistule; peut-être aussi parce que, lorsqu'on a donné ce nom à cette maladie, ne connoissant pas encore les points lacrymaux, on a pris pour un trou fistuleux, celle de ces ouvertures naturelles par laquelle on voyoit sortir la matière, à mesure que l'on pressoit la tumeur. Ce qui pouvoit d'autant mieux tromper, c'est que souvent il sort avec les larmes une matière blanche assés semblable à du pus, ce qui n'est cependant que des larmes qui ont séjourné; & l'on voit même sortir du pus bien formé, dans celles de ces tumeurs auxquelles il est survenu inflammation. Cette maladie, qui n'est point fistule lacrymale, doit être nommée *Rétention de larmes*, & l'on ne peut lui refuser ce nom, si l'on fait attention au rapport qu'elle a avec la rétention d'urine. En effet, les points lacrymaux déposent les larmes dans le sac lacrymal, comme les ureteres déposent les urines dans la vessie. Le canal nasal conduit les larmes dans le nés, comme l'uretre conduit les urines au dehors. L'obstruction de celui-ci est cause de la rétention des urines dans la vessie, & l'obstruction du conduit nasal, qui empêche

142 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
les larmes de couler dans le nés, les retient dans le sac lacrymal.

Dans la première partie de ce Mémoire, j'ai regardé l'action des paupières comme une des causes qui oblige les larmes à couler dans les points lacrymaux; si l'on pouvoit douter de cette vérité, on en trouveroit une preuve bien sensible dans la rétention des larmes. En effet, on ne peut pas nier que dans cette maladie, les larmes n'entrent dans le sac lacrymal; & l'on ne peut pas dire qu'elles y entrent par le mécanisme du siphon lacrymal, puisque ce siphon est bouché: mais comme l'action des paupières est dans ce cas, l'unique cause capable de déterminer les larmes à entrer dans les conduits lacrymaux, il en faut nécessairement conclurre que l'action des paupières est réellement une des causes qui poussent les larmes par les points lacrymaux & dans le sac lacrymal.

L'écoulement des larmes ne se faisant plus du côté du nés, ce sac en est rempli, & par la suite il est si considérablement dilaté, qu'il forme cette tumeur lacrymale du grand angle, que j'ai dit être mal-à-propos nommée Fistule lacrymale. Ce qu'il y a de particulier, c'est que la force avec laquelle les paupières poussent les larmes, & qui paroît peu de chose, soit cependant capable de dilater le sac lacrymal, & de forcer son ressort jusqu'à le percer & le rompre. On seroit étonné de ce fait, si l'on ne sçavoit que les fluides qui sont poussés par une petite ouverture dans un lieu spacieux, comme dans une vessie, agissent sur chaque partie de cette vessie égale à l'ouverture, avec la même force qui pousse le fluide dans cette ouverture; de sorte que si le fluide qui entre a un degré de force, & que la surface de la vessie ait 1000 parties égales à l'ouverture, la vessie sera dilatée par 1000 degrés de force, quoique la liqueur ne soit poussée que par un degré. Ainsi la force, avec laquelle les larmes sont poussées dans les points lacrymaux, sera à celle par laquelle le sac est dilaté, comme le diamètre des points lacrymaux est à la capacité du sac.

Pour que la tumeur causée par la rétention des larmes, telle que je viens de la décrire, se change en fistule lacrymale, il faut qu'elle dégénère en ulcère, & que les bords de cet ulcère, & même les environs, durissent & deviennent calleux. Souvent toutes ces choses se suivent si promptement, qu'on n'a pas le temps d'appercevoir l'ordre de leurs successions ; mais il est des cas dans lesquels la lenteur a permis de les examiner. Comme mon dessein n'est pas de traiter à fonds cette matière, je me contenterai de rapporter l'ordre ordinaire des principaux changements.

Les larmes retenues font une tumeur, qui, dans certaines personnes, subsiste pendant plusieurs années, sans leur causer d'autre incommodité que le larmoyement. Ceux qui sont affligés de cette tumeur, sont obligés de la presser plusieurs fois par jour, & elle diminuë à proportion de la quantité de l'humeur qui sort par les points lacrymaux. Dans l'espece dont il s'agit, s'il ne sort que des larmes, c'est lorsqu'elles sont douces & sans salure ; ce qui fait qu'elles séjournent sans fermenter, & sans causer de douleur, ni d'inflammation. D'ailleurs le sac souvent vuïdé par la compression, ne souffre point d'extension extraordinaire ; & la tumeur est long-temps sans augmenter, sur-tout si le Malade n'a pas naturellement beaucoup de larmes. Il n'en est pas de même de ceux qui ont beaucoup de larmes, ni de ceux en qui les larmes sont salines.

Dans les premiers, le sac se remplit plus souvent que dans les autres, & les Malades sont obligés de le vuïder presque toutes les heures. C'est à quoi ils peuvent bien être attentifs pendant le jour ; mais la nuit, n'étant point avertis de la nécessité de comprimer le sac, ils l'abandonnent à la puissance des larmes qui, continuellement poussées dans les points lacrymaux, forcent les parois du sac, le déchirent & le percent à la fin. Les larmes se répandent alors sous la peau des paupières ; & j'ai quelquefois vû paroître au reveil, ces sortes de tumeurs sous la forme d'un œdème ou d'une bouffissure, qui, par le secours de la compression, diminuë

& disparoît quelquefois entièrement ; car cette première crevasse n'est pas considérable ; mais elle augmente les nuits suivantes ; l'œdeme alors est plus considérable, & la compression peut bien le diminuer, mais elle ne peut faire qu'il disparoisse entièrement. C'est ainsi que de jour en jour le mal augmente, que l'œdeme s'enflamme, qu'il suppure & formé un ulcere caverneux.

Ceux qui ont les larmes âcres, quoiqu'en médiocre quantité, peuvent, en comprimant pendant le jour, empêcher le séjour des larmes, & par ce moyen éloigner l'inflammation ; mais la nuit les larmes séjournent, & par leur âcreté elles irritent & enflamment le sac, qui est pour lors d'autant plus susceptible d'irritation, qu'il est plus tendu & plus dilaté par la rétention des larmes ; le sac enflammé suppure ; l'abcès est ouvert, ou s'ouvre de lui-même ; & voilà encore un ulcere caverneux, par lequel sortent ensemble & le pus & les larmes. L'un & l'autre, je veux dire le pus & les larmes, par succession de temps endurcissent la peau & les chairs ; alors voilà une vraie fistule lacrymale.

La troisième maladie à laquelle on donne ce nom, est celle que j'ai dit être fistule sans être lacrymale ; c'est la suite d'un petit abcès au coin de l'œil, lequel s'ouvre souvent de lui-même ; & il devient fistuleux, comme le deviennent les abcès du bord de l'anus, & plusieurs autres qu'on laisse percer par le pus, & qu'on néglige d'ouvrir. Ce qui a pû faire croire à quelques-uns, que cette fistule est lacrymale, c'est que dès le commencement de la maladie, il y a toujours larmoyement, parce que les points lacrymaux sont si voisins qu'ils sont bouchés par l'inflammation ; mais l'abcès étant percé, l'inflammation se dissipe, les points lacrymaux s'ouvrent, & les larmes coulent à l'ordinaire. La fistule dont je veux parler n'est point lacrymale, parce que les larmes ne coulent point par l'ouverture fistuleuse ; & elles ne coulent point par cette ouverture, parce que le sac lacrymal n'est point percé, comme j'ai fait voir qu'il l'est dans les deux autres cas.

Comme

Comme ce Mémoire ne renferme point une histoire complète de la Fistule lacrymale, je ne dirai rien des signes qui caractérisent chacune de ces maladies ; je passerai même sous silence toutes les causes capables d'obstruer le canal nasal. Il me suffit de faire remarquer que cette obstruction est la principale cause de tous les dérangements qui arrivent aux organes qui servent à l'écoulement des larmes ; & que pour guérir la Fistule lacrymale, ne la regardant que comme une maladie organique, il est essentiel, non seulement d'ouvrir la fistule, mais de déboucher le canal nasal, & de le conserver ouvert après la guérison.

TROISIÈME PARTIE.

De l'opération de la Fistule lacrymale.

Ayant passé sous silence les causes premières de cette maladie, je me dispenserai aussi de rapporter les remèdes dont on se sert ordinairement pour combattre ces causes ; faisant donc abstraction de tout ce qui peut être étranger à mon sujet, il ne s'agit plus que de rétablir une machine hydraulique dérangée ; machine dont on connoît la structure, ainsi que la cause immédiate de son dérangement.

Les larmes ne coulent point dans le nés, elles tombent sur la jouë, elles sont retenues dans le sac lacrymal, elles dilatent ce sac, elles y causent tension, inflammation, rupture & fistule. La cause de tous ces effets est l'obstruction du siphon lacrymal. Pour détruire ces effets, il ne s'agit donc que de déboucher ce siphon, puis les larmes couleront dans le nés, & alors plus de larmoyement, plus de rétention de larmes, plus d'inflammation, de rupture ni de fistule.

Pour déboucher ce siphon, je fais une incision au sac lacrymal, j'y introduis une sonde canelée, je la pousse jusques dans la narine, & par ce moyen je débouche le canal. *Voyez la Fig. 43* La cannelure ou gouttière de cette sonde me sert à conduire dans la voye qu'elle vient de retracer, une bougie avec laquelle je tiens ce canal ouvert. Je change tous les jours

Mem. 1734.

. Tj

cette bougie. J'en cessé l'usage, quand je crois que la surface interne du canal est bien cicatrisée; alors les larmes reprennent leur cours naturel de l'œil dans le nés, & la playe extérieure se réunit en deux ou trois jours.

Voilà en peu de mots l'opération que j'ai pratiquée avec succès depuis plusieurs années. Je n'entre point dans le détail du manuel, personne ne doute que la parfaite exécution ne dépende de la dextérité de l'opérateur.

Toute difficile que paroisse cette opération, elle est cependant si simple & si conforme aux loix naturelles, que je me dispenserois d'insister sur les raisons de préférence, si les autres façons d'opérer ne trouvoient encore des partisans; mais comme on ne peut en juger que par comparaison, je vais rapporter succinctement celles de ces méthodes qui sont ou qui ont été les plus usitées.

Avant que le Siphon lacrymal fût connu, on se contentoit de faire l'ouverture de la fistule. L'ignorance où l'on étoit sur le mécanisme de cette partie ne permettoit pas de porter les vûes plus loin; aussi ne réussissoit-on pas, à moins qu'il n'arrivât quelqu'un des hasards dont nous parlerons ci-après. Mais il est étonnant que depuis qu'on a connu les points lacrymaux, le sac lacrymal & le canal nasal, on se soit contenté pendant plusieurs années de faire à cette fistule, pour toute opération, une simple ouverture. C'est sans doute parce que l'on ne soupçonnoit pas que l'obstruction du canal lacrymal fût la cause du larmoyement; ceux qui depuis l'ont connu ou soupçonné, ont imaginé de pratiquer un trou, du sac nasal dans le nés, pour ménager le passage des larmes. Ce trou se faisoit à la hauteur des points lacrymaux, soit avec un poinçon, soit avec un fer pointu rougi au feu. Le premier moyen ne réussissoit jamais; & si le second a réussi quelquefois pour la fistule, il restoit toujours un larmoyement. Le poinçon ne faisant son trou qu'en écartant les parties, il devenoit inutile, parce que la réunion s'en faisoit même assez promptement. Le fer rouge faisoit mieux, parce qu'en brûlant, il occasionnoit une perte de substance qui laissoit un

trou par lequel on espéroit que les larmes se procureroient d'elles-mêmes un passage dans le nés ; mais voyant que malgré cela le larmoyement subsistoit , on a cru qu'après la guérison de la fistule, ce trou se bouchoit ; & qu'il ne se bouchoit, que parce que l'on ne l'avoit pas conservé ouvert pendant tout le traitement , ou du moins jusqu'à ce qu'il fût cicatrisé au point que les chairs en croissant ne pussent le boucher. C'est pour cela que depuis on a fait tout ce que l'on a pû pour conserver l'ouverture, soit avec des tentes de linge, soit avec des sondes, ou des cannules de plomb, d'or ou d'argent.

J'ai moi-même fait cette opération, & j'étois bien persuadé que le nouveau conduit que j'avois pratiqué s'étoit conservé, puisqu'après la guérison de la fistule, le malade en se mouchant faisoit sortir l'air par les points lacrymaux ; cependant je n'eus point la satisfaction d'avoir remédié au larmoyement. Ayant réfléchi sur ce fait, je me persuadai que, pour que les larmes coulassent librement dans le nés, un canal quelconque ne suffisoit pas, & qu'il en falloit un, tel que la Nature nous l'a donné. En effet, en perceant un trou à la hauteur des points lacrymaux, le nouveau canal *AABN* abolit la fonction du siphon lacrymal ; la longue branche de ce siphon *BD*, devient inutile, & les larmes perdent la pente qui les conduisoit dans le nés. Par mon opération, je ne change point la construction naturelle du Siphon, sa branche inférieure conserve toute sa longueur, & les larmes toute la pente qui les conduit dans le nés.

Si par la méthode ordinaire quelqu'un a paru guéri sans larmoyement, il ne faut point l'attribuer à cette méthode. Il y a des personnes qui ont l'œil moins larmoyant que d'autres, & celles-là peuvent bien se passer de quelque une des causes qui facilitent l'écoulement des larmes. De plus, cela dépend aussi de la direction qu'on donne à l'instrument avec lequel on perce ; car, si au lieu de lui donner une direction horizontale, on le pousse obliquement de haut en bas, alors on forme un canal plus long, & la pente des larmes en est

Fig. 3.

moins diminuée. D'ailleurs si par cette méthode l'on a vû des malades guéris sans larmoyement, ce peut être parce que le canal nasal s'est débouché naturellement, dans le même temps que le nouveau trou s'est fermé; ce qui a rétabli la fonction du siphon lacrymal. Il n'est point douteux que le canal nasal ne puisse quelquefois se déboucher sans opération. On en a l'exemple dans ceux à qui on guérit la tumeur lacrymale, par le moyen d'un bandage compressif; & c'est sans doute aussi parce que ce canal peut se déboucher naturellement, que la tumeur, & même la Fistule lacrymale se sont quelquefois guéries sans y rien faire. Ces cas ne sont pas sans exemple.



Fig. 2

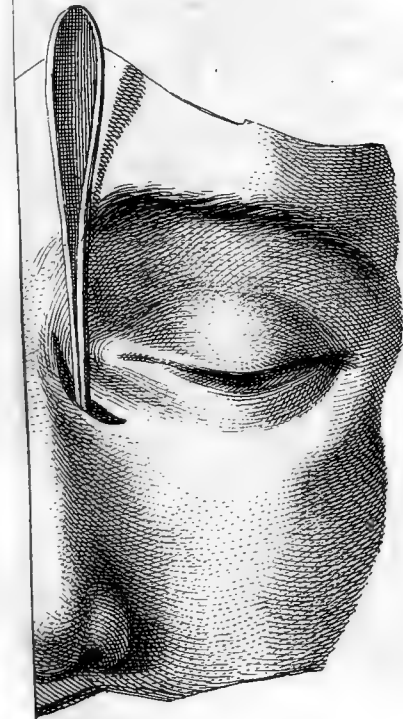
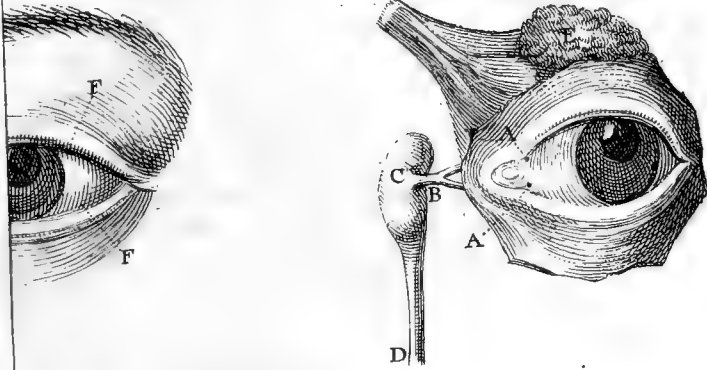


Fig. 3

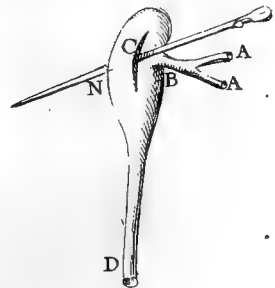


Fig. 1

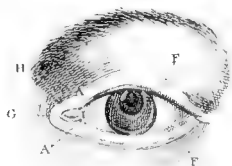


Fig. 2

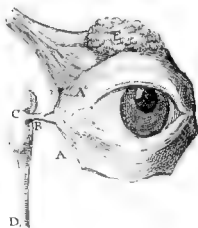
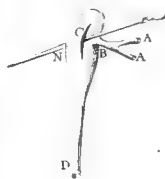


Fig. 3



*SUR LES LIGNES COURBES
QUI SONT PROPRES A FORMER
LES VOUTES EN DOME.*

Par M. BOUGUER.

PLUSEURS personnes ont traité avec beaucoup de 19 Mai
soin des Voutes en simple Arc : les derniers Volumes 1734
des Mémoires de l'Académie contiennent d'excellents mor-
ceaux sur cette matière, entre lesquels on doit citer avec
distinction ceux de M. Couplet. Il ne reste que les Voutes
en Dome que personne, que je sçache, n'a examinées.
L'utilité que peut avoir cet examen, me l'a fait entreprendre :
l'usage des Domes est très-fréquent dans plusieurs de nos
Edifices. Je montrerai qu'une infinité de lignes courbes sont
propres à former ces sortes de Voutes, & j'indiquerai en
même temps la manière de les choisir. Je supposerai tou-
jours que les pierres ou les Voussoirs ont leurs surfaces infi-
niment polies : si un Dome doit se soutenir dans cette sup-
position, on n'en fera que plus sûr qu'il se soutiendra dans
l'état actuel où sont les choses, lorsque les Voussoirs ne
peuvent glisser les uns contre les autres qu'avec une assés
grande difficulté.

BbA (*Fig. 1.*) est la courbe qui forme le Dome par sa
révolution autour de son axe, la verticale *AD*. Cette ligne
courbe passe dans tous les points *B, b*, &c. par le milieu
de l'épaisseur *KL, HI*, &c. de la Voute, épaisseur que nous
regardons ici comme très-petite, & qui l'est toujours en effet
par rapport aux dimensions du Dome. Tous les joints,
comme *KL, HI*, &c. des Voussoirs sont aussi supposés ici
perpendiculaires à la même courbe *BbA*, comme ils le sont
ordinairement. Si l'on considère après cela une partie *HAh*
du Dome, il est évident qu'elle poussera tous les Voussoirs

Fig. 1.

Fig. 1.

HL qui sont immédiatement au dessous, selon la perpendiculaire bC au joint HI , ou selon le prolongement du petit côté Cb de la courbe. Mais à mesure qu'on considérera des points plus bas, la direction doit changer, parce que la pesanteur de chaque assise s'ajoute successivement à l'effort que fait la partie supérieure. Cette partie pousse au point b selon bC , & l'effort est exprimé, si on le veut, par bC même. Mais si l'on suppose toute la pesanteur du Vouffoir HL réunie dans le point b , ce qu'il est permis de faire aussi-tôt que l'épaisseur Bb des Vouffoirs est infiniment petite, on n'aura qu'à représenter cette pesanteur par la petite verticale bF ; & si on la compose avec l'effort bC que fait la partie supérieure, on aura dans la diagonale bG du parallélogramme $CbFG$ la direction de l'effort total que fait la partie supérieure augmentée par en bas d'une assise, c'est-à-dire, l'effort que fait toute la partie KAk . La direction de la pression se trouve ainsi continuellement détournée; elle forme une courbe, qui peut se confondre avec la courbe $ACbB$, mais qui peut aussi en être différente, comme elle l'est ici.

Cette différence est susceptible de plusieurs cas. 1.^o Si la partie Bb de la courbe qui forme le Dome se trouve située par rapport à bG , comme dans la Figure première, la Voute doit se soutenir, pourvû que la courbe AbB n'ait aucune partie horizontale. Car le joint KL étant perpendiculaire à la courbe, il sera oblique par rapport à la direction de l'effort bG que fait le Vouffoir HL , tant par sa propre pesanteur que par la pression de la partie supérieure de la Voute. Mais la manière dont la direction bG est oblique par rapport au joint KL , est cause que l'effort bG ne tend qu'à faire avancer le Vouffoir HL vers le centre du Dome, ou à le faire tomber en dedans; & c'est ce qui ne peut point arriver, puisque tous les autres Vouffoirs de la même assise s'y opposent, en faisant un égal effort. En un mot toute la partie de l'effort bG , qui ne tombe pas sur le joint KL , tombe sur les joints montants ou verticaux, & en est soutenue, & il n'y a point par conséquent ici d'écroulement à

craindre, comme il y en auroit dans une Voute à simple Arc, où l'effort que font les Vouffoirs n'est porté que par les seuls joints horisontaux. Or il suit de-là que toutes les lignes courbes, sans en excepter une seule, qui tournent leur convexité vers leur axe, sont propres à former des Domes, pourvû que par leur extrémité *B* elles ne deviennent pas tout-à-fait paralleles à l'horison.

Fig. 1.

2.^o Le petit côté *bB* peut être situé précisément sur *bC*, prolongement de *Cb*, c'est-à-dire, que la ligne *AbB* peut être droite, & alors la Voute, qui sera parfaitement conique, & qui prendra le nom de Flèche ou d'Aiguille, n'en sera pas moins stable, car l'effort *bB* ne tendra encore qu'à faire entrer le Vouffoir, & c'est ce que la figure & ce que son équilibre avec les autres de la même assise doivent empêcher. Ainsi nous voyons encore que toutes les Voutes en Aiguilles sont parfaites, & qu'elles doivent se soutenir, sans qu'il importe quel angle aigu ou obtus fassent au sommet les côtés du cone.

Enfin 3.^o si le petit côté *bB* de la courbe, au lieu d'être extérieur par rapport à *bC* comme dans les Voutes représentées par la première Figure, ou au lieu d'être situé sur *bC*, comme dans les Voutes coniques, lui est intérieur comme dans la Figure 2; la Voute se soutiendra encore, pourvû que *bB* ne soit pas en même temps intérieur par rapport à *bG*. La petite ligne *bC* est toujours le prolongement du petit côté *Cb*, & représente l'effort que fait la partie supérieure du Dome, pendant que *bF* représente la pesanteur particulière du Vouffoir *HL*, & que *bG*, diagonale du parallelogramme *CF*, représente l'effort composé qui résulte des deux. Or ce dernier effort s'occupe encore ici à pousser le Vouffoir en dedans, & quand même *bB* seroit situé exactement sur *bG*, il n'y auroit encore aucun risque, puisque tout l'effort que feroit le Vouffoir *HL* ne tendroit qu'à l'appliquer fortement contre le Vouffoir inférieur, en agissant selon une direction perpendiculaire au joint *KL*. Mais ce ne seroit pas la même chose si la courbûre augmentoit trop subitement,

Fig. 2.

Fig. 2.

ou si bB devenoit intérieur par rapport à bG . Alors le Dome tomberoit, parce que les Voussoirs, comme HL , seroient poussés en dehors, & qu'aucun obstacle ne les empêcheroit de suivre ce mouvement. Quoi qu'il en soit, il est clair que comme bB peut avoir une infinité de diverses situations entre bC & bG , il peut y avoir aussi une infinité de courbes convexes propres à former des Domes, & que celle qui a le plus de courbure, ou qui est la plus convexe, & qu'on peut regarder comme la *dernière de toutes*, a ses petits côtés, comme bB , exactement situés sur les directions bG . Les joints verticaux ne supportent dans celle-ci aucune partie de l'effort, puisque les Voussoirs ne sont point poussés en dedans. Aussi le moindre agent extérieur est-il capable de renverser cette dernière Voute; & quoiqu'elle se soutienne, elle est toujours prête à tomber.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire, qu'il ne peut y avoir de difficulté à choisir les lignes courbes qui ont l'usage que nous demandons, que lorsqu'elles tournent leur convexité en dehors. Toutes les lignes courbes qui sont concaves, comme dans la Fig. 1, peuvent être employées avec succès, de même que les lignes droites, sans qu'il importe quel angle elles fassent au sommet A . Mais lorsque la courbe est convexe, comme dans la Fig. 2, il faut qu'elle ne soit pas trop courbe, il faut que le petit côté bB ne soit point intérieur par rapport à bG , ou, ce qui revient au même, il faut que la petite ligne CB , interceptée entre la courbe & la tangente, ne soit pas plus grande que CG , il faut que $CG \geq CB$, & c'est ce qu'on ne peut gueres vérifier que par le calcul.

Si nous prolongeons le côté bC jusqu'à la rencontre M de l'axe, & de la tangente tirée de l'autre côté du Dome, & que prenant l'espace MN pour représenter la pesanteur de toute la partie HAh de la Voute, nous décomposons cette pesanteur en achevant le parallélogramme $NOMP$, nous aurons MO pour l'expression de l'effort que fait la Voute sur le Voussoir HL , en poussant perpendiculairement

au

au joint HI ; & on voit que si bC est égal à cet effort, comme nous l'avons supposé ci-devant, la petite ligne be qui est parallèle à l'axe, & qui est égale à Δd , sera égale à MQ qui représente la pesanteur de la partie AH de la Voute. Or nous n'avons qu'à nommer x les abscisses ou les parties de l'axe AD , y les ordonnées, comme BD , & e les épaisseurs HI, KL , de la Voute, nous aurons be ou $bE = dx$, $BE = dy$, $bB = \sqrt{dy^2 + dx^2}$, & $e\sqrt{dy^2 + dx^2}$ pour le petit trapeze HL , que nous n'avons qu'à multiplier par l'ordonnée y , pour avoir la quantité $ey\sqrt{dy^2 + dx^2}$ qui peut désigner la pesanteur de chaque Vouffoir, pendant que l'intégrale $\int ey\sqrt{dy^2 + dx^2}$ désignera la pesanteur de la partie entière HA de la Voute. Nous n'avons que faire de dire que nous ne multiplions par y , que parce que les Vouffoirs qui supportent la partie HA sont plus larges à mesure que la circonférence du Dome se trouve plus grande. Maintenant si nous faisons attention que la petite ligne CG ou bF représente la pesanteur du Vouffoir HL , pendant que bC représente l'effort que fait la partie supérieure, & que be représente la pesanteur de cette partie, nous pourrons faire cette proportion, la pesanteur $\int ey\sqrt{dy^2 + dx^2}$ de HA est à $be = bE = dx$, comme la pesanteur $ey\sqrt{dy^2 + dx^2}$ du Vouffoir HL est à $bF = CG = \frac{eydx\sqrt{dy^2 + dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2 + dx^2}}$. Enfin comme la petite ligne CB , interceptée entre la courbe & la tangente, est la différentielle des dx , pendant que les dy sont constantes, nous aurons $\frac{eydx\sqrt{dy^2 + dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2 + dx^2}} \geq ddx$ pour l'expression analytique de $CG \geq CB$. Cette formule nous fera connoître toutes les courbes dont on peut se servir pour former des Voutes en Dome, & parmi toutes ces courbes

Fig. 2. l'équation $\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = ddx$ nous indiquera la plus convexe, ou la *dernière* qui y est propre.

Cette formule se change en $\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{ddx} \geq$

$\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ qui nous suggere une nouvelle remarque sur la propriété des courbes dont il s'agit ici. La formule sous la première forme nous apprenoit qu'il faut exclure, ou ne point employer les lignes dont la courbûre est trop subite, les lignes dont les branches ne s'ouvrent point affés. Elles peuvent s'ouvrir de plus en plus, jusques-là qu'elles peuvent devenir presque horizontales : mais de l'autre côté elles ont un terme, leurs branches ne doivent pas trop se fermer, ou ne doivent pas tendre trop promptement au parallélisme avec l'axe. Maintenant nous voyons que ces courbes qui sont trop convexes, donnent à la partie supérieure de la Voute une trop grande pesanteur $\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$; & il est très-facile de voir, en jettant les yeux sur la Figure, qu'un de ces inconvénients revient à l'autre. Si l'on augmente trop la pesanteur de la partie supérieure HA , l'effort bC devient trop grand par rapport à la pesanteur bF du Vouffoir HL , l'angle CbB devient trop petit, & alors la direction bG de l'effort composé se trouve extérieure par rapport à bB , ce qui montre que le Vouffoir est plus poussé en dehors par la pression selon bC que fait la partie supérieure de la Voute, qu'il n'est sollicité à avancer en dedans par sa propre pesanteur. Or dans ce cas l'assise entière doit faillir en dehors, & le Dome doit tomber. La pesanteur de chaque partie HA a donc un certain terme qu'elle ne doit point passer : mais notre formule nous montre que cette même pesanteur peut être aussi petite qu'on le veut, & qu'elle peut même être nulle sans inconvénient. En effet, si l'on supprimoit toute la partie supérieure du Dome, il est

évident que le reste se soutiendrait également, par la raison que chaque assise étant circulaire, le Dome est, pour ainsi dire, plus Voute que les autres Voutes.

Fig. 2.

Pour montrer maintenant l'usage de notre formule, nous commencerons par la solution d'un Probleme qu'on peut regarder comme le premier, dans lequel connoissant la courbe, il s'agit de trouver l'épaisseur qu'on doit donner en chaque endroit. Nous pouvons représenter la formule

$$\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} \geq ddx, \text{ ou } \frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} \geq \frac{ddx}{dx} \text{ par}$$

$$\text{l'équation } \frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{ddx}{dx} + \frac{dt}{t}, \text{ en prenant } t$$

pour une quantité variable quelconque, qu'il suffit de ne faire ni décroissante ni négative, & qu'il n'y aura simplement qu'à rendre constante, afin de faire disparaître le terme $\frac{dt}{t}$, lorsqu'on voudra avoir le cas extrême marqué par l'équa-

$$\text{tion } \frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{ddx}{dx}. \text{ Si l'on integre, on aura}$$

$$L \int ey\sqrt{dy^2+dx^2} = Ldx + Lt, \text{ ou plutôt}$$

$$L \int ey\sqrt{dy^2+dx^2} - La = Ldx - Ldy + Lt, \text{ en}$$

rendant l'intégrale exacte par le moyen des constantes a & dy . Cette même intégrale se réduit par la propriété des

$$\text{logarithmes à } L \frac{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{a} = L \frac{tdx}{dy} \text{ \& à } \frac{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{a} \\ = \frac{tdx}{dy}. \text{ Redescendant après cela aux différentielles, on aura}$$

$$\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{a} = \frac{tdx+tddx}{dy}, \text{ \& enfin } e = \frac{adt dx + at ddx}{y dy \sqrt{dy^2+dx^2}}$$

qui nous fournit en grandeurs entierelement connues toutes les diverses épaisseurs e que peut avoir le Dome. Il n'y a qu'à mettre à la place de t quelle puissance ou quelle fonction on voudra de y ou de x ; & de cette sorte on

Fig. 2.

convertira l'expression précédente en d'autres qui seront encore absolument générales, dans ce sens-là, qu'on pourra les appliquer à toutes les diverses courbes.

Au lieu de rendre notre formule $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} \geq \frac{ddx}{dx}$

par l'équation $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{ddx}{dx} + \frac{dt}{t}$, nous pouvons encore la représenter, quoiqu'avec quelque limitation,

par l'équation $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{p ddx}{dx}$, pourvu que nous

prenions pour p un nombre constant quelconque, qu'il suffit de ne pas faire plus petit que l'unité. Or en procédant précisément comme nous venons de faire, c'est-à-dire, en intégrant, si on le veut, par le moyen des logarithmes; en passant des logarithmes aux grandeurs mêmes, en redescendant aux différentielles, & en dégagant e , on trouvera

$\frac{p a d x^{p-1} d d x}{y d y^p \sqrt{dy^2+dx^2}}$ pour l'épaisseur que doit avoir la Voute. Il

est toujours facile de réduire cette expression, de même que la première, à des grandeurs purement finies; & on voit

qu'elles donnent également $e = \frac{a d d x}{y d y \sqrt{dy^2+dx^2}}$, lorsque

dans l'une on traite t comme une quantité constante, & que dans l'autre on fait $p=1$.

Si l'épaisseur au contraire est donnée, & qu'il s'agisse de reconnoître si un Dome construit sous une forme proposée pourra se soutenir, ce second Probleme considéré généralement est plus difficile que le premier; il appartient à la Géométrie transcendante, parce que l'application de la formule

$\frac{ey dx \sqrt{dy^2+dx^2}}{d d x} \geq \int ey \sqrt{dy^2+dx^2}$ suppose que l'on puisse

trouver la valeur de l'intégrale $\int ey \sqrt{dy^2+dx^2}$. Si nous

examinons, par exemple, le Dome elliptique *RAT* (Fig. 3.) dont la hauteur $AS = a$ est la moitié du grand axe de l'ellipse, & la largeur $RT = 2b$, le petit axe; nous aurons, en prenant le centre *S* de l'ellipse pour l'origine des abscisses,

$$dx = \frac{ay dy}{b\sqrt{b^2 - y^2}} \text{ \& } ddx = \frac{aby}{b^2 - y^2}; \text{ \& substituant ces}$$

valeurs dans notre formule générale $\frac{ey dx \sqrt{dy^2 + dx^2}}{ddx} \geq$

$$\int ey \sqrt{dy^2 + dx^2}, \text{ il nous viendra } \frac{ey^2 \sqrt{b^2 - y^2} \sqrt{b^4 + a^2 - b^2 \times y^2}}{ddx}$$

$$\geq \int ey dy \sqrt{\frac{b^4 + a^2 - b^2 \times y^2}{b^2 - y^2}}, \text{ espece d'équation dont la}$$

résolution parfaite dépend de la quadrature de l'ellipse, aussi-tôt que l'épaisseur *e* de la Voute est par-tout la même. La difficulté ne vient au surplus que de ce qu'on ne peut pas trouver la superficie d'un ellipsoïde, ainsi ce ne sera pas la même chose si l'on rend le Dome sphérique. Les deux

demi-axes *a* & *b* se trouveront égaux; on aura $y^2 \sqrt{a^2 - y^2} \geq \int \frac{a^2 y dy}{\sqrt{a^2 - y^2}}$, & le second membre sera intégrable; on aura

$$y^2 \sqrt{a^2 - y^2} \geq a^3 - a^2 \sqrt{a^2 - y^2}, \text{ dont on tire}$$

$a \sqrt{-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}} \geq y$. On voit donc que les Domes sphériques sont bons, mais qu'on ne doit pas employer l'hémisphère entière, & qu'on ne doit en prendre tout au plus qu'une partie *BAB*, dont la demi-largeur *BD* soit égale à

$a \sqrt{-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}}}$; c'est-à-dire, que si le rayon de la sphere, dont la Voute est une portion, est supposé de 1000, la largeur *BB* du Dome ne doit être tout au plus que de 1572 parties, & la hauteur *AD* de 382, ce qui donne un peu moins de 52 degrés pour la plus grande étendue que peut avoir l'arc *AB* depuis la Clef jusqu'au bord de la Voute.

Fig. 2c

Mais dans les cas mêmes où il ne sera pas possible d'intégrer $\int e y \sqrt{dy^2 + dx^2}$, il sera souvent assez facile, à l'aide des Séries, de tirer de la formule générale $\frac{e y dx \sqrt{dy^2 + dx^2}}{d dx}$

$\geq \int e y \sqrt{dy^2 + dx^2}$ presque toutes les connoissances qu'on voudra. On n'a qu'à réduire le dernier membre en une suite convergente dont les termes soient alternativement positifs & négatifs. On sçait que dans une pareille suite l'excès causé par l'addition d'un terme trop grand est toujours corrigé en partie par la soustraction du terme qui vient après, & que la somme d'un nombre impair de termes, comme de 3, de 5, de 7, &c. surpasse toujours la juste valeur de la quantité que la Série entière doit exprimer. Ainsi si la somme d'un nombre impair de termes est ici moindre que la quantité $\frac{e y dx \sqrt{dy^2 + dx^2}}{d dx}$, ce sera une marque certaine que l'intégrale $\int e y \sqrt{dy^2 + dx^2}$ fera aussi moindre que cette

quantité, & on sera sûr par conséquent que la ligne courbe proposée sera propre à l'usage que nous avons en vû. Pour éclaircir ceci par un exemple, nous n'avons qu'à examiner les paraboles dont l'équation est $x = a^{1-m} y^m$. Introduisant les valeurs $m a^{1-m} y^{1-m} dy$ de dx , & $m \times m - 1 a^{1-m} y^{m-2} dy^2$ de $d dx$ dans notre formule générale; & supposant l'épaisseur e constante, nous trouverons $\frac{1}{m-1} \times$

$$y^2 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}} \geq \int y dy \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}.$$

Je réduis le dernier membre en une Série convergente conditionnée comme je l'ai dit, & je trouve . . . $\frac{1}{m-1} \times$

$$y^2 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}} \geq \frac{1}{2} y^2 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}.$$

$$\frac{m^2 \times m-1 \times a^{2-2m} y^{2m}}{6 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}} \dots \dots \dots +$$

$$\frac{2m^2 - 5m + 3 \times m^2 a^{2-2m} y^{2m} + m^2 - 3m + 2 \times m^2 a^{4-4m} y^{2m-2}}{24 \times 1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}} \frac{1}{2} \quad \text{--- \&c. Fig. 2.}$$

Or si sans aller jusqu'au troisiéme terme, on se borne simplement au premier, on déduira de $\frac{1}{m-1} \times$

$$y^2 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}} \geq \frac{1}{2} y^2 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}$$

que $3 \geq m$; ce qui nous apprend que toutes les paraboles exprimées par l'équation $x = a^{1-m} y^m$, dans lesquelles l'exposant m ne surpasse pas 3, peuvent servir à faire des Domes. Il y en a de cette sorte une infinité : car sans parler des deux paraboles cubiques, de la conique ou de celle d'Apollonius, & de la ligne droite qu'on peut regarder dans cette rencontre comme la première des paraboles, chaque genre nous en fournira un grand nombre. Le cinquiéme degré, par exemple, nous fournit les trois indiquées par les

$$\text{équations } x = a^{-\frac{3}{2}} y^{\frac{5}{2}}, \quad x = a^{-\frac{2}{3}} y^{\frac{5}{3}}, \quad \& \quad x = a^{-\frac{1}{4}} y^{\frac{5}{4}},$$

ou $a^3 x^2 = y^5$, $a^3 x^3 = y^5$ & $a x^4 = y^5$. Le 7.^{me} degré nous donne de même les quatre paraboles $a^4 x^3 = y^7$, $a^3 x^4 = y^7$, $a^2 x^5 = y^7$, $a x^6 = y^7$, & ainsi de tous les autres degrés à l'infini.

Enfin nous allons passer à la Solution d'un troisiéme Probleme : nous allons chercher cette ligne courbe qui est la dernière de toutes celles qui peuvent nous servir, & nous suivrons pour cela une Méthode qui nous fera encore joindre à la multitude infinie de celles que nous avons déjà indiquées, une infinité d'autres. On se ressouviendra que nous

$$\text{avons rendu notre formule générale } \frac{ey \sqrt{dy^2 + dx^2}}{sey \sqrt{dy^2 + dx^2}} \geq \frac{ddx}{dx}$$

par deux différentes équations, l'une entièrement générale,

$$\frac{ey \sqrt{dy^2 + dx^2}}{sey \sqrt{dy^2 + dx^2}} = \frac{ddx}{dx} + \frac{dt}{t}, \quad \& \quad \text{l'autre très-étendue,}$$

Fig. 2.

quoique moins universelle, $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{fey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{pddx}{dx}$. Nous

pouvons nous servir avec succès de l'une ou de l'autre, & même en opérant dessus précisément de la même manière.

Si nous résolvions la première $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{fey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{ddx}{dx} + \frac{dt}{t}$,

nous ne pourrions pas manquer de trouver encore une infinité de figures propres à l'usage que nous demandons, puisque cette équation les renferme absolument toutes, depuis le cone dont l'angle au sommet est le plus obtus, jusqu'au conoïde le plus convexe qui sert de terme de l'autre

côté. Cependant nous préférons l'équation $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{fey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{pddx}{dx}$, parce que sans qu'il soit nécessaire de faire aucune

hypothèse, elle nous fournira une suite réglée de courbes. En intégrant cette équation, & en la rendant exacte, on trouve

$$\frac{fey\sqrt{dy^2+dx^2}}{a} = \frac{dx^p}{dy^p}. \text{ C'est d'ici d'où nous partons pour}$$

découvrir la relation des coordonnées x & y .

Nous prenons pour cela une nouvelle variable z que nous supposons égale à $fey\sqrt{dy^2+dx^2}$: nous déduisons de cette

$$\text{supposition } dz = ey\sqrt{dy^2+dx^2} \text{ \& } dx = \frac{\sqrt{dz^2 - e^2y^2dy^2}}{ey},$$

& par le moyen de ces valeurs, nous transformerons l'équa-

$$\text{tion } \frac{fey\sqrt{dy^2+dx^2}}{a} = \frac{dx^p}{dy^p} \text{ en } \frac{z}{a} = \frac{dz^2 - e^2y^2dy^2}{e^p y^p dy^{\frac{1}{p}}} \text{ qui}$$

se réduit à $e^{2p} z^2 y^{2p} dy^{2p} = a^2 \times \overline{dz^2 - e^2 y^2 dy^2}^p$, & à

$$e^{\frac{2}{p}} z^{\frac{2}{p}} y^2 dy^2 = a^{\frac{2}{p}} dz^2 - a^{\frac{2}{p}} e^2 y^2 dy^2, \text{ dont on tire}$$

$eydy$

$$ey dy = \frac{a^{\frac{1}{p}} dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}}}. \text{ Or comme les variables sont ici } \text{Fig. 2.}$$

séparées, & si l'on connoît l'épaisseur e en y , on pourra toujours trouver par cette dernière équation la relation qu'il y a entre y & z , & il n'y aura plus qu'à introduire la valeur

de y dans l'expression $\frac{\sqrt{dz^2 - e^2 y^2 dy^2}}{ey}$ de dx pour pouvoir découvrir x . Lorsque la Voute est par-tout de même épaisseur, on peut mettre l'unité à la place de e ; l'équation

$$y dy = \frac{a^{\frac{1}{p}} dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}}} \text{ donne } y^2 = 2 \int \frac{a^{\frac{1}{p}} dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}}} \text{ \&}$$

$$y = \sqrt{2 \int \frac{a^{\frac{1}{p}} dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}}}}, \text{ formule qui nous fournit } y.$$

Substituant enfin les valeurs de y & de dy dans

$$dx = \frac{\sqrt{dz^2 - e^2 y^2 dy^2}}{ey}, \text{ on aura la seconde formule}$$

$$x = \int \frac{z^{\frac{1}{p}} dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}} \sqrt{2 \int \frac{a^{\frac{1}{p}} dz}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + z^{\frac{2}{p}}}}}}. \text{ Il n'importe}$$

que nous ne connoissions pas immédiatement la relation qu'ont entr'elles les coordonnées, aussi-tôt que nous sçavons la relation qu'elles ont avec une troisième quantité z à laquelle nous n'avons qu'à attribuer successivement différentes valeurs.

Si nous voulons nous fixer à la dernière de nos lignes, nous n'avons, conformément à ce que nous avons dit, qu'à faire $p = 1$. Alors nous aurons pour formules

Mem. 1734.

. X

Fig. 2. $y = \sqrt{2 \int \frac{a d\tau}{\sqrt{a^2 + \tau^2}}} \quad \& \quad x = \int \frac{\tau d\tau}{\sqrt{a^2 + \tau^2} \sqrt{2 \int \frac{a d\tau}{\sqrt{a^2 + \tau^2}}}}$

qui nous annoncent une courbe mécanique. Nous nous en sommes assurés, en cherchant la valeur des sous-tangentes DM par les règles ordinaires du calcul différentiel; nous avons fait cette proportion,

$$dy = \frac{a^{\frac{1}{p}} d\tau}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + \tau^{\frac{2}{p}}} \sqrt{2 \int \frac{a^{\frac{1}{p}} d\tau}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + \tau^{\frac{2}{p}}}}} \quad \text{est à}$$

$$dx = \frac{\tau^{\frac{1}{p}} d\tau}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + \tau^{\frac{2}{p}}} \sqrt{2 \int \frac{a^{\frac{1}{p}} d\tau}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + \tau^{\frac{2}{p}}}}} \quad \text{comme}$$

y est à $DM = \frac{y \tau^{\frac{1}{p}}}{a^{\frac{1}{p}}}$: les sous-tangentes ont donc ici un

rapport transcendant avec les ordonnées, & il suit de-là que notre courbe est mécanique. Il est clair que les sous-tangentes ont dans cette rencontre un rapport transcendant avec les ordonnées, puisqu'elles sont égales ou proportionnelles au produit de ces mêmes ordonnées & de la quantité τ dont la relation dépend de la quadrature de l'hyperbole,

comme nous le montre la formule $y = \sqrt{2 \int \frac{a d\tau}{\sqrt{a^2 + \tau^2}}}$.

Cette transcendance de relation doit subsister dans tous les

autres cas où $\frac{a^{\frac{1}{p}} d\tau}{\sqrt{a^{\frac{2}{p}} + \tau^{\frac{2}{p}}}}$ n'est point intégrable, c'est-à-

dire, qu'elle doit non seulement avoir lieu, lorsque p est

égal à l'unité, mais encore lorsque p désigne tout nombre impair. Ce que nous apprenons ici touchant la dernière de nos courbes, nous persuade que nous ne pouvons réussir à la mieux connoître que par approximation : ainsi nous ne sommes que trop autorisés à faire pour cela usage des Séries.

Nous réduisons d'abord la quantité $\frac{a^2 + z^2}{\sqrt{a^2 + z^2}} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + z^2}}$ dans la suite $\frac{1}{a} - \frac{z^2}{2a^3} + \frac{1 \cdot 3 z^4}{2 \cdot 4 a^5} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 z^6}{2 \cdot 4 \cdot 6 a^7} + \&c.$ que nous multiplions par adz , & nous avons $\frac{adz}{\sqrt{a^2 + z^2}} = dz - \frac{z^3 dz}{2a^2} + \frac{1 \cdot 3 z^5 dz}{2 \cdot 4 a^4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 z^7 dz}{2 \cdot 4 \cdot 6 a^6} + \&c.$ qui étant intégrée & multipliée par 2, nous donne $2 \int \frac{adz}{\sqrt{a^2 + z^2}} (= y^2) = 2z - \frac{z^3}{3a^2} + \frac{1 \cdot 3 z^5}{4 \cdot 5 a^4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 z^7}{4 \cdot 6 \cdot 7 a^6} + \&c.$ Or déduisant de cette dernière Serie, par la méthode *du retour des suites*, la valeur de z exprimée en y , nous aurons $z = \frac{y^2}{2} + \frac{y^6}{2 \cdot 4 \cdot 6 a^2} + \frac{y^{10}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 a^4} + \&c.$ dont la différentielle $dz = y dy + \frac{y^5 dy}{2 \cdot 4 a^2} + \frac{y^9 dy}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 a^4} + \&c.$ étant divisée par $\sqrt{2 \int \frac{adz}{\sqrt{a^2 + z^2}}} = y$, nous donne $\frac{dz}{\sqrt{2 \int \frac{adz}{\sqrt{a^2 + z^2}}}} = dy + \frac{y^4 dy}{2 \cdot 4 a^2} + \frac{y^8 dy}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 a^4} + \&c.$ Je multiplie cette dernière Serie par $z = \frac{y^2}{2} + \frac{y^6}{2 \cdot 4 \cdot 6 a^2} + \frac{y^{10}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 a^4} + \&c.$ il vient $\frac{z dz}{\sqrt{2 \int \frac{adz}{\sqrt{a^2 + z^2}}}} = \frac{y^2 dy}{2} + \frac{y^6 dy}{12 a^2} + \frac{y^{10} dy}{240 a^4} + \&c.$

Enfin multipliant par $\frac{1}{\sqrt{a^2 + z^2}}$, mais convertie dans la suite

$$\frac{1}{a} - \frac{z^2}{2a^3} + \frac{3z^4}{2 \cdot 4a^5} - \frac{3 \cdot 5z^6}{2 \cdot 4 \cdot 6a^7} + \&c. \text{ \& exprimée}$$

$$\text{en } y \text{ par } \frac{1}{a} - \frac{y^4}{2 \cdot 4a^3} + \frac{5y^8}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8a^5} - \frac{61y^{12}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 12a^7} + \&c.$$

$$\text{nous aurons } \frac{zdz}{\sqrt{a^2+z^2} \sqrt{2 \int \frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}}}} = \frac{y^2 dy}{2a^2} + \frac{y^6 dy}{2 \cdot 4 \cdot 6a^5}$$

$$+ \frac{y^{10} dy}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10a^7} + \&c. \text{ \& c'est-là la valeur de } dx.$$

Ainsi il ne nous reste plus qu'à intégrer pour avoir dans la

$$\text{Série } x = \int \frac{zdz}{\sqrt{a^2+z^2} \sqrt{2 \int \frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}}}} = \frac{y^3}{2 \cdot 3a} + \frac{y^7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7a^3}$$

$$+ \frac{y^{11}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 11a^5} + \&c. \text{ ou } x = \frac{y^3}{6a} + \frac{y^7}{336a^3}$$

$$+ \frac{y^{15}}{42240a^7} + \frac{y^{19}}{9676800a^9} + \frac{y^{23}}{3530096640a^{11}} + \frac{y^{27}}{1880240947200a^{13}}$$

+ &c. la relation qu'ont entre elles les coordonnées x & y de notre courbe. Le Probleme est de cette sorte entièrement résolu, & le calcul qu'exige la Solution est d'autant moins difficile que la Série est assez convergente. Cependant j'ai cru qu'à cause de l'utilité qui en pouvoit résulter, je ne devois laisser au Lecteur aucune sorte de supputations à faire; c'est pourquoi j'ai construit la Table suivante, en supposant $a = 100000$.

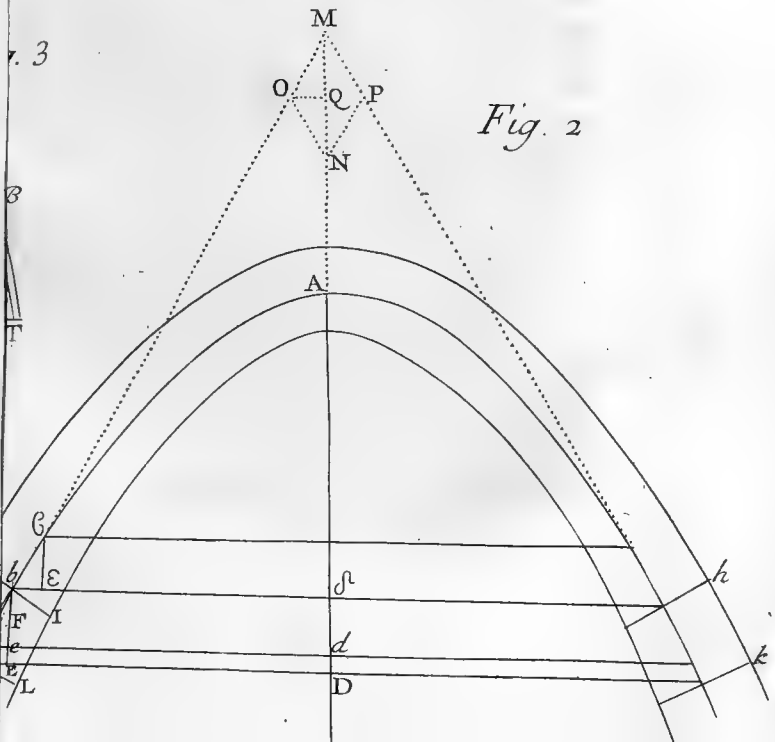
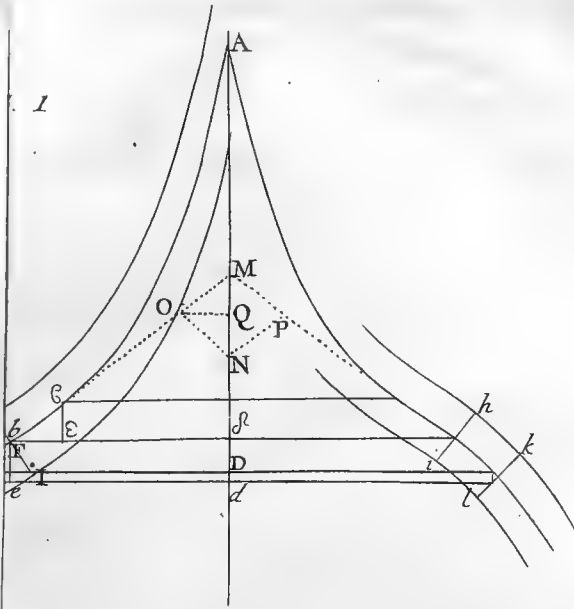


Fig 1

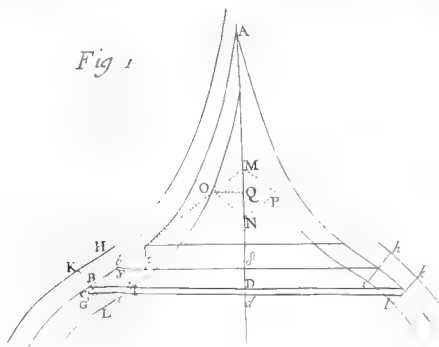
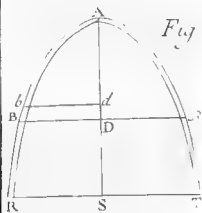
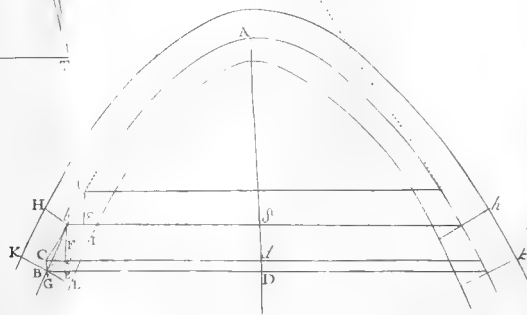


Fig 2



M
O Q P
N

Fig 2



TABLE

*Des Dimensions de la dernière de toutes les Lignes courbes,
qui est propre à former des Domes.*

LARGEURS du Dome.	HAUTEURS depuis le sommet jusqu'à chaque point de l'axe.	LARGEURS du Dome.	HAUTEURS depuis le sommet jusqu'à chaque point de l'axe.
100	0 $\frac{1}{5}$	1560	1495
200	1 $\frac{2}{5}$	1600	1721
300	5 $\frac{2}{5}$	1640	1986
400	13 $\frac{1}{5}$	1670	2216
500	26 $\frac{1}{5}$	1700	2476
600	45 $\frac{2}{5}$	1720	2668
700	73 $\frac{2}{5}$	1740	2878
800	111 $\frac{2}{5}$	1760	3107
900	163 $\frac{1}{5}$	1780	3357
1000	232 $\frac{3}{4}$	1800	3630
1080	305 $\frac{1}{5}$	1820	3928
1140	372	1840	4255
1200	452	1860	4613
1260	550	1880	5005
1320	668	1900	5436
1360	761	1920	5909
1400	869	1940	6429
1440	992	1960	7003
1480	1135	1980	7635
1520	1301	2000	8330

Le Dome formé sur ces dimensions aura toutes les assises dans un parfait équilibre; & par cette raison il n'aura pas pour se soutenir contre l'action des agens extérieurs, précisément autant de force qu'en ont les autres Domes que nous avons indiqués. Il en aura cependant toujours assez, puisque

les joints des Vouffoirs ne sont jamais infiniment polis; & d'ailleurs comme il sera le plus convexe, & que ses côtés s'éloigneront de l'axe le moins qu'il sera possible, il aura aussi l'avantage particulier d'avoir une poussée moins grande. Une remarque que nous devons encore adjoûter, quoiqu'elle n'appartienne point à la Géométrie, c'est qu'en traçant par les nombres de notre Table la figure d'un Dome, nous nous sommes assurés qu'elle faisoit un fort bel effet à la vûë. Enfin si l'on vouloit laisser une ouverture au sommet, & y placer un autre petit Dome ou une lanterne, on n'auroit qu'à donner à cette lanterne la même pesanteur qu'à la partie retranchée de la Voute, ou une pesanteur moindre.



EXPERIENCES

Sur les différents degrés de froid qu'on peut produire, en mêlant de la Glace avec différents Sels, ou avec d'autres matières, soit solides, soit liquides; & de divers usages utiles auxquels ces expériences peuvent servir.

Par M. DE REAUMUR.

AVEC du feu actuel, avec du feu sensible appliqué contre des matières que nous nommons *inflammables*, nous sçavons produire de nouveau feu. Cette production du feu si facile, & qui nous est si nécessaire, nous paroîtroit un des plus merveilleux phénomènes de la Nature, si nous étions moins accoutumés à la voir. Rien ne devoit nous paroître plus surprenant que de ce qu'au moyen d'une étincelle on peut transformer des masses immenses dans une matière prodigieusement active, pareille à celle de l'étincelle même. Ce qu'est pour nous du feu actuel pour la production de nouveau feu, la glace l'est pour la production de nouvelle glace. Avec de la glace, mêlée avec certaines matières, avec certains sels, on gele, on transforme en un corps solide, en glace diverses especes de liqueurs aqueuses.

5 Mai
1734.

La pratique connuë & usitée pour faire de la glace, lorsque l'air n'est pas assés froid pour geler l'eau, suppose donc de la glace déjà faite. On met dans un vase mince, tel qu'un vase de fer blanc, la liqueur qu'on veut convertir en glace. On pose ce vase dans un autre vase plus grand; & on remplit de glace pilée & mêlée avec quelque sel l'espace qui est entre les parois intérieures du grand vase & les parois extérieures du vase qui contient la liqueur qu'on veut faire geler.

Cette voye de produire des congélations, qu'on peut nommer *artificielles*, a fourni aux Physiciens une ample

matière à des expériences curieuses. Pour prendre une idée suffisante de toutes celles qui ont été faites sur ce sujet, & sur beaucoup d'autres sujets de Physique, on n'a qu'à lire la Traduction Latine que nous a donnée depuis peu M. Musschenbroeck des Essais de l'Académie de Florence. Ce sçavant & laborieux Auteur l'a accompagnée d'additions considérables, où il a rassemblé avec un très-grand soin les expériences les plus singulières qui ont été faites par d'autres, ou par lui-même, sur chacun des sujets traités dans le corps de l'ouvrage depuis 1667, c'est-à-dire, depuis le temps où il fut imprimé pour la première fois.

Malgré pourtant le grand nombre d'expériences qui ont été faites sur les congélations artificielles, j'ose dire que c'est une matière qui n'est encore qu'ébauchée; les expériences les plus simples, qui sont pourtant les fondamentales, nous manquent encore; d'autres plus recherchées, les ont fait négliger.

On sçait que l'eau qui commence à bouillir, a pris le plus grand degré de chaleur qu'elle puisse prendre, mais il n'en est pas de même du degré de froid qu'a pris l'eau qui commence à se geler, ou de la glace qui n'a que le degré de froid qu'il lui faut pour rester glace: elle est susceptible d'une suite de degrés de froid de plus grands en plus grands, dont nous ignorons le terme. Différents sels mêlés avec la glace, ou le même sel mêlé avec la glace en différentes proportions, font naître des degrés de froid supérieurs à celui qu'elle avoit, lorsqu'elle a été formée, & ces degrés de froid sont plus grands selon la nature du sel qui a été employé. Ce que j'appelle les expériences simples & fondamentales, sont celles qui doivent nous apprendre quel degré de froid peut produire chaque sel, & la proportion dans laquelle il doit être mêlé avec la glace pour produire le plus grand des froids qu'il est capable de faire naître. Ces expériences sont les points d'où nous devons partir pour arriver à des expériences plus curieuses, & elles nous fourniront quelques résultats utiles auxquels nous nous arrêterons principalement ici.

J'ai

J'ai donné dans les Mémoires de 1730, la construction de Thermometres dont les degrés sont comparables, c'est-à-dire, de Thermometres tels que si on en place plusieurs les uns auprès des autres, ils marqueront par un même nombre de degrés, l'état du froid ou du chaud de l'air qui les environne, & en degrés qui ne sont pas des portions du tube prises arbitrairement, mais qui sont chacun des portions égales d'un volume connu d'une liqueur connue. Comme de pareils Instruments étoient absolument nécessaires pour nous donner des mesures connues des degrés de refroidissement, il étoit en revanche absolument nécessaire de produire de très-grands degrés de froid, & de les faire soutenir à ces Thermometres, pour mettre leur marche hors d'état d'être troublée par les froids des plus rudes hivers auxquels ils peuvent être exposés; car il y a long-temps que des Physiciens ont observé que la marche des Thermometres à esprit de Vin étoit quelquefois dérangée par de grands degrés de froid. J'ai établi ailleurs que le dérangement qui y arrive étoit produit par l'air qui s'en échappe, & j'ai cherché à mettre leur esprit de Vin en un état tel que les plus grandes chaleurs de l'air que nous respirons, ne pussent occasionner l'échappement d'aucunes bulles d'air de leur liqueur. Il n'est pas moins certain que le grand froid, comme le grand chaud, donne occasion à des bulles d'air de se dégager de l'esprit de Vin, & ce sont les bulles qui s'en échappent pendant le grand froid, qui troublent alors les marches des Thermometres. Les observations qui ont été faites sur ces Thermometres par un attentif observateur *, dans un Voyage aux Indes Orientales, nous ont déjà appris qu'on peut passer la Ligne, vivre sous les Tropiques, & près de la Ligne sans être exposés à des chaleurs aussi insupportables qu'on les imagine dans des endroits où les rayons du Soleil sont dardés presque à plomb. Les observations faites pendant plus de 16 mois, tant aux Isles de Bourbon, de France & de Madagascar, que dans la route pour y arriver, & par conséquent sous la Ligne, ont fait voir que dans ces 16 mois il n'y avoit pas eu un jour

dont la chaleur n'eût été au moins inférieure d'un degré ou deux à celle que nous avons eue à Paris dans certains jours de nos étés les plus chauds. Il seroit de même curieux de sçavoir si les plus rudes froids des pays habités près des poles, ne sont pas inférieurs à ceux que nous avons éprouvés dans le mémorable hyver de 1709, ou s'ils leur sont de beaucoup supérieurs : mais pour cela il faut être sûr que la liqueur des Thermometres ne sera aucunement altérée par un froid plus grand peut-être que ceux qu'on a jamais ressentis dans aucun des pays où les hommes ayent pénétré.

Nous sommes maîtres de faire naître presque dans un instant de ces prodigieux degrés de froid. Avant que de parler des moyens par lesquels on les produit, nous dirons que lorsqu'on s'est servi de ces grands froids pour regler le Thermometre, on peut ensuite lui faire soutenir les mêmes degrés de froid sans qu'il en soit dérangé le moins du monde. Mais il nous suffit actuellement de sçavoir que nous avons dans nos Thermometres des instruments propres à mesurer tous les degrés de froid. Nous nous en sommes d'abord servi pour reconnoître celui que pourroit produire chaque sel, & pour régler mieux les rangs dans lesquels on doit mettre les sels par rapport à cet effet, qu'ils ne l'ont été jusqu'ici. Nous avertirons encore que toutes nos expériences ont été faites dans des temps où l'air n'étoit pas assés froid pour geler l'eau, & où la glace n'avoit que le degré de froid nécessaire pour la conserver dans son état de glace.

Le Salpêtre a été regardé comme un des sels des plus efficaces pour produire des congélations artificielles ; tous les Traités qui ont été faits sur la glace concourent à nous en donner cette idée. M. de la Hire, dans le Traité qu'il publia en 1673, sur la formation de la Glace, & où il l'attribuë à une espece de sel très-volatil, contenu en plus ou moins grande quantité dans les sels concrets, prétend que le Salpêtre ou le Nitre a beaucoup plus de ce sel volatil propre à geler que le sel marin. On a recours au Nitre pour expliquer divers phenomenes singuliers de congélation. Si

les Rivières prennent à la Chine à des hauteurs de poles & dans des saisons où le froid ne sembleroit pas devoir être capable de geler, on en attribue la cause au Nitre ou au Salpêtre dont sont imprégnées les terres des pays où ces Rivières ont leur cours. Il est vrai aussi que le Salpêtre est propre à produire des congélations, mais il s'en faut bien qu'il puisse faire naître des degrés de froid aussi grands que ceux que peuvent produire d'autres sels. Avec quelques soins, en quelques proportions que j'aye mêlé avec la glace, du Salpêtre bien raffiné, tel que celui de la troisième cuite, ou du Salpêtre des Indes, le froid qui a résulté du mélange n'a fait descendre la liqueur de nos Thermomètres que 3 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessous du terme de la congélation artificielle, c'est-à-dire au-dessous du froid qui suffit pour geler l'eau; & nous verrons bien-tôt que des sels dont on n'a pas une si grande idée par rapport au refroidissement, sont capables de faire descendre plus bas la liqueur du Thermomètre.

Le sel marin sur-tout, le sel de table a bien une autre efficacité pour la production du froid. Si on le mêle dans les proportions convenables avec la glace, c'est-à-dire, si on mêle une partie de ce sel avec deux parties de glace, ou encore mieux deux parties de sel avec trois parties de glace, au milieu des plus grandes chaleurs de l'été, on fait naître dans l'instant un degré de froid plus considérable que celui que l'hiver de 1709 fit sentir dans ce pays. Par des comparaisons d'observations faites en différents temps sur le Thermomètre de l'Observatoire, le plus violent degré de froid de cette année eût fait descendre la liqueur de nos Thermomètres à 14 degrés $\frac{1}{4}$ ou environ, & le sel marin mêlé avec la glace pilée fait descendre la liqueur du Thermomètre à 15 degrés complets.

Il est vrai que le froid de la boule du Thermomètre est alors bien grand; si on la retire du mélange où elle l'a pris, les gouttes d'eau qu'on fait tomber sur cette boule sont gelées presque aussi-tôt qu'elles l'ont touchée. Un certain degré de chaleur tel que celui de la salive, ne retarde pas

sensiblement cet effet ; un crachat qui tombe sur la boule n'a pas le temps d'y couler, il est solide dans l'instant. Si on plonge alors la boule dans de l'eau, elle est sur le champ enduite d'une calote de glace, & on l'envelopperoit ainsi successivement d'une couche de glace très-épaisse, comme on couvre une mèche du suif dans lequel on la plonge.

Le Salpêtre ne peut donc produire qu'un degré de froid déterminé par trois degrés & demi de notre Thermometre, pendant que le Sel marin en produit un de 15 degrés. Les degrés, qui sont les mesures de l'efficacité du froid de chaque sel, seront commodes pour nous donner des degrés fixes de froid ; car en mêlant chacun de ces sels dans des proportions constantes avec la glace, on parvient constamment à avoir le même degré de froid. D'où il suit que dès que d'autres sels que ceux que nous venons d'examiner, nous donneront d'autres degrés de froid intermédiaires, nous serons en état de mieux déterminer les degrés de froid de différents jours d'hiver & de différents pays, de les caractériser en quelque sorte. Les uns pourront être désignés par le froid produit par le Salpêtre ; les autres par le froid produit par le Sel marin ; & les autres par des froids d'autres sels dont nous parlerons dans la suite ; au moyen de quoi il sera toujours aisé de ramener les degrés de froid marqués par un Thermometre quelconque aux degrés de froid du nôtre.

La différence connue des efficacités du Sel marin & du Salpêtre peut être employée à un usage qui paroîtra plus important à bien des gens, & qui généralement paroîtra plus singulier. Pendant la guerre, tout ce qui y a rapport est ce qui nous touche le plus. La Poudre à canon est le grand & le principal agent des opérations militaires ; il importe extrêmement de faire de bonne Poudre, & par la même raison il importe extrêmement d'avoir des moyens de s'assurer de la qualité des Poudres. On en a enseigné plusieurs moyens ; on a imaginé & construit diverses especes d'éprouvettes ou de machines pour reconnoître les forces des différentes Poudres. Toutes ces machines sont faites pour mesurer, soit

l'étendue de la dilatation de la Poudre qu'on essaye, soit la force avec laquelle elle se dilate. Mais ceux qui sont le plus au fait de l'Artillerie, savent combien toutes les épreuves de la Poudre qu'on a proposées jusqu'ici sont incertaines. Quoique je vienne de préparer à la proposition que je vais avancer, peut-être ne s'attend-on pas encore que je propose comme le meilleur moyen d'éprouver la Poudre à canon, qu'on n'a jamais considérée que par rapport à son inflammabilité, que je propose, dis-je, de l'éprouver par le froid qu'elle peut produire. Toute paradoxe que semble cette proposition, elle paroîtra bien-tôt certaine, au moins pour l'épreuve de la plus essentielle des matières qui entrent dans la composition de cette Poudre, pour le Salpêtre. Il paroîtra tout aussi singulier que le Salpêtre, qui est d'autant plus parfait, qu'il est plus inflammable, ne puisse pas être éprouvé aussi sûrement par le feu qu'il le peut être par la glace. Des notions simples & familières à ceux qui ont quelque connoissance des Sels, & sur-tout de la manière dont on raffine le Salpêtre, suffisent pour faire voir la certitude du nouveau genre d'essai du Salpêtre que je propose. On sait que le meilleur Salpêtre est le plus raffiné, & que raffiner le Salpêtre n'est presque que lui ôter une partie du Sel marin avec lequel il étoit mêlé : on lui en ôte une quantité considérable par la première cuite; on lui en ôte par la seconde cuite; & on lui en ôte encore par la troisième ou dernière cuite.

Rappelons-nous à présent nos deux premières expériences sur l'efficacité des sels pour produire du froid; rappelons-nous que le Salpêtre bien raffiné ne produit que 3 degrés & demi de froid au dessous de la congélation, & que le Sel marin en produit 15, & on ne pourra s'empêcher d'en conclure qu'un Salpêtre qui ne sera pas bien raffiné, qui contiendra plus de Sel marin que n'en contient celui qui ne peut faire descendre la liqueur du Thermometre qu'à 3 degrés & demi au dessous de la congélation; que ce Salpêtre, dis-je, moins raffiné, fera descendre la liqueur du Thermometre au dessous de 3 degrés & demi; qu'il la fera

descendre d'autant plus bas qu'il sera moins raffiné, ou qu'il contiendra plus de sel marin. Cela est si évident, que je ne crois pas même qu'il faille avoir recours aux expériences pour le prouver. Aussi me bornerai-je à en citer deux qui donneront quelque idée de ce qu'on peut attendre de ce genre d'épreuves.

Dans la première, j'ai mêlé du Salpêtre de la première cuite avec de la glace pilée, dans les mêmes proportions que j'avois mêlé du Salpêtre bien raffiné avec de pareille glace. La liqueur du Thermometre mis dans ce nouveau mélange a descendu à 8 degrés & demi. Du Salpêtre plus raffiné ne l'eût fait descendre que de 3 degrés & demi. Dans une seconde expérience j'ai employé du Salpêtre encore moins épuré; la liqueur du Thermometre a descendu à 11 degrés. Si on a eu si grande idée du froid que le Salpêtre peut produire, c'est qu'on n'a pas été difficile sur le choix, lorsqu'on a voulu l'employer pour faire de la glace, & qu'on aura souvent pris le moins parfait, le moins salpêtre, qui heureusement étoit le plus efficace pour la production du froid.

Je ne m'arrêterai point actuellement à faire voir plus au long combien il est facile de déterminer par cette voye le degré de perfection de tout Salpêtre donné. Il est clair que si on prend la peine de raffiner du Salpêtre autant qu'il est possible; que si on l'amène à un point où il ne contienne plus, ou au moins il puisse être censé ne plus contenir de sel marin; qu'après qu'on se sera assuré du point où ce Salpêtre peut faire descendre la liqueur du Thermometre, si on mêle ensuite avec ce même Salpêtre du sel marin en différentes proportions toujours de plus grandes en plus grandes, & qu'on s'assure du degré de froid que peut produire le Salpêtre mêlé avec chacune de ces différentes doses de sel marin, on aura une Table des qualités des différents Salpêtres, exprimées en degrés du Thermometre; & cette Table apprendra ensuite la quantité de sel marin que contiendra tout Salpêtre dont on éprouvera la qualité.

Je ne crois donc pas qu'on puisse avoir une meilleure

manière d'essayer le Salpêtre que par le froid qu'il peut produire. Le même genre d'épreuve ne paroîtra pas moins convenir à la Poudre à canon, lorsqu'on sçaura qu'elle est les trois quarts salpêtre; car les doses ordinaires de sa composition sont de trois parties de Salpêtre, d'une demi-partie de charbon pilé, & d'une demi-partie de soufre. Le charbon & le soufre ne sont par eux-mêmes aucunement capables d'augmenter ou de diminuer le froid de la glace, & combinés avec le Salpêtre, ils n'en altèrent point l'effet; en voilà des preuves décisives. J'ai mêlé une partie de bonne Poudre à canon bien pulvérisée avec deux parties de glace; le froid qui a été excité par ce mélange a fait descendre la liqueur du Thermometre à près de 3 degrés $\frac{1}{2}$, comme elle y fût descendue, si du Salpêtre eût été mêlé avec la glace.

Mais pour m'assurer des différents degrés de froid que la Poudre à canon produiroit selon la différente qualité du Salpêtre qui seroit entré dans sa composition, j'ai fait moi-même de la Poudre avec du Salpêtre de la troisième cuite, & ma Poudre a eu le même effet que la bonne Poudre que j'avois achetée. J'ai fait d'autre Poudre avec du Salpêtre de la première cuite; j'en ai mêlé une partie avec deux parties de glace pilée; ce mélange a fait descendre la liqueur du Thermometre à 8 degrés $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, à 5 degrés $\frac{1}{2}$ plus bas que n'eût fait la Poudre composée de Salpêtre bien raffiné.

De la Poudre à canon faite avec de bon Salpêtre pourroit pecher en ce qu'on n'auroit pas fait entrer assez de ce sel dans sa composition, parce qu'on auroit employé le charbon & le soufre en trop grandes doses. Notre épreuve avec la glace nous mettoit encore en état de connoître l'imperfection de cette Poudre; mêlée en même quantité & en même proportion avec de la glace, elle ne produiroit pas autant de froid que de bonne Poudre en produiroit dans les mêmes circonstances.

Il est vrai qu'on pourroit combiner de mauvais Salpêtre avec des doses plus fortes de charbon pilé & de soufre, de manière que de la Poudre qui pecherait, & par les doses,

& par la qualité du Salpêtre seroit capable de faire naître le même froid que fait naître la bonne Poudre, si on les mêloit l'une & l'autre en même proportion avec la glace pilée. Mais le rapport du poids & du volume de la mauvaise Poudre, au poids & au volume de la bonne, pourroit aider à reconnoître la tromperie, pour peu qu'on l'eût soupçonnée. Il y auroit même un moyen sûr de la découvrir. On seroit dissoudre de cette Poudre avec une suffisante quantité d'eau, l'eau se chargeroit de son Salpêtre. Après avoir filtré cette eau, on la seroit évaporer, & on auroit le Salpêtre de cette Poudre. Par l'essai de la glace, on reconnoîtroit aisément sa qualité, comme on peut reconnoître celle de tout Salpêtre. Ainsi il ne paroît pas qu'il puisse y avoir aucune mauvaise manœuvre dans la fabrique de la Poudre, que notre épreuve par la glace ne découvre. Sans aucun appareil, on parviendroit même à reconnoître la Poudre dans laquelle seroit entré le mauvais Salpêtre; on n'auroit qu'à la mêler en grande dose avec la glace, par exemple, à parties égales; elle produiroit alors un froid plus grand que celui qu'elle avoit produit dans de la glace, y étant mêlée dans une moindre proportion, un froid de plus de 3 degrés $\frac{1}{2}$. La Poudre au contraire faite avec le bon Salpêtre ne fera jamais naître plus de 3 degrés $\frac{1}{2}$ de froid au-dessous de la congélation.

Mais, pour reprendre la suite de nos essais des sels, & pour déterminer en même-temps les degrés de froid de notre Thermometre qui leur répondent, nous supposons que nous les avons mêlés chacun avec la glace dans la proportion la plus avantageuse, nous dirons ailleurs quelle est cette proportion la plus avantageuse pour chacun d'eux. Les degrés dont nous parlerons seront toujours des degrés au-dessous du terme où l'eau commence à se geler.

Quoiqu'on regarde le Soufre comme propre à refroidir l'eau, il n'a nullement refroidi la glace. Le Charbon pilé ne l'a aussi aucunement refroidie.

Le Borax n'a donné à la glace qu'un demi-degré de froid au-dessous de la congélation.

Les

Le Vitriol verd ou de Mars donne 2 degrés de froid au-dessous de la congélation. Le sel de Glauber n'en donne pas davantage.

Mais le Sucre a fait descendre la liqueur du Thermometre à 5 degrés au-dessous de la congélation; il est capable de produire un froid plus grand d'un degré & demi que celui du Salpêtre bien raffiné.

Le sel de Verre, qui est un sel moyen de la nature du sel marin, a fait descendre la liqueur du Thermometre à 10. degrés.

Les essais précédents ont été faits avec des sels moyens; des sels d'une autre nature, des sels alkalis méritoient d'être éprouvés. L'effet du sel de Tartre est assés considérable, il a fait naître un froid plus grand de 10 degrés que celui qui suffit pour geler l'eau.

Le Natron d'Egypte, qui est une espece de sel alkali naturel qui se trouve mêlé inégalement avec le sel marin, a aussi donné un froid de 10. degrés.

Tous les sels alkalis ne sont pas capables de produire autant d'effet; celui que j'ai tiré de la Soude n'a pû faire descendre la liqueur du Thermometre qu'à 6 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessous du terme de la congélation.

La Chaux même, malgré la chaleur qu'elle produit, quand l'eau la pénètre, augmente d'un degré & demi le froid de la glace avec laquelle elle est mêlée.

La Soude, c'est-à-dire, cette cendre de la Plante appelée *Kali*; la Soude, dis-je, qui est employée à tant d'usages, d'où a été tiré l'espece de sel dont nous venons de parler, fait descendre la liqueur du Thermometre un peu plus de 3 degrés au-dessous de la congélation.

Le goût pour ces liqueurs glacées que nous nommons des Glaces, va tous les jours en augmentant. Le temps où une chaleur excessive nous porte à chercher à nous rafraîchir, l'Été n'est plus la seule saison qui leur soit consacrée; on n'est plus étonné de les voir paroître sur les tables au milieu de l'Hiver sous des formes variées & recherchées, &

avec des couleurs différentes. Quoi qu'il en soit du bon ou du mauvais usage que nous faisons des liqueurs glacées, le grand usage que nous en faisons fût-il l'effet d'un luxe poussé trop loin, plus cet usage s'étend, & plus il importe de pouvoir faire les glaces à moins de frais, en tout temps, & en tous lieux; le résultat de notre dernière expérience nous en donne un moyen. On sçait déjà que ceux dont la profession est de les vendre, les ont mises à un prix excessif par rapport à celui qu'elles leur coûtent. La plus grande dépense à laquelle elles engagent, est celle du sel marin, du sel de table qu'on y emploie ordinairement. Si on s'en est tenu à ce sel, quoique cher à Paris, c'est qu'il l'est encore moins que le Salpêtre. Si le Salpêtre ne coûtoit que deux ou trois sols la livre, les faiseurs de glaces se donneroient bien de garde d'employer le sel marin. Nous avons dans la Soude une matière capable de produire à peu-près autant d'effet que le Salpêtre bien raffiné, & une matière à si bon marché, qu'on l'emploie même pour les lessives ordinaires.

Ne doutant nullement du succès, j'ai donc essayé de faire des glaces avec la Soude mêlée avec de la glace ordinaire; l'expérience a réussi selon mon attente toutes les fois qu'elle a été répétée, quoique je l'aye faite dans des endroits aussi chauds que le sont pendant l'Été ceux où l'on fait des glaces.

Puisque le sel marin est capable de produire un degré de froid si supérieur à celui du Salpêtre & de la Soude, il sembleroit que le sel marin devroit être employé avec beaucoup plus d'avantage que la Soude, & avec un avantage qui compenseroit la différence du prix. Mais lorsqu'il est simplement question de produire des glaces telles que celles que nous prenons, il n'est pas nécessaire d'avoir recours aux matières qui peuvent donner les plus grands degrés de froid. Quelques remarques sur la petite manœuvre de la fabrique des glaces, nous feront voir même qu'un degré de froid excessif ne répondroit pas aux vûes qu'on se propose. Les glaces destinées à nous être servies, ne doivent pas avoir la dureté des

morceaux de glace, nous les voulons semblables à la neige; pour louer même des glaces bien faites, nous les appellons *des neiges*. On sçait que l'eau qui touche les parois du vase, se gele la première, c'est l'endroit le plus proche des matières qui produisent le refroidissement, & l'endroit qui se refroidit le premier. Pour parvenir à avoir de la glace rare, de la glace en neige, on ratisse de temps en temps avec une lame de couteau ou avec quelque instrument équivalent la couche de glace qui s'est formée contre les parois intérieures du vase; on la divise ainsi en petites parties qui viennent nager dans la liqueur. Plus on ratisse souvent, plus on est attentif à emporter des couches minces, & mieux on réussit à avoir une glace bien en neige. Si les matières qui produisent le froid, produisent trop subitement un froid excessif, des couches épaissies se forment trop vite, on ne réussit pas à faire une glace si parfaite pour nous.

Une autre considération encore, c'est qu'il est difficile de compasser le temps nécessaire à faire des glaces, de manière qu'elles ne soient faites que dans celui où on les veut prendre. On est souvent obligé de les garder pendant plusieurs heures, & alors on est en risque de les perdre, si on ne revient, & quelquefois à bien des reprises, à les entourer de nouvelle glace mêlée avec du sel. La glace d'eau, celle qui a servi à les produire se fond, elle s'échauffe, & les liqueurs glacées ont le même sort. Il ne suffit donc pas que la matière qu'on employe donne un grand degré de froid, il vaut mieux qu'elle donne un degré de froid moindre, & qu'elle le donne pendant un temps plus long. D'où il suit que lorsqu'on veut faire des glaces, & les conserver pendant quelque temps, la préférence peut être accordée pour cette opération à des sels qui produisent un moindre degré de froid, s'ils le produisent pendant un temps plus long. Les sels qui mêlés avec la glace, font naître un plus grand degré de froid, & généralement toutes les matières qui font naître un froid plus subit, fondent plus subitement la glace. Si la Soude ne produit pas un degré de froid aussi considérable

que celui du sel marin, degré de froid qui n'est pas nécessaire pour notre opération, & qui peut même nuire à un succès parfait, elle a sur le sel marin l'avantage considérable de ne pas faire fondre aussi promptement la glace, & de la maintenir plus long-temps dans le degré de froid qui suffit pour empêcher les liqueurs qu'on a gelées de se fondre.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire, que quand on veut faire des glaces promptement, qu'on veut les faire en cinq ou six minutes, comme on s'en pique aujourd'hui, il faut avoir recours à un sel capable, comme le sel marin, de produire subitement un froid excessif ; mais que si on aime mieux les faire à moindres frais, quoique ce soit en plus de temps, on doit se servir de la Soude, & qu'on doit l'employer par préférence, lorsqu'on a besoin de conserver ses glaces pendant plusieurs heures, pendant des demi-journées.

Heureusement il en est encore ici de la Soude comme du Salpêtre, la meilleure, je veux dire la plus estimée comme Soude, & la plus chère, celle d'Alicante est la moins efficace pour la production du sel. Cette Soude vaut quelquefois jusqu'à quatre sols la livre chés les marchands, & ils ont, ou au moins ils ont eu, & ils auront, quand on voudra, des Soudes, dont ils ne trouvoient pas le débit, qu'ils ne vendent qu'un ou deux sols la livre ; ces mauvaises Soudes sont capables de produire 9, 10, & même 12 degrés de froid au dessous de celui de la congélation, c'est-à-dire, un froid capable de faire des glaces aisé promptement.

Mais veut-on encore une matière plus simple & à meilleur marché que les Soudes les moins chères, & dont on se servira avec succès, pourvu qu'on ne soit pas pressé par le temps, & une matière qu'on peut trouver par-tout ; c'est la Cendre ordinaire. On n'a qu'à prendre celle qui se trouve en toute cheminée où on a brûlé du bois neuf. Cette cendre mêlée avec la glace, à peu-près à poids égal, donne un degré de froid de 3 degrés au dessous de la congélation, un degré de froid peu inférieur à celui du Salpêtre raffiné, & peu

différent de celui de la Soude d'Alicante. Si le refroidissement qu'elle produit n'est pas bien subit, elle a au moins l'avantage de conserver pendant long-temps le degré de froid qu'elle est capable de faire naître : sa matière terreuse boit l'eau qui sort de la glace qui se fond ; cette matière terreuse devient une espèce de pâte qui arrête mieux les impressions de l'air extérieur, & qui est plus difficile à échauffer que ne feroit de l'eau.

Mais si on veut absolument faire des glaces en aussi peu de temps qu'on les fait avec le sel marin, les faire avec un sel capable de produire un aussi grand degré de froid, nous trouverons encore un sel plus cher à la vérité à Paris que la Soude ordinaire, mais moins cher que le sel marin, qui méritera d'être préféré à ce dernier. Le sel dont nous voulons parler est encore une espèce de Soude ; on sçait qu'en général les Soudes sont des cendres qui sont extrêmement chargées de sel fixe. Il y a de ces espèces de cendres qui sont presque tout sel, & qui sont faites de bois ordinaires brûlés dans des espèces de fours, & avec certaines précautions que nous ne devons pas expliquer ici. Ces espèces de soudes, ou de sels, sont appelées *des potasses* ; elles nous viennent d'Allemagne, & on en peut faire par-tout où on a trop de bois. On les vend à Paris au plus huit sols, & quelquefois six sols la livre, & on pourroit les y avoir à très-grand marché. Quelques-unes de ces potasses sont assurément préférables au sel marin pour faire promptement des glaces. J'en ai essayé qui ont produit un degré de froid de $17\frac{1}{2}$ degrés, c'est-à-dire, un froid de 2 degrés $\frac{1}{2}$ plus grand que celui du sel marin. De moins bonnes que celles dont je viens de parler, m'ont encore donné un degré $\frac{1}{2}$ de froid de plus que le sel marin, 16 degrés $\frac{1}{2}$.

Les différences considérables qui sont entre les efficacités des différentes Soudes pour la production du froid, nous fournissent un genre d'épreuve pareil à celui dont le Salpêtre nous a donné occasion de parler, pour reconnoître les différentes qualités de ces sels.

Le sel ammoniac est celui de tous les sels à qui on a accordé le premier rang par rapport aux congélations, cependant dans un très-grand nombre d'épreuves, & dans les proportions les plus favorables de son mélange avec la glace, il ne m'a jamais produit que 13 degrés de froid, c'est-à-dire, 2 degrés de moins que le sel marin.

Le sel marin capable de faire naître 15 degrés de froid au dessous de la congélation, est le sel de table dont nous servons à Paris, celui qu'on tire des Marais salants de Brouage, & de ceux des pays voisins; mais il peut y avoir, & il y a des sels marins qui ne produiroient pas d'aussi grands effets, & il peut y en avoir, & il y en a qui en produisent de plus grands.

Le sel marin ou le sel de même nature qui se trouve au fond des chaudières dans lesquelles on raffine le Salpêtre, a pourtant fait descendre la liqueur, comme notre sel de table, à 15 degrés au dessous de la congélation. Mais du sel gemme, qui, comme on sçait, est un sel fossile de la nature du sel marin, a produit plus de froid que le sel marin de nos tables. Il a fait descendre la liqueur du Thermometre à 17 degrés, à 2 degrés plus bas que le sel marin ordinaire.

Avec des esprits, avec des liqueurs spiritueuses tirées de ces mêmes sels dont nous avons éprouvé la puissance, on parvient à faire naître de prodigieux degrés de froid. C'est sur quoi on a déjà fait de curieuses expériences, mais que nous avons eu besoin de répéter pour en déterminer les effets en degrés de notre Thermometre.

Qu'on prenne de la glace pilée très-fine, & réduite presque en neige, qu'on mette un de nos petits Thermometres dans cette glace, contenuë elle-même dans un vase de capacité proportionnée à celle du Thermometre. Qu'on prenne une quantité d'esprit de Nitre dont le poids soit environ égal à la moitié de celui de la glace, & à qui on ait eu soin de donner le degré de froid de la congélation, en le tenant pendant quelque temps au milieu de la glace. Tout étant ainsi préparé, versés l'esprit de Nitre sur la glace;

vous verrez descendre la liqueur du Thermometre avec beaucoup de vitesse, & elle ne s'arrêtera que lorsqu'elle sera à environ 19 degrés au dessous de la congélation. Voilà donc 4 degrés de froid par de-là les 15 que donne le sel marin.

On ira pourtant plus loin ; on produira un degré de froid beaucoup plus grand, si avant que de verser l'esprit de Nitre sur la glace, on a fait prendre à cette glace & à l'esprit de Nitre un plus grand degré de froid que celui de la congélation. Je les ai refroidis l'un & l'autre au point d'avoir le degré de froid de 14 degrés, en les environnant de glace mêlée avec du sel marin. Cet esprit de Nitre, déjà très-froid, versé sur de la glace très-froide, a produit un froid qui a fait descendre la liqueur du Thermometre à 23 degrés $\frac{1}{2}$.

Si on avoit refroidi la glace & l'esprit de Nitre à ce prodigieux degré de froid, c'est-à-dire, si on avoit fait prendre à la glace 22 à 23 degrés de froid, & si on avoit fait prendre le même degré de froid à l'esprit de Nitre, du mélange de cet esprit de Nitre si prodigieusement refroidi avec de la glace également refroidie, il en naîtroit une nouvelle augmentation de froid que j'ai ainsi poussée jusqu'à 25 degrés. On ne voit point le terme où le froid pourroit être porté, en versant de l'esprit de Nitre de plus froid en plus froid avec de la glace de plus froide en plus froide. C'est pourtant une progression qui va en décroissant, & même en décroissant assez vite.

L'efficacité du sel marin étant si supérieure, par rapport à la production du froid, à celle du Salpêtre, il sembloit qu'on devoit attendre que l'esprit de Sel employé avec les mêmes précautions que l'esprit de Nitre, feroit naître un degré de froid beaucoup plus considérable. Mais plus on fait d'expériences, plus nous avons de preuves que nous ne devons pas trop nous fier aux premières apparences. L'esprit de Sel a produit un peu moins de froid que l'esprit de Nitre n'en avoit produit, trois quarts de degré de moins.

S'il est singulier que l'esprit de Sel ne soit pas capable de produire un plus grand degré de froid que celui que l'esprit

de Nitre peut produire, il doit le paroître bien davantage qu'une liqueur inflammable, qu'une liqueur que nous regardons comme tout feu, que l'esprit de Vin en un mot soit propre à produire un degré de froid à peu-près égal à celui que font naître les esprits acides les plus violents. Les Physiciens savent pourtant que l'esprit de Vin versé sur de la glace, produit sur le champ un refroidissement qui est supérieur à celui de sels assés efficaces. Mais, pour mieux connoître tout ce que peut l'esprit de Vin pour la production du froid, je lui ai fait prendre à lui-même 19 degrés de froid, en environnant la bouteille, dans laquelle il étoit, de glace refroidie à ce point. Je l'ai versé sur de la glace refroidie au même degré; la liqueur du Thermometre qui étoit dans cette glace, est descenduë à 21 degrés $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, qu'il ne s'en est fallu que 2 degrés que le froid produit par l'esprit de Vin n'ait été égal à celui qui est produit par l'esprit de Nitre dans les mêmes circonstances.

Nous nous sommes fait une loi de ne nous point arrêter à donner des explications qui pourroient paroître incertaines, dans un Mémoire où nous ne pourrions même rapporter qu'une petite partie des faits que nos expériences nous ont fournis. Les explications que nous pourrions donner, devant être tirées des faits, le détail des faits doit les précéder. Un fait que nous pouvons prendre pour certain, c'est que si on mêle une matière quelconque avec la glace, ce mélange ne produit de froid qu'autant qu'il occasionne la fonte de la glace. C'est un principe que M. de Mairan n'a pas manqué de saisir dans son Traité de la Glace, & dont il a bien sçu faire usage. Dans la vûe de démontrer la vérité de ce principe, j'ai fait une expérience dont le succès eût surpris ceux à qui ce principe n'eût pas été connu. J'ai fait prendre à de la glace bien pilée 12 degrés de froid; j'ai jetté sur cette glace du sel marin froid lui-même de 12 degrés. La glace & le sel froids à ce point étoient très-secs l'un & l'autre; le sel devoit toucher la glace, être mêlé avec elle

sans

sans la fondre. Je les ai mêlés ensemble avec un instrument très-froid; il ne s'est fait aucune fusion, aussi ne s'est-il fait aucune nouvelle production de froid. La liqueur du Thermometre qui auroit dû descendre à 15 degrés par l'effet du mélange du sel & de la glace, a resté à 12 degrés, c'est-à-dire, au degré qu'avoient la glace & le sel avant que d'être mêlés.

J'ai pourtant cru qu'avec de la glace & du sel refroidis on pouvoit produire des degrés de froid plus grands que ceux qu'ils donnent lorsqu'on les mêle ensemble, n'ayant chacun que le froid de la congélation, ou un froid moindre. J'ai mêlé ensemble de la glace & du sel marin qui avoient chacun 14 degrés de froid; la liqueur du Thermometre est restée à ce terme. Pendant qu'elle y paroissoit fixe, j'ai versé sur la glace, de l'eau chargée de sel marin, & froide de 8 à 9 degrés. Le but que je me proposois est aisé à voir, je voulois mettre le sel marin concret & la glace en état de fondre. La glace & le sel se sont aussi fondus, & sur le champ le froid des matières qui se fendoient a augmenté. Non seulement la liqueur du Thermometre a descendu à 15 degrés, terme ordinaire du froid de la glace & du sel marin, elle est descenduë 2 degrés $\frac{1}{2}$ plus bas, à 17 $\frac{1}{2}$. D'où il suit qu'au moyen de cet expédient, on pourroit avec de la glace & du sel refroidis de plus en plus, produire des degrés de froid de plus grands en plus grands. Cette manière de faire usage des sels, & les combinaisons que j'ai tenté de faire de différents sels les uns avec les autres, m'ont déjà appris qu'avec des sels concrets on peut produire des degrés de froid presque aussi considérables que les plus grands qui ayent été produits avec les plus forts esprits acides. Avec du salpêtre, du sel marin & du sel ammoniac refroidis, mêlés successivement avec la glace, en doses convenables, j'ai fait naître un degré de froid de 22 degrés. Partant de-là pour faire usage des esprits acides, quel froid ne produiroit-on pas!

La meilleure & la plus précise manière de mesurer les degrés du froid, est assurément par les degrés de condensation qu'il produit dans la liqueur du Thermometre; il en est

encore une autre qui a quelque chose de moins exact, mais de plus satisfaisant, c'est celle qui nous détermine leur puissance pour geler, pour faire prendre de la solidité à des liqueurs. L'eau est gelée par un degré de froid que nous prenons pour le terme d'où nous commençons à compter les degrés qui vont en augmentant. Il y a des liqueurs qui conservent leur fluidité, quoiqu'on leur fasse prendre les plus grands degrés de froid que nous ayons produits ; tel est heureusement l'esprit de Vin de nos Thermometres. Si on l'affoiblit en le mêlant avec de l'eau, on donne plus de prise au froid pour le fixer, pour le rendre solide. Dans mes différentes épreuves j'ai mis dans le mélange de glace & de sel de petits tubes de verre remplis chacun d'esprit de Vin affoibli en différentes proportions. Tout ce qu'a pû faire le froid de 23 degrés $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, ce prodigieux froid qui naît de l'esprit de Nitre refroidi, versé sur la glace refroidie, a été de faire geler l'esprit de Vin, tel que celui de nos Thermometres, mêlé en parties égales avec l'eau. Un mélange de trois parties du même esprit de Vin & de deux parties d'eau a conservé sa fluidité au milieu de ce grand froid. Mais ce mélange de trois parties d'esprit de Vin & de deux parties d'eau a été converti en glace par un degré de froid de 25 degrés, que j'ai produit en versant de l'esprit de Nitre très-refroidi sur de la glace très-refroidie.

Le froid de 15 degrés, celui que produit le sel marin, ne peut geler qu'un mélange fait d'une partie d'esprit de Vin & de trois parties d'eau.

Nous ne sommes pas surpris que les liqueurs inflammables, telles que l'esprit de Vin, & peut-être ne le devons-nous pas être encore, que les puissants esprits acides, que les eaux mêmes chargées de beaucoup de sels conservent leur liquidité contre des froids excessifs. Mais la Nature sçait composer des liqueurs qui ne sont nullement inflammables, qui n'ont pas d'acidité sensible pour nous, & qui cependant sont en état de résister à de très-grands froids. Je veux parler de l'espece de sang qui circule dans des Insectes de tant

d'especes ; par la couleur, par son goût, nos sens grossiers le jugeroient de l'eau, ou au moins une liqueur extrêmement aqueuse. Les canaux dans lesquels il circule, nous conduisent, à la vérité, à en prendre une autre idée. Il m'a paru curieux de sçavoir quels degrés de froid étoient capables de soutenir les liqueurs des Insectes sans se geler. S'il est un état de mort, c'est assurément celui où toutes les liqueurs sont gelées, où tout leur mouvement, même leur mouvement intestin, est arrêté. Quand l'hyver nous fait sentir un froid que nous trouvons trop rude, ce seroit une espece de consolation de sçavoir qu'il nous délivre de certaines especes d'Insectes ; qu'il fait périr telle espece de Chenilles qui pendant l'été auroit dépouillé les arbres de nos jardins de leurs feuilles ; qu'il en fait périr une autre qui auroit ravagé les choux ou d'autres légumes. J'ai mis dans des tubes de verre des Chenilles de différentes especes & d'autres insectes, & cela pendant l'hyver, & au commencement du printemps. J'ai placé ce tube de verre dans un mélange de glace & de sel propre à faire naître un grand degré de froid, qu'un Thermometre placé dans la même liqueur me faisoit connoître. Je réserve le détail de ces expériences pour un autre ouvrage, pour l'histoire des Insectes où il doit se trouver ; je me contenterai d'en donner ici quelques résultats. Huit degrés de froid au-dessous de la congélation ont été nécessaires, mais ils ont suffi pour geler parfaitement des Chenilles de quelques especes. Ces 8 degrés de froid les ont rendues roides, & aussi dures que la plus dure glace, on ne pouvoit les couper que comme on coupe une pierre tendre ; aussi toutes ces Chenilles étoient-elles bien mortes, & ne se sont jamais donné de mouvement depuis.

J'ai exposé au même degré de froid, & ensuite à de plus grands degrés de froid, des Chenilles qui, quoiqu'elles dûssent devenir d'une grandeur médiocre, c'est-à-dire, longues de plus d'un pouce, & grosses à proportion, n'avoient que deux ou trois lignes de longueur, & n'étoient guere plus grosses que de grosses épingles. Si jeunes, & par

conséquent si délicates, elles ne sembloient pas être en état de résister à un froid bien rude ; il y en a pourtant eu à qui j'ai fait soutenir un froid de plus de 17 degrés, plus grand de près de 3 degrés que celui de l'année 1709. Quand je les ai eu retirées de l'endroit où regnoit un si furieux froid, elles sembloient mortes, mais elles ne l'étoient pas ; leur corps avoit sa première souplesse, il cédoit sous le doigt, il se laissoit plier. Enfin ces Chenilles réchauffées peu-à-peu, c'est-à-dire, d'abord dans de la glace ordinaire, ont commencé à se mouvoir, & ont paru aussi vigoureuses qu'elles l'étoient avant que d'avoir été mises à une si rude épreuve.

Le sang & les principales liqueurs qui se trouvent dans le corps de ces insectes, toutes aqueuses qu'elles nous semblent, sont donc d'une nature à soutenir un froid excessif sans se geler. Je vois bien qu'on peut soupçonner que ce que j'ai attribué à la nature de leurs liqueurs, a peut-être pour cause la chaleur qui regne dans l'intérieur de l'insecte, & la rapidité avec laquelle les liqueurs y circulent. Quoiqu'après une diette de trois à quatre mois qu'avoient faite les Chenilles dont je parle, la vitesse de la circulation dût être bien affoiblie, & la chaleur intérieure bien diminuée, j'ai pourtant craint que les deux causes dont je viens de parler, ne produisissent l'effet que j'attribuois à la qualité de leurs liqueurs. Le doute étoit aisé à lever par une expérience. J'ai tué plusieurs de ces Chenilles, & bien mortes, je les ai mises dans le tube de verre que j'ai tenu pendant un temps suffisant au milieu du mélange qui produit un froid de 17 degrés ; quand je les en ai eu retirées, j'ai vu que leurs corps étoient aussi souples que l'étoient, après la même épreuve, ceux des Chenilles qui l'avoient soutenue vivantes. Les liqueurs du corps des mortes n'avoient donc été aucunement gelées par un si grand froid ; ce n'est donc ni la chaleur intérieure de leur corps, ni le mouvement rapide de leurs liqueurs qui empêche ces liqueurs de se geler.

Nous ne pouvons donc pas espérer que les plus grands froids de notre climat nous délivrent, ni même qu'ils diminuent le nombre des Chenilles de l'espece dont je viens de

parler, & malheureusement c'est celle qui fait le plus de ravage; dans certaines années, le nombre de ses individus égale peut-être en France celui des individus d'un millier d'autres especes, aussi avons-nous nommé cette especes la *Commune*. C'est celle qui passe l'hyver dans des nids de toiles qui paroissent sur les arbres, mieux qu'en tout autre temps, lorsque leurs feuilles sont tombées.

Il n'est pas sûr même que l'hyver nous délivre des especes de Chenilles dont les liqueurs sont gelées par 7 à 8 degrés de froid, lorsque le froid de l'air devient plus considérable. Le grand Maître qui a fait les Chenilles, a plus songé à les constituer comme elles le devoient être, qu'à les constituer comme nous voudrions qu'elles le fussent. Quantité d'especes passent l'hyver sous la forme de crisalides. Il y a de ces crisalides qui, pendant cette rude saison, sont attachées contre des murs, contre des entablements d'édifices, contre des branches d'arbres; qui y sont nuës, c'est-à-dire, qui ne sont point couvertes d'une coque de soye. J'ai fait souffrir à de pareilles crisalides de très-grands degrés de froid, sans que leurs liqueurs se soient gelées, sans qu'elles aient paru en souffrir. D'autres crisalides au contraire ont été durcies par un froid de 7 à 8 degrés, & elles ont péri; mais ces dernières étoient des crisalides venues de Chenilles qui étoient entrées en terre, qui s'y étoient construit des coques dans lesquelles elles s'étoient métamorphosées. Ainsi les insectes qui restent exposés à de grands degrés de froid sont ceux qui les peuvent braver. Ceux qui sont plus sensibles aux impressions du froid, agissent comme s'ils prévoyoient celui qui doit regner pendant l'hyver sur la surface de la terre, & auquel ils ne sçauroient résister; je dis qu'ils agissent comme s'ils le prévoyoient, parce que ce ne sont pas les approches de l'hyver, le froid actuel qui détermine les Chenilles à entrer en terre, il y a des Chenilles qui s'y enfoncent dans les mois de Juillet & d'Août, & d'autres même dès le commencement du printemps. Peu après y être entrées, elles s'y transforment en crisalides, & y restent quelquefois des neuf à dix mois, &

1190 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
même près d'une année. Ce n'est que l'année suivante que
l'insecte sort de terre sous la forme de Papillon.

Au reste le sang des grands animaux, celui des oiseaux,
celui des quadrupèdes & le nôtre même non seulement se
coagulent aisément, mais ils sont bien plus aisés à geler que
celui des insectes. Le sang d'un Pigeon qu'on a fait couler
tout chaud dans un tube, a été réduit en glace très-dure
par 7 à 8 degrés de froid, & eût pû être gelé par un moindre
froid. Le sang d'un Agneau a soutenu, sans se geler, 3 degrés
de froid, mais 5 degrés l'ont rendu de la glace. Les grands
animaux ont dans leurs corps une chaleur & un principe
de chaleur qui ne se trouvent pas dans ceux des insectes.
Les grands animaux n'avoient donc pas besoin d'avoir un
sang qui gelât aussi difficilement que gele celui des insectes.

Pour avoir des Thermometres dont la marche soit la
même, dont les degrés soient exactement comparables, ils
doivent être remplis d'une même liqueur, d'un esprit de Vin
également dilatable, aussi la difficulté qui nous a arrêté le
plus, a été de trouver un moyen de nous assurer de la
dilatabilité de l'esprit de Vin. Pour y parvenir, nous avons
cherché combien différents esprits de Vin condensés par le
froid de la congélation artificielle de l'eau qui commence
à se geler, pourroient être dilatés par le plus grand degré de
chaleur que l'esprit de Vin puisse prendre sans bouillir. Lors-
que nous avons enseigné la manière de faire cette épreuve,
nous avons averti qu'elle est extrêmement délicate, qu'elle
demandoit à être faite par quelqu'un qui y apportât toute
son attention, & même qui s'y fût exercé plus d'une fois.
Il y a à craindre, lorsqu'on chauffe un peu trop brusquement
l'eau, de faire bouillir l'esprit de Vin avant que de lui avoir
fait prendre tout le degré de chaleur qu'il peut prendre sans
bouillir, lorsqu'il est échauffé plus doucement. Quand
l'épreuve est bien faite, l'esprit de Vin le plus rectifié se
dilate davantage que celui qui l'est moins. Tel esprit de Vin,
dont le volume condensé par la congélation de l'eau est à
1000, a un volume de 1090, lorsqu'il est dilaté par le

plus grand degré de chaleur qu'il puisse prendre sans bouillir. Dans le même cas le volume d'un autre esprit de Vin plus foible sera de 1085; & nous avons choisi pour nos Thermometres l'esprit de Vin, dont le volume condensé par la congélation étant 1000, devient 1080 rarefié par le plus grand degré de chaleur qu'il puisse prendre sans bouillir.

Si le même degré de chaleur rarefie davantage l'esprit de Vin le plus rectifié, le même degré de froid condense davantage cet esprit de Vin qu'il n'en condense un plus foible. Au lieu de caractériser l'esprit de Vin par son degré de dilatabilité, nous pouvons donc le caractériser par son degré de *condensabilité*. On a deux esprits de Vin différens dont le volume est réduit à 1000 par le degré de froid de la congélation de l'eau; si on met des boules de Thermometres faits de ces différens esprits de Vin, dans un mélange convenable de sel & de glace, l'esprit de Vin le plus foible ne descendra pas aussi bas dans son tube que l'esprit de Vin le plus fort descendra dans le sien. Nous avons vû, par exemple, que l'esprit de Vin ordinaire de nos Thermometres, l'esprit de Vin dont nous les remplissons, est descendu à 15 degrés dans un mélange de sel & de glace fait dans les rapports de 1 à 2 & de 2 à 5. J'ai mis dans un autre Thermometre un esprit de Vin rectifié, de celui que je fais affoiblir en le mêlant avec l'eau, avant que d'en remplir les Thermometres, cet esprit de Vin a descendu à 17 degrés $\frac{1}{3}$, la boule du Thermometre ayant été mise dans un pareil mélange de sel & de glace. Ainsi le rapport de condensabilité de ces deux esprits de Vin est comme 15 à 17 $\frac{1}{3}$. La dilatabilité de ces deux esprits de Vin, prise au-dessus de la congélation, étoit comme 80 à 90, comme 8 à 9, & leur condensabilité comme 15 à 17 $\frac{1}{3}$, ce qui ne donne pas un rapport aussi différent qu'on auroit pû l'attendre.

La commodité de ce genre d'épreuve, c'est qu'elle ne demande d'autre attention que celle de bien mêler le sel & la glace; on n'a point de bouillonnemens à craindre; elle peut être aisément répétée. Si les résultats des différens essais

font les mêmes, ou varient peu, on est sûr d'avoir bien opéré. A la vérité on n'a pas une aussi grande suite de degrés de condensabilité que celle des degrés de dilatabilité, mais ce désavantage est plus que compensé par le peu d'inconvénients auxquels cette épreuve expose. Il est très-aisé de la faire avec précision. On pourroit même prendre une assez grande suite des degrés de condensabilité, si au lieu de faire l'épreuve à un froid de 15 degrés au dessous de la congélation dans notre Thermometre ordinaire, on la faisoit à un froid de 22 à 23 degrés.

Mais, pour revenir aux expériences par le moyen desquelles nous produisons des augmentations de froid, il est clair que la matière qu'on mêle avec la glace y doit être mêlée en une certaine proportion & avec certaines précautions. Des regles générales seront aisées à déterminer, si on se rappelle l'expérience qui a prouvé incontestablement que le refroidissement ne se fait qu'à l'occasion de la fonte de la glace; elle apprend, cette expérience, qu'il faut employer la quantité, soit de matière solide, soit de liquide, nécessaire pour fondre la glace, & qu'il ne faut en employer que cette quantité. Si on n'emploie pas le sel marin, par exemple, en quantité suffisante, le degré de froid qui sera produit ne sera pas aussi considérable qu'il peut l'être. Si on mêle au contraire le sel marin en trop grande proportion avec la glace, il en arrivera encore que l'on n'aura pas un aussi grand degré de froid qu'on auroit eu, si on l'eût employé dans une moindre dose. Ce n'est pas seulement la glace qui doit se fondre, le sel doit se fondre en même temps; c'est la liqueur qui vient de la glace & du sel fondu qui a un plus grand degré de froid que la glace. Le sel & la glace qui ne sont pas fondus, sont moins froids que la liqueur composée de glace nouvellement fondue & de sel; d'où il suit que le sel excédent qui a été employé, ne sert qu'à réchauffer les parties qui se fondent & qui se mêlent par la fusion.

Deux expériences, dans l'une desquelles le sel marin a été employé en trop petite quantité, & dans l'autre desquelles

ce sel a été mis en trop grande quantité, donneront les preuves de ce que nous venons d'avancer. La plus petite dose dans laquelle j'ai employé le sel marin, a été d'une seule partie de ce sel contre dix de glace. Il n'a pas laissé de résulter de ce mélange un froid considérable, il a été de 8 degrés $\frac{3}{4}$, moindre pourtant de 6 degrés $\frac{1}{4}$ que celui qui eût été produit par la combinaison la plus avantageuse. Dans une autre expérience, j'ai mêlé le sel avec la glace en parties à peu-près égales, huit parties de sel avec neuf de glace; le froid qui a été produit, n'a été que 13 degrés $\frac{1}{2}$, moindre par conséquent d'un degré $\frac{1}{2}$ que celui qui eût été donné par la proportion la plus favorable.

La proportion la plus efficace du mélange d'un sel avec l'eau seroit aisée à déterminer, si le sel pouvoit être mêlé par des parties indéfiniment petites avec la glace prodigieusement divisée; la quantité de sel seroit alors à peu-près égale ou peu supérieure à la quantité de ce sel que l'eau peut tenir en dissolution. Mais comme le sel est toujours employé en gros grains, que la glace même, fût-elle prise en neige, est toujours en gros molécules, pour que la glace soit le plus touchée qu'il est possible par le sel, pour que la fusion soit opérée le plus promptement qu'il est possible, la quantité du sel qui doit être employée, doit surpasser celle que cette eau tiendrait en dissolution. Ainsi, quoique l'eau ne puisse tenir qu'un peu plus du tiers de son poids de sel marin dissous, j'ai trouvé qu'il falloit mêler une partie de sel marin en grains avec deux parties de glace. Il y a même sur tout cela des limites d'une assez grande étendue; deux parties de sel mêlées avec trois parties de glace, ont produit le même effet qu'une partie de sel mêlée avec deux parties de glace.

Mais au moins résulte-t-il de ces observations, que pour produire les plus grands degrés de froid possibles avec différents sels, on emploiera en moindres doses que le sel marin les sels dont l'eau ne peut pas tenir en dissolution une aussi grande quantité que celle qu'elle tient de ce sel; & qu'on emploiera au contraire en plus grande proportion les sels

194 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
dont l'eau peut dissoudre davantage que de sel marin.

Enfin, on voit qu'il faut faire le mélange de la glace & du sel le plus parfaitement & le plus promptement qu'il est possible, pour produire le plus grand degré de froid possible. Plus le froid tarde à naître, & moins il est grand, parce que la chaleur des matières extérieures a plus le temps d'agir avec succès contre le mélange. La meilleure manière de mêler ensemble la glace & le sel, m'a paru être de les poser l'une & l'autre par couches autour du vase qu'on veut refroidir, & de remuer ensuite le tout avec quelque instrument de fer bien refroidi. La pratique de quelques faiseurs de glace est de mêler la glace & le sel ensemble dans un grand vase, d'où ils la tirent bientôt pour la mettre dans un vase plus petit où est celui qui contient la liqueur qu'ils veulent geler ; mais il est évident que ce procédé fait perdre une partie du froid. Pendant qu'on mêle la glace avec le sel, il s'élève une fumée très-épaisse, semblable à celle d'un feu qu'on vient d'éteindre, la vapeur qui ne peut s'élever que très-lentement dans un air très-froid, s'y rassemble sous la forme de fumée.

Quoiqu'il semblât que plus le sel seroit pulvérisé & réduit en grains fins, & plus son effet seroit prompt, j'ai pourtant observé qu'on réussissoit souvent moins bien en employant le sel marin, par exemple, extrêmement pulvérisé, qu'en l'employant après avoir simplement écrasé les grains, ou en leur laissant même toute leur grosseur. Ce n'est pas qu'il ne soit certain que le meilleur des procédés est celui de mêler la glace & le sel par les plus petites parties qu'il est possible, mais il arrive que lorsqu'on a jeté du sel en poudre très-fine, il se trouve bientôt dans la glace par masses plus grosses que celles des grains écrasés, ou dans leur entier, l'humidité lie ensemble des amas de ces petits grains.

Moins de circonstances s'opposent à ce que l'esprit de Vin, les esprits acides, & généralement tous les liquides propres à faire naître du froid, en produisent les plus grands degrés qu'ils sont capables de produire. Ils se mêlent bien plus

parfaitement avec la glace, ils la touchent & l'attaquent dans un instant de toutes parts.

Une remarque que nous avons faite, c'est que pour produire de nouveaux degrés de froid, il faut que de la glace fonduë & de la matière soit solide, soit liquide, qui a été employée, il se fasse un nouveau liquide. De-là naît une règle pour connoître les liqueurs, qui mêlées avec la glace, sont incapables d'y produire du froid. Toutes les liqueurs huileuses qui ne peuvent pas se mêler avec l'eau, seront employées sans succès. Aussi ai-je éprouvé que des huiles grossières, telles que l'huile de Lin, ou des huiles plus subtiles, comme l'huile & l'esprit de Térébenthine, seront jettées inutilement sur la glace; elles la peuvent fondre, mais elles ne peuvent se mêler avec l'eau qui naît de la fusion, & par-là elles sont incapables de produire des degrés de froid. Il en est de même de toute matière, soit grasse, soit terreuse, de forme solide qui ne pourra être tenuë en une parfaite dissolution par l'eau, qui ne forme pas avec elle un nouveau fluide. J'ai inutilement fait mêler de la glace avec de la graisse, & avec des matières terreuses qui contiennent peu de sels dont l'eau puisse se saisir, telle que la Craye; il ne s'en est suivi aucun refroidissement.



S O L U T I O N
DE PLUSIEURS PROBLEMES

*Où il s'agit de trouver des Courbes dont la propriété consiste
dans une certaine relation entre leurs branches,
exprimée par une Equation donnée.*

Par M. CLAIRAUT.

DANS les Courbes dont on parle dans ce Mémoire, il ne suffit pas, comme dans la plûpart des autres, de considérer un de leurs points quelconques, ou une partie infiniment petite de la Courbe pour la déterminer toute entière. Les propriétés de celles-ci demandent nécessairement qu'on prenne à la fois plusieurs points à des distances finies les uns des autres, & dans des branches différentes.

Les Problemes que je vais donner, & ceux qui sont de la même espece, seroient fort faciles, si, pour trouver les Courbes qui en sont la solution, on se contentoit de prendre deux ou plusieurs branches de différentes Courbes, au lieu de trouver une seule Courbe qui les comprenne toutes. Prenant une branche d'une Courbe quelconque, on en trouveroit aisément d'autres par les méthodes ordinaires, qui auroient avec cette première la relation demandée. Mais pour faire en sorte que les différentes branches appartiennent toutes à la même Courbe, il faut nécessairement avoir recours à d'autres méthodes qui ajoutent de plus grandes difficultés à ces Problemes.

Il n'y a eu jusqu'ici, du moins que je sçache, que très-peu de Problemes de cette nature, on peut dire même qu'il n'y a d'expliqué que le fameux Probleme des Trajectoires réciproques, dont M.^{rs} Bernoulli, Pemberton & Euler ont donné des solutions dans les Actes de Leipfic, années 1718,

1719 & 1720, & dans le Tome II. des Mémoires de l'Académie de Peterbourg.

Dans les autres Problemes, dont je parlerai tout à l'heure, on ne trouve que quelques-unes des Courbes qui ont la propriété demandée, sans montrer la méthode, ou du moins sans donner le détail nécessaire pour la faire bien entendre.

D É F I N I T I O N S.

On doit sçavoir que par fonction d'une variable, on entend une quantité composée de cette variable & de constantes, de quelque manière qu'elle en soit formée, par exemple, x^2 , x^3 , $x^4 + ax^3$, $\frac{x^2+ax}{x+\sqrt{ax}}$ sont des fonctions de x . Je me servirai de différents signes comme Πx , Φx , Δx , &c. pour exprimer différentes fonctions en général.

Lorsque je parlerai dans ce Mémoire, d'équations où deux quantités sont la même fonction, ce sera des équations où on peut mettre une de ces deux quantités à la place de l'autre, sans que l'équation en soit changée, par exemple, $xy = a$, $x^2 + y^2 = a$, $bx + by + cxy + y^3 + x^3 = d$, sont de ces sortes d'équations.

L E M M E.

Si dans une équation où deux quantités sont la même fonction, l'on substitue à la place de l'une de ces quantités $A+B$, & à la place de l'autre $A-B$ (A & B marquent tout ce que l'on veut), il arrivera toujours dans le résultat qu'il ne restera plus que des puissances paires de B . Par exemple, dans l'équation $bx + by + cxy = d$, si l'on met pour x , $A+B$, & pour y , $A-B$, il viendra $2bA + cAA - cBB = d$, où B est au quarré; dans $x^3 + y^3 = a$, on trouvera $2A^3 + 6AAB = a$, &c.

La même chose arrivera si l'on met pour les deux quantités $\frac{A+B}{C+B}$ & $\frac{A-B}{C-B}$, ou $\frac{A+C-B}{D+B}$ & $\frac{A+C+B}{D-B}$; & en général, si l'on employe deux quantités qui ne diffèrent entre elles que par le signe $+$ ou $-$ qu'on donnera à B .

Mais si l'on fait les mêmes substitutions dans une équation où les deux quantités ne font pas la même fonction, les puissances impaires de B ne s'en iront point.

Dans les Journaux de Leipfic (années 1696 & 1697), le célèbre M. Jean Bernoulli donne un Mémoire qu'il intitule *Supplementum defectus Geometriæ Cartesianæ circa inventionem locorum*, il y remarque que d'autres courbes que le cercle peuvent avoir cette propriété, que d'un point extérieur tirant une infinité de droites sécantes, le produit des segmens est toujours constant, & il donne une équation qui renferme quelques-unes des courbes qui ont cette propriété, mais sans montrer sa solution.

Il imagine ensuite que les sécantes, au lieu de partir d'un point fixe, soient toutes parallèles entre elles, & terminées par une droite donnée de position, & il donne quelques-unes des courbes dans lesquelles le produit de ces segmens est constant, ensuite il prend pour la propriété des segmens que leur somme soit constante, au lieu de leur produit.

Et il propose aux Géometres, de trouver des Courbes dans lesquelles la somme de deux puissances quelconques des segmens soit constante. M.^{rs} Leibnitz, Jacques Bernoulli, & le Marquis de l'Hôpital résolurent ce Probleme, en donnant chacun une équation qui renfermoit quelques-unes des courbes demandées, mais sans démonstration, excepté M. Jacques Bernoulli dont la solution n'est autre chose que de prendre une équation $y = ax^n + bx^m$, dont les coefficients & les exposans sont arbitraires, & de les trouver ensuite par la méthode des indéterminées, de façon que la courbe ait la propriété demandée; mais il est aisé de voir que cette méthode n'est pas directe. Il n'en est pas de même d'une solution de ces Problemes que M. Newton a mise dans le même Journal, on voit bien par le peu qu'il donne, qu'il avoit le véritable chemin pour les résoudre; mais sa méthode est si peu expliquée que j'ai cru qu'on verroit avec plaisir la solution suivante, qui, au fonds, est, je crois, la même que celle de M. Newton, mais avec toute l'étendue

qui m'a paru nécessaire pour la rendre claire & applicable à tous les Problemes de la même nature.

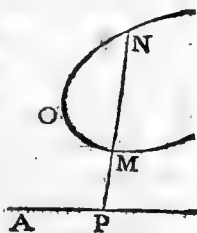
Les deux premiers des Problemes suivans ne sont uniquement que ceux de M. Bernoulli pris plus généralement ; mais le troisième est extrêmement différent, & beaucoup plus difficile. Il ne paroît pas d'abord de la même sorte, on pourroit croire même qu'il est de ceux qui sont résolus par une seule équation, mais cependant il y a une infinité d'équations de formes différentes qui le résolvent, & je donne la manière de les trouver. La principale difficulté de ce Probleme consistoit à trouver ce qu'il avoit de commun avec les deux premiers, j'espère que la méthode que j'emploie pour cela pourra servir à beaucoup d'autres Problemes.

PROBLEME I.

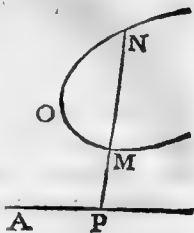
On demande la courbe MON, que chacune, d'une infinité de droites PMN, paralleles entre elles, & terminées par l'axe AP, coupe de façon que la relation entre PM & PN soit exprimée par une équation donnée.

SOLUTION.

Puisque les droites PMN , qui sont les ordonnées de la courbe MON , sont rencontrées en deux points M & N , l'équation de cette courbe doit être telle que si on la résout pour avoir la valeur de l'ordonnée exprimée en abscisse, on trouve deux valeurs en même temps, l'une de PM , & l'autre de PN . Je cherche donc ce qui peut entrer dans l'expression de l'ordonnée pour qu'elle puisse avoir deux valeurs, ce ne peut être que quelque quantité radicale. Ainsi le Probleme se réduit à trouver des quantités dans lesquelles il y ait des radicaux qui, selon que l'on prendra le signe $+$ ou le signe $-$ donnent deux valeurs telles qu'étant substituées dans l'équation donnée, l'une à la place de PM , & l'autre à la place de PN , elles résolvent cette équation.



Pour cela, on n'aura qu'à prendre une forme de fonction dans laquelle il y ait un radical que l'on supposera inconnu, & toutes les autres quantités connues & prises à volonté, puis substituer les deux valeurs que l'on peut avoir en prenant ce radical en $+$ ou en $-$ dans l'équation donnée, & chercher la valeur de ce radical, comme on fait pour dégager une inconnue; ensuite ayant trouvé ce radical, on le mettra dans la fonction qu'on avoit choisie pour la valeur de l'appliquée de la courbe cherchée. Alors si on prend le signe $+$ on aura l'équation de la branche composée des points N , & si on prend le signe $-$ on aura celle des points M , ou au contraire. Et en faisant évanouir les radicaux, on aura l'équation de la courbe entière.



Supposons, par exemple, qu'on veuille trouver la courbe où $PM^2 + PN^2 = aa$. Je nomme AP, x ; PM, y ; PN, y' , j'imagine que l'ordonnée de la courbe soit exprimée en général par la quantité $\Phi u \pm \sqrt{z}$ où Φu exprime une quantité quelconque composée de u & de constantes, & \sqrt{z} un radical que je vais déterminer. Par ce que je viens de dire, y' sera $\Phi u + \sqrt{z}$, & $y, \Phi u - \sqrt{z}$; substituant ces deux valeurs dans l'équation $PM^2 + PN^2 = aa$, ou $yy + y'y' = aa$, on aura $2(\Phi u)^2 + 2z = aa$; d'où l'on tire $z = \frac{1}{2}aa - (\Phi u)^2$ qui étant remis dans la valeur de l'ordonnée donnera $y' = \Phi u + \sqrt{[\frac{1}{2}aa - (\Phi u)^2]}$, & $y = \Phi u - \sqrt{[\frac{1}{2}aa - (\Phi u)^2]}$, & en faisant évanouir les radicaux $y'y' - 2y'\Phi u = \frac{1}{2}aa - 2(\Phi u)^2$, & $yy - 2y\Phi u = \frac{1}{2}aa - 2(\Phi u)^2$ qui sont les mêmes, & qui font voir que les deux branches MO, NO , sont à la même courbe, & ont la propriété demandée. Il en sera ainsi des autres, quelque forme de fonction que l'on imagine avec des radicaux, résoudra le Probleme, s'il peut être résolu. Mais il y a bien des cas où il est impossible de trouver des courbes dans lesquelles PM & PN ayent certaine relation

relation entre elles. Ces cas sont ceux où la relation entre PM & PN n'est pas exprimée par une équation dans laquelle ces deux quantités fassent la même fonction, il n'y a point de courbes qui résolvent le Probleme alors.

La démonstration de tout ce que nous venons de dire est évidente par le Lemme précédent; car les quantités dans lesquelles il entre un radical sont dans le même cas que $A+B$ & $A-B$, dont j'ai parlé dans ce Lemme; ainsi en les substituant dans une équation où PM & PN sont la même fonction, les puissances impaires du radical \sqrt{z} que l'on a pris s'évanouiront, & il n'y aura plus que des z , de manière qu'en dégageant le z de ces équations, on en aura une valeur dont la racine quarrée pourra être mise à la place de \sqrt{z} . Mais si PM & PN ne sont pas la même fonction, les \sqrt{z} ne s'en iront pas par-tout, & l'on ne trouvera pas pour \sqrt{z} une valeur qui ne soit purement qu'un radical, il y entrera des quantités rationnelles auxquelles on ne pourra pas donner à volonté le signe $+$ ou $-$. Pour mieux faire voir par un exemple comment il est impossible de trouver des courbes où PM & PN ne fassent pas la même fonction, supposons que l'on demande des courbes où $PM+2PN=a$; faisant $PM=\Phi u+\sqrt{z}$ & $PN=\Phi u-\sqrt{z}$, on aura $3\Phi u-\sqrt{z}=a$, d'où l'on tire $\sqrt{z}=3\Phi u-a$, qui n'est pas une quantité radicale, & qui ne peut pas par conséquent donner deux valeurs différentes à PM & PN . Si l'on vouloit trouver des courbes où $PM^2+PN \times b=aa$, en supposant toujours $PM=\Phi u+\sqrt{z}$ & $PN=\Phi u-\sqrt{z}$, on aura $(\Phi u)^2+2\Phi u\sqrt{z}+z+b\Phi u-b\sqrt{z}=aa$, dans laquelle la quantité \sqrt{z} se trouveroit égale à un radical plus une quantité rationnelle, & par conséquent elle ne pourroit pas être substituée pour \sqrt{z} dans la fonction $\Phi u \pm \sqrt{z}$. Mais dans toutes les équations où PM & PN entrent de la même manière, les termes où seront \sqrt{z} se détruiront, il n'y aura que des z , & par conséquent après avoir dégagé ces z , on aura une valeur de \sqrt{z} qu'on pourra prendre en $+$ ou en $-$ pour avoir les valeurs de PM & de PN .

Mem. 1734.

. C c

E X E M P L E.

Pour faire quelque application de notre Probleme, supposons qu'on demande la courbe où $PM \times PN = A$.

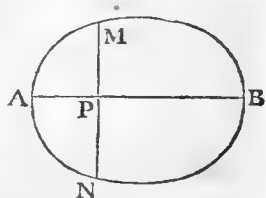
Faisant PM ou PN en général $= \Phi x + \sqrt{z}$, on aura $(\Phi x)^2 - z = A$, qui donne $z = (\Phi x)^2 - A$; d'où l'équation de la courbe est $y = \Phi x \pm \sqrt{(\Phi x)^2 - A}$, ou en faisant évanouir les radicaux pour avoir l'équation de la courbe entière $yy - 2y\Phi x + A = 0$ qui renferme une infinité de courbes, car on peut mettre à la place de Φx telle fonction composée de x & de constantes qu'on voudra.

Si Φx est seulement x , on aura $yy - 2xy + A$ qui exprime une hyperbole.

Si $\Phi x = x^m$, on a $yy - 2yx^m + A = 0$.

Si au lieu de supposer $y = \Phi x \pm \sqrt{z}$, on l'avoit fait $= \sqrt[m]{(\Phi x \pm \sqrt{z})}$, le Probleme auroit été résolu de même, & l'on auroit eu $y^m - 2y^m \Phi x + A^m = 0$.

Si l'on veut que le produit des segments, au lieu d'être constant, soit égal au produit des segments PA & PB , la méthode sera la même, au lieu de supposer $(\Phi x + \sqrt{z}) \times (\Phi x - \sqrt{z}) = A$, il faudra l'égaliser à $-(bx - xx)$, (b étant la valeur de AB). Je mets cette quantité en moins, parce que dans la Figure la partie PN est en dessous, & par conséquent négative.



Par la réduction, il viendra $\Phi x^2 - z = -bx + xx$, d'où l'on tire $z = (\Phi x)^2 - xx + bx$, & par conséquent $y = \Phi x \pm \sqrt{(\Phi x)^2 - xx + bx}$ ou $yy - 2y\Phi x = bx - xx$ qui exprime une infinité de courbes qui ont la propriété demandée. On en trouvera encore autant d'autres que l'on voudra, selon les différentes formes de fonctions qu'on imaginera, où il entrera un radical. Dans cette équation, pour que b exprime la droite AB qui est rencontrée

aux points A & B par la courbe demandée, il faut que si l'on fait $x = 0$ & $= b$, y ait dans ces deux cas, une valeur $= 0$, c'est ce qui arrive effectivement, car l'on a, soit que $x = 0$ ou $= b$, $yy - 2y\Phi x = 0$, d'où l'on tire $y - 2\Phi x = 0$ & $y = 0$.

Pour trouver le cercle parmi toutes les courbes précédentes, il faut faire $\Phi x = a$, & l'on a $yy - 2ay = bx - xx$ qui exprime un cercle, quand l'angle MPA est droit.

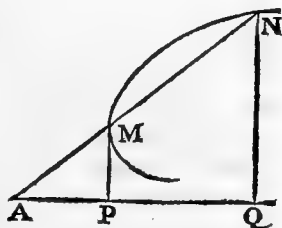
Si l'on vouloit que $PM \times PN$ fût égal en général à quelque fonction que ce soit de x & de constantes, la méthode iroit encore, & même on pourroit supposer de plus la relation entre PM & PN telle que l'on voudroit, pourvu que ces deux quantités fissent la même fonction dans l'équation qui exprimeroit leur relation.

PROBLEME II.

Soit A un point fixe que l'on prendra pour le pôle d'une infinité de droites comme AMN , on demande les courbes MN que toutes ces droites coupent en deux points M & N , de telle façon que la relation entre AM & AN soit exprimée par une équation où elles fassent la même fonction.

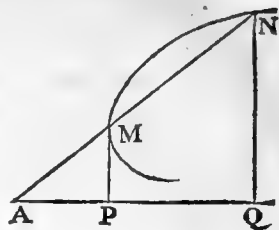
SOLUTION.

On prendra la droite AP pour axe, & l'on abaissera des points M & N des perpendiculaires MP & NQ ; AP , x , & PM , y , seront les coordonnées du point M , & AQ , x' , & QN , y' , seront celles du point N .



Ensuite on nommera t la quantité $\frac{PM}{AP}$ ou $\frac{QN}{AQ}$ qui exprime la tangente de l'angle MAP , & par conséquent la position de la droite AMN . On nommera aussi les droites AM & AN qui sont les segments de la sécante AMN , u & u' .

Cela fait, pour avoir des courbes où AM & MN ayent la relation donnée, on supposera que u en général est une fonction de t qui ait deux valeurs en même temps, c'est-à-dire, une fonction où il entre des radicaux; & substituant à la place de u & de u' les deux différentes valeurs que l'on a en prenant le signe $+$ ou le signe $-$, on déterminera le radical comme dans le Probleme précédent, de sorte que l'on aura une valeur de u en t . Si l'on se contentoit d'une équation de cette nature pour exprimer la courbe MN , le Probleme seroit résolu. Mais si l'on veut avoir l'équation en x & en y , on se servira des équations $xx + yy = uu$ & $\frac{y}{x} = t$ par le moyen desquelles on chassera u & t .



Supposons que Πt soit la valeur de u , on aura $x = \frac{\Pi t}{\sqrt{1+tt}}$ & $y = \frac{t\Pi t}{\sqrt{1+tt}}$ qui peuvent servir à examiner la courbe, & à déterminer le nombre de ses branches, aussi-bien que l'équation en x & en y .

E X E M P L E.

Supposons que l'on veuille trouver les courbes où $(AM)^m + (AN)^m = 1$, on prendra $u^m = \Phi t + \sqrt{z}$ & $u'^m = \Phi t - \sqrt{z}$, qui étant substitués, donneront $2\Phi t = 1$ où il n'y a point de z , ce qui marque qu'on peut prendre pour z tout ce que l'on veut, ainsi $u^m = \frac{1}{2} \pm \sqrt{(\Delta t)}$ marque une infinité de courbes qui ont la propriété demandée.

En faisant évanouir les radicaux, on aura $u^{2m} - u^m + \frac{1}{4} = \Delta t$ dans laquelle si l'on met à la place de u & de t leurs valeurs en x & en y , on aura l'équation de la courbe exprimée par ses coordonnées. Si on veut que l'équation soit semblable à celle que M. Bernoulli donne pour ces courbes dans les Journaux de Leipfick 1696 & 1697, où les hypoténuses des coordonnées servent d'abscisse, les

ordonnées étant conservées les mêmes ; je supposerai que t , au lieu d'exprimer la tangente de l'angle MAP , en exprime le sinus, ce qui peut se faire à cause que le sinus marque aussi-bien la position de la droite AM que la tangente, alors l'ordonnée PM sera $= ut$, d'où l'on tire $t = \frac{y}{u}$, qui étant substitué dans l'équation précédente, donnera $u^{2m} - u^m = (\Delta \frac{y}{u}) - \frac{1}{4}$ qui est infiniment plus générale que celle de M.^{rs} Bernoulli, Leibnitz & de l'Hôpital. Qu'on suppose seulement $(\Delta \frac{y}{u}) = \frac{by}{u} + \frac{1}{4}$, on aura $u^{2m+1} - u^{m+1} = by$, qui est celle de M. Leibnitz, & en faisant $(\Delta \frac{y}{u}) = \frac{b^{\frac{1}{n}} y^{\frac{1}{n}}}{u^{\frac{1}{n}}} + \frac{1}{4}$, on a $u \cdot u^{2m} - u^m = by$, qui est celle de M.^{rs} Jacques Bernoulli & de l'Hôpital.

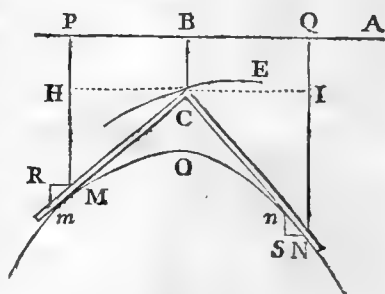
Dans cet exemple, on a pris $u^m = \Phi t + \sqrt{z}$ qui a donné un calcul fort simple. Si on avoit pris seulement $u = \Phi t + \sqrt{z}$, comme cela étoit plus naturel d'abord, on auroit eu $(\Phi t + \sqrt{z})^m + (\Phi t - \sqrt{z})^m = 1$, de laquelle on ne sçauroit tirer la valeur de z en général. Et il y a bien d'autres cas de relations entre PM & PN où on arriveroit par la supposition de u égale à une quantité, comme $\Phi t + \sqrt{z}$ a des équations de cette nature. Cependant comme on est bien sûr que si elles étoient résolues, on auroit pour \sqrt{z} des valeurs purement radicales, on peut regarder l'équation précédente & celles qui arrivent en pareil cas, comme résolvant le Probleme, quoiqu'on n'en puisse pas dégager le z pour avoir l'équation de la courbe cherchée. On peut bien voir même qu'elle peut servir à décrire la courbe, quel que soit m , car par la géométrie de Descartes on peut apprendre à résoudre par des constructions géométriques une équation comme la précédente, ce qui prouve la généralité de la méthode.

PROBLEME III.

Trouver les courbes MON autour desquelles faisant glisser l'équerre MCN , le sommet C de cette équerre soit toujours dans la courbe donnée EC .

SOLUTION.

Soient M & N deux différents points de la courbe MON touchés par les deux jambes de l'équerre MCN ; MP , PA , NQ , QA , les coordonnées correspondantes à ces deux points; MRm & SNn , leurs triangles différentiels;



CB & AB , les coordonnées de la courbe EC pour le point C , qui est le sommet de l'équerre, & en même temps un point quelconque de la courbe EC , HCI , une parallèle à l'axe AP .

Je fais $AP = x$

$AQ = x'$

$PM = y$

$QN = y'$

$RM = dx$

$SN = dx'$

$Rm = dy$

$Sn = -dy'$

$AB = u$, BC , qui est l'ordonnée de la courbe EC , fera donné en u , ainsi je le fais $= \Phi u$, d'où il vient $HC = x - u$

$IC = u' - x'$

$HM = y - \Phi u$

$IN = y' - \Phi u$

Ensuite les triangles HCM , RMm , NnS , CIN , donnent

$$(A) \frac{dy}{dx} = \frac{y - \Phi u}{x - u} \text{ \& \ } - \frac{dy'}{dx'} = \frac{y' - \Phi u}{u - x'}$$

$$\text{ou } (B) \frac{dy'}{dx'} = \frac{y' - \Phi u}{x' - u}$$

Et l'angle MCN étant droit, les triangles RMm , NnS , seront semblables, ainsi l'on aura $dy : dx :: dx' : -dy'$,

donc $-dy dy' = dx dx'$, ou (C) $\frac{dy}{dx} \times \frac{dy'}{dx'} = -1$.

Cette équation avec les deux autres ne suffit pas pour avoir celle de la courbe *MON*, car il y a cinq variables. On voit bien que si l'on avoit de plus une équation entre x & y qui exprimât la branche de la courbe qui est touchée par le côté *MC* de l'équerre, on auroit l'équation de l'autre branche, dont les coordonnées sont x' & y' . La difficulté du Probleme est donc de trouver une équation entre x & y , telle que celle qui en proviendra entre x' & y' par le résultat des équations précédentes soit la même.

Pour exprimer cette dernière condition du Probleme, j'abandonne pour un moment la façon ordinaire de prendre les équations des courbes; j'en cherche une entre la quantité $\frac{dy}{dx}$ & la quantité u , c'est-à-dire, que je prends la droite *AB* pour abscisse, & la tangente de l'angle *HCM* pour ordonnée. Il est bien sûr que lorsqu'on aura cette équation, on en trouvera une entre x & y avec le secours des équations précédentes. Je suppose que cette équation m'est donnée, & j'examine quelle propriété elle doit avoir; elle doit être telle que, pour un même u , on trouve à la fois deux valeurs de $\frac{dy}{dx}$, l'une qui exprime la tangente de l'angle *HCM* que j'ai déjà appelé simplement $\frac{dy}{dx}$, & l'autre qui soit la valeur de la tangente de l'angle *ICN* que j'ai appelé $\frac{dy'}{dx'}$, c'est-à-dire, qu'en résolvant cette équation, on doit trouver pour la valeur de $\frac{dy}{dx}$ en général, une fonction de u susceptible de deux valeurs qui aient entr'elles la relation exprimée par l'équation (C). Je cherche ensuite quelle forme doit avoir cette fonction de u .

Pour cela, je prends, ainsi que dans les Problemes précédents, une quantité où les radicaux entrent de la façon la plus simple, c'est-à-dire, une fonction composée de deux membres, dont l'un soit un radical, & l'autre une

quantité quelconque sans radicaux, ou au moins dans laquelle il n'entre que des radicaux impairs. J'écris ainsi cette quantité $\Theta u + \sqrt{z}$ qui donnera pour sa seconde valeur $\Theta u - \sqrt{z}$, & je cherche à déterminer z de façon que ces deux valeurs mises à la place de $\frac{dy}{dx}$ & de $\frac{dy'}{dx'}$ résolvent l'équation (C).

Les substitutions faites donneront $(\Theta u)^2 - z = -1$, d'où l'on tire $z = (\Theta u)^2 + 1$, & remettant cette valeur à la place de z dans $\Theta u + \sqrt{z}$, elle deviendra $\Theta u + \sqrt{[(\Theta u)^2 + 1]} = \frac{dy}{dx}$ & $\Theta u - \sqrt{[(\Theta u)^2 + 1]} = \frac{dy'}{dx'}$, c'est-à-dire, que la quantité $\frac{dy}{dx}$ est en général dans la courbe $\Theta u \pm \sqrt{[(\Theta u)^2 + 1]}$. Ce qui donne une 4.^{me} équation, qui avec les trois A, B, C , résoudra entièrement le Problème. Pour le bien démontrer, nous allons, par le moyen de cette équation & de l'équation (A), trouver les valeurs de x & de y en u ; & de même par le moyen de l'équation que donne la valeur de $\frac{dy'}{dx'}$ & de l'équation (B) nous trouverons les valeurs de x' & de y' en u , & l'on verra alors que les valeurs de x & de y ne différeront de celles de x' & de y' que par les signes $+$ & $-$ des quantités radicales, & qu'en les faisant évanouir, les équations qui en viendroient seroient absolument les mêmes.

Comme les équations A & B ont absolument la même forme, il suffira de se servir de l'équation A & de la valeur de $\frac{dy}{dx}$ en général; & pour abrégé, au lieu de la fonction $dy = \Theta u \pm \sqrt{(\Theta u)^2 + 1}$, nous mettrons simplement Πu . Nous aurons donc $\frac{dy}{dx} = \Pi u$ & $\frac{dy'}{dx'} = \frac{y - \Phi u}{x - u}$, d'où l'on tirera (E). $x \Pi u - u \Pi u = y - \Phi u$ & $\frac{dy}{dx} = \Pi u$
ou $dy = dx \Pi u$.

En différenciant la première de ces deux équations, & y substituant pour dy la valeur que donne la seconde, on aura
 $dx \Pi u$

$dx\Pi u - \Pi u du = \Pi u dx - du \Xi u - x du \Delta u + u du \Delta u$
 (je suppose que $du \Delta u$ & $du \Xi u$ soient les différences de Πu & de Φu) ou à cause que $dx \Pi u$ se détruit de part & d'autre, & que toute l'équation se divise par du

(F) $x = \frac{\Pi u + u \Delta u - \Xi u}{\Delta u}$ qui étant substituée dans l'équation (E) donnera (G) $y = \frac{(\Pi u)^2 - \Xi u \Pi u + \Phi u \Delta u}{\Delta u}$, ce qui

donne la résolution générale de l'équation A. Il n'y a plus qu'à remettre dans ces équations pour Πu la valeur $\Theta u \pm \sqrt{(\Theta u)^2 + 1}$, & l'on aura, selon que l'on prendra le signe $+$ ou le signe $-$ des quantités radicales, la valeur de x & de y ou de x' & de y' , & en faisant évanouir les radicaux & chassant u , une équation qui exprimera également les deux branches de la courbe *MON*.

REMARQUE.

Dans la façon précédente de traiter les équations A & $\frac{dy}{dx} = \Pi u$, on évite le calcul intégral, cependant ce calcul paroît d'abord nécessaire pour les résoudre, & même dans un autre chemin qui se présente pour parvenir à la solution, on arrive à une équation entre y & x , dx & dy , qui sembleroit demander bien plus visiblement le calcul intégral. Ce chemin est de résoudre par le moyen de l'équation $\frac{dy}{dx} = \Pi u$, la valeur de u en $\frac{dy}{dx}$, & ensuite de la substituer dans l'équation A, alors on arrive à une équation en dx , dy , y , x , dont l'intégrale devroit être la solution des équations A & $\frac{dy}{dx} = \Pi u$, cependant cette solution, par le calcul intégral, ne peut pas être la même que la précédente, car elle doit renfermer une constante que l'on ajoute toujours en intégrant. Il reste à voir si cette équation intégrée ne seroit point plus générale que celle que l'on a par l'autre méthode, & si elle ne la renfermeroit pas par la détermination de la constante ajoutée; mais comme on ne peut pas suivre cette seconde méthode en général, à cause

que l'on ne connoît la quantité Πu que dans chaque exemple particulier, il vaut mieux reprendre la première méthode, & examiner si quelque chose pourroit l'empêcher d'être générale.

Premièrement le procédé du calcul jusqu'à l'équation $x \Delta u du - \Pi u du - u du \Delta u = - \Xi u du$ n'empêche sûrement pas cette équation d'être aussi générale que tout ce qui peut provenir des équations A & $\frac{dy}{dx} = \Pi u$. Mais dans la réduction de cette équation à $x \Delta u - \Pi u - u \Delta u = - \Xi u$ qui se fait en divisant tout par du , on prend une équation qui n'est pas la seule, car on pourroit aussi tirer $du = 0$, c'est-à-dire, $u =$ à une constante quelconque a . Remettant donc pour u cette valeur dans l'équation E , on aura $x \Pi a - a \Pi a = y - \Phi a$ qui appartient toujours à une ligne droite, & ne renferme point les équations trouvées par la première méthode. Ainsi il se rencontre dans ce cas deux solutions à la fois des memes équations, différentes l'une de l'autre. Mais la première est la seule qui soit véritablement la solution du Probleme précédent; car la seconde, au lieu de donner les courbes touchées par l'équerre, n'exprime que les droites qui font les branches de cette équerre.

Présentement je vais donner quelques exemples où l'on verra encore mieux comment le calcul intégral ne donne jamais que les lignes droites exprimées par l'équation générale $x \Pi a - a \Pi a = y - \Phi a$, & comment les équations trouvées par la première méthode échappent à l'intégration.

Supposons que les fonctions Πu & Φu soient chacune simplement u , Δu & Ξu seront égales à 1, d'où les équations $\frac{dy}{dx} = \Pi u$ & $\frac{dy}{dx} = \frac{y - \Phi u}{x - u}$ se changeront en $\frac{dy}{dx} = u$ & $\frac{dy}{dx} = \frac{y - u}{x - u}$ qui donneront $x dy dx - dy^2 = y dx^2$, $- dy dx$ ou $dy^2 - dy dx = - y dx^2$, & par conséquent $- x dy dx$
 $dy - \frac{dx + x dx}{2} = dx \sqrt{[-y + (\frac{1+x}{2})^2]}$ ou

$$dx = \frac{dy - \frac{dx + x dx}{2}}{\sqrt{[-y + (\frac{1+x}{2})^2]}}$$

dont l'intégrale est $x + a = -2\sqrt{[-y + (\frac{1+x}{2})^2]}$, ou en réduisant $2ax - 2x = -4y + 1 - aa$, ou $(\frac{1-a}{2})x = y + \frac{aa-1}{4}$, équation à la ligne droite, qui est positivement la même que celle que l'on auroit trouvée par la substitution de a à la place de Πa & de Φa dans $x\Pi a - a\Pi a = y - \Phi a$ que l'on a prouvé être l'équation générale qui proviendrait par l'intégration des équations A & $\frac{dy}{dx} = \Pi u$, il y a seulement à remarquer que la lettre a ajoutée n'est pas la même, mais que l' a de l'une vaut $\frac{1-a}{2}$ de l'autre.

Mais si l'on se sert de la première méthode, en substituant u pour Πu & Φu , on aura par les équations générales F & G , $x = 2u - 1$ & $y = uu$, d'où l'on tirera $4y = xx + 2x + 1$ qui est à une parabole.

Si l'on reprend maintenant l'équation

$$dx = \frac{dy - \frac{dx + x dx}{2}}{\sqrt{[-y + (\frac{1+x}{2})^2]}}$$

qui par son intégration a donné une ligne droite, on verra que la parabole de l'équation $4y = xx + 2x + 1$ la résout aussi, quoiqu'elle ne soit point renfermée dans l'intégrale; car en substituant $y = (\frac{x+1}{2})^2$ que donne cette équation à la parabole dans l'équation différentielle, le numérateur & le dénominateur deviennent zero, à cause que le premier est la différentielle du second, & de cette façon dx peut être égal au quotient, d'où l'on voit donc que l'équation $x dy dx - dy^2 = y dx^2$, — $dy dx$ provenüe des équations $\frac{dy}{dx} = u$ & $\frac{dy}{dx} = \frac{y-u}{x-u}$ étoit susceptible de deux solutions différentes, dont l'une se trouve renfermée dans l'intégration, & l'autre en est indépendante.

Soit $\Pi u = \frac{u}{a+u}$ & $\Phi u = 0$, on aura par les équations

$$\frac{dy}{dx} = \Pi u \text{ \& } \frac{dy}{dx} = \frac{y-\Phi u}{x-u}, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{x - \frac{y dx}{dy}}{a+x - \frac{y dx}{dy}}$$

ou $ady^2 + xdy^2 - ydydx = xdx dy - ydx^2$ ou
 $dx^2 - (\frac{xdy+ydy}{y}) dx = -\frac{xdy^2+ady^2}{y}$, d'où l'on tire

$$dx - \frac{xdy+ydy}{2y} = dy \sqrt{(\frac{x+y}{2y})^2 - \frac{4xy+4ay}{4yy}}, \text{ ou}$$

$$2ydx - xdy - ydy = dy \sqrt{(xx - 2xy + yy - 4ay)}$$

$$= dy \sqrt{y} \sqrt{(\frac{x-y}{y})^2 - 4a}, \text{ ou } \frac{dy}{y} \sqrt{(\frac{x}{y} - \sqrt{y})^2 - 4a}$$

$$= \frac{2ydx - xdy - ydy}{y\sqrt{y}}, \text{ ou (a) } \frac{dy}{2y} = \frac{\frac{dx\sqrt{y} - \frac{xdy}{2\sqrt{y}}}{y} - \frac{dy}{2\sqrt{y}}}{\sqrt{(\frac{x}{y} - \sqrt{y})^2 - 4a}}$$

dont l'intégrale est

$$lb + \frac{1}{2}ly = l\sqrt{\frac{x}{y} - \sqrt{y}} + \sqrt{(\frac{x}{y} - \sqrt{y})^2 - 4a},$$

ou en repassant aux nombres $b\sqrt{y} = \frac{x}{y} - \sqrt{y} +$

$\sqrt{(\frac{x}{y} - \sqrt{y})^2 - 4a}$ qui donne, après la réduction,

$$bby - 2bx + 2by = -4a, \text{ équation à une ligne}$$

droite. Mais si l'on reprend l'équation (a), on verra que le

numérateur étant la différence du dénominateur, le dénomi-

nateur peut être supposé $= 0$, & l'équation $\frac{x}{y} - \sqrt{y} = \sqrt{4a}$

qui en provient, résout aussi l'équation (a), & exprime une
 ligne courbe. Si on substitue dans les formules F & G , à la
 place de Φu & de Πu , leurs valeurs, & qu'on les réduise
 ensuite, on arrivera à la même équation, de même que
 l'équation générale $x\Pi a - a\Pi a = y - \Phi a$ ne contien-
 droit que la ligne droite exprimée par l'équation $bby - 2bx$
 $+ 2by = -4a$.

Il en seroit de même, quelque fonction que l'on prît
 pour Πu & Φu . Je suis entré dans ce détail d'exemples,

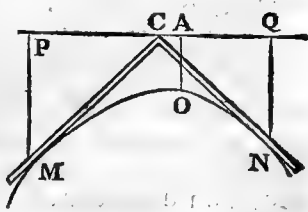
pour mieux faire voir la généralité des formules F & G . C'est une digression dans le Probleme que nous traitons dans ce Mémoire, mais j'ai été bien aise de montrer cette singularité de calcul qui s'est présentée d'elle-même; on pourroit l'énoncer, indépendamment du Probleme présent, de cette manière. Il y a des équations différentielles capables d'avoir deux solutions différentes l'une de l'autre, dont l'une (& même dans ce cas-ci la plus générale) n'a pas besoin du calcul intégral; telles sont les équations précédentes $x dy dx - dy^2 = y dx^2 - dy dx$ à laquelle $4y = xx + 2x + 1$ & $2ax - 2x = -4y + 1 - aa$ satisfont également, & $ady^2 + x dy^2 - y dy dx = x dx dy - y dx^2$ qui donne pour solutions $\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y} = \sqrt{4a}$ & $bby - 2bx + 2by = -4a$.

En général $\frac{d(\Phi xy)}{\Phi xy} =$ à une fonction quelconque de x, y, dx, dy , seroit de cette nature; intégrée, elle donneroit une équation, & sans aucune intégration $\Phi xy = 0$ seroit l'autre.

Il y a encore d'autres Problemes où cette singularité se rencontre, mais ce seroit sortir de l'objet de ce Mémoire que de s'étendre davantage là-dessus. Je réserve un plus long détail pour un autre Mémoire.

EXEMPLE I.

Supposons que la courbe EC devienne la ligne droite ACP pour avoir les courbes MON , autour desquelles faisant glisser l'équerre MCM , le sommet C de cette équerre soit toujours dans la droite PQ , il faudra faire



évanouir la quantité Φu , & par conséquent aussi Σu dans les équations précédentes F & G , parce que cette valeur exprimoit l'ordonnée BC qui est devenuë nulle, les équations

se réduiront à $x = \frac{\Pi u}{\Delta u} + u$ & $y = \frac{(\Pi u)^2}{\Delta u}$, dans lesquelles substituant pour Πu quelque'une des fonctions exprimée généralement par $\Phi u \pm \sqrt{(1 + \Phi u)^2}$ que nous avons trouvé précédemment ; & pour Δu , la différence de cette quantité dont on a ôté le du , on aura deux équations, d'où ayant chassé u , il en viendra une en x & y qui exprimera une courbe qui aura la propriété demandée.

De cette manière les formules F & G deviendront, en supposant que $du \Xi u$ soit la différence de Φu ,

$$x = \frac{u \Xi u \pm \sqrt{[1 + (\Phi u)^2]}}{\Xi u} \quad \& \quad y = [\Phi u \pm \sqrt{(1 + (\Phi u)^2)}] \times \pm \frac{\sqrt{[1 + (\Phi u)^2]}}{\Xi u}$$

qui détermineront une des courbes cherchées aussi-tôt que l'on aura mis pour Φu une fonction de u quelconque, & pour Ξu la différence dont on aura ôté du . En prenant le signe $+$, on aura la branche touchée par un côté de l'équerre, & en prenant le signe $-$, ce sera l'autre. Mais en faisant évanouir u , on aura l'équation en x & en y qui exprimera toute la courbe entière.

Que Φu soit simplement u , les équations deviendront $x = u \pm \sqrt{(1 + uu)}$ & $y = [u \pm \sqrt{(1 + uu)}] \times \sqrt{(1 + uu)}$.

On tire de la première $u = \frac{xx-1}{2x}$, qui étant substituée dans la seconde, donnera $y = \frac{xx+1}{2}$ qui exprime une parabole dont la directrice est AC & le sommet O distant de la directrice de $\frac{1}{2}$.

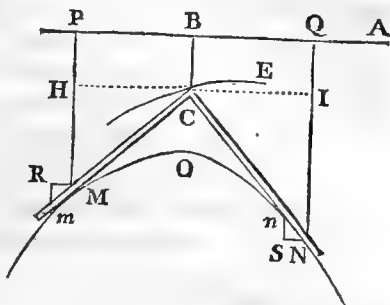
Si l'on fait $\Phi u = uu$, & par conséquent $\Xi u = 2u$, on aura $x = \frac{2uu \pm \sqrt{(1 + u^4)}}{2u}$ & $y = [uu \pm \sqrt{(1 + u^4)}] \times \frac{\sqrt{(1 + u^4)}}{2u} = \frac{uu \sqrt{(1 + u^4)} + 1 + u^4}{2u}$; d'où faisant évanouir u , on aura l'équation d'une autre courbe qui satisfait au Probleme, & ainsi des autres.

EXEMPLE II.

Soit pris pour la courbe EC , une parabole dont l'axe soit AP , le sommet A , & le parametre $1, \Phi u$ sera égale à uu , & Ξu à $2u$; ainsi mettant ces valeurs dans les équations F & G , elles deviendront

$$x = \frac{\Pi u + u \Delta u - 2u}{\Delta u} \quad \&$$

$y = \frac{(\Pi u)^2 - 2u \Pi u + uu \Delta u}{\Delta u}$ dans lesquelles il n'y a plus qu'à mettre pour Πu quelque'une des fonctions exprimées par $\Xi u \pm \sqrt{1 + (\Xi u)^2}$. Je me servirai encore de $u + \sqrt{1 + uu}$ qui donne $\Delta u = \frac{u + \sqrt{1 + uu}}{\sqrt{1 + uu}}$, & qui change par conséquent les équations précédentes en $x = \frac{1 + 2uu}{u + \sqrt{1 + uu}}$ & $y = 1 + 2uu - u\sqrt{1 + uu}$, d'où faisant évanouir u , on aura une équation entre x & y qui sera celle d'une courbe autour de laquelle faisant glisser une équerre, le sommet est toujours dans une parabole. On en trouvera une infinité d'autres, en mettant à la place de Πu d'autres fonctions renfermées dans l'expression générale $\Xi u + \sqrt{1 + (\Xi u)^2}$.



RECHERCHES SUR LE TOUR.

PREMIER MÉMOIRE.

Par M. DE LA CONDAMINE.

*Description & Usage d'une Machine qui imite
les mouvements du Tour.*8 Juillet
1733.

LE Tour semble n'avoir été imaginé que pour donner une parfaite rondeur aux ouvrages auxquels cette forme pourroit convenir. Cette Machine en fournit un moyen sûr & commode.

Mais ce qui a passé d'abord pour le chef-d'œuvre de l'Art, est devenu bientôt une pratique ordinaire & commune. Toute l'adresse & l'industrie des Artistes ne s'est presque employée depuis qu'à s'éloigner de plus en plus dans les ouvrages du Tour, de la forme circulaire qui avoit été le but de l'inventeur dans la première découverte.

Le Tour a été porté depuis un siècle, & sur-tout de nos jours, à une grande perfection. Nous avons des ouvrages qu'on a peine à concevoir que le Tour puisse exécuter, mais qu'on imagine encore moins qui aient pû se faire sans le secours du Tour. Plusieurs ouvriers habiles & divers particuliers qui se sont appliqués à cette ingénieuse mécanique, ont trouvé en différents temps le secret de faire sur le Tour des choses nouvelles & singulières*, mais la plupart tenoient leur pratique secrète, dans la vûe de faire plus admirer ou rechercher leurs ouvrages.

* Voyez la Description du Cabinet de M. Grollier de Servières.

Le P. Plumier, Minime, publia en 1701 son Livre de *l'Art de Tourner*, dans lequel il révéla les plus secrets mystères de cet art, ou du moins donna des moyens d'exécuter ce qu'on avoit vû de plus singulier dans ce genre. C'est le seul Auteur François, venu à ma connoissance, qui ait approfondi cette

cette matière, & qui soit entré dans un aussi grand détail sur les usages du Tour simple & du Tour figuré. Je ne parle point de ce que M. de la Hire a donné en 1719 dans les Mémoires de l'Acad. qui ne peut être d'usage que pour le cas particulier des Polygones à pans droits auquel il s'est borné.

La construction & l'usage du Tour sont assés connus, surtout aujourd'hui qu'il est devenu un amusement à la mode. Cependant en faveur de ceux à qui la mécanique du Tour n'est pas bien familière, on rappellera en peu de mots ce qui est nécessaire pour l'intelligence de ce Mémoire.

On appelle *Tour simple*, celui qui ne sert qu'à tourner en rond. Le *Tour figuré* est celui dont on se sert pour tourner toute autre figure que le Cercle. Je ne parle point du *Tour ovale*, qui a la construction particulière, quoiqu'on puisse tourner un ovale quelconque avec le seul secours du Tour figuré.

La principale pièce qui caractérise le Tour figuré, est celle qu'on nomme la *Rosette*; c'est elle seule qui fournit le moyen de tracer les différentes figures qu'on peut donner aux ouvrages du Tour; sans elle, avec tout le reste de l'appareil du Tour figuré, on ne pourroit décrire que des Cercles.

La Rosette, comme on sçait, est un morceau de fer plat de trois ou quatre lignes d'épaisseur à peu-près, & d'environ deux ou trois pouces de diamètre. Son contour est ordinairement à pans, tantôt simples, tantôt ondés ou goderonnés. Il peut y en avoir d'une infinité de figures différentes suivant le goût & la fantaisie de l'ouvrier.

Cette Rosette est percée dans son centre d'un trou quarré, l'arbre du Tour est aussi équarri pour la recevoir & lui servir d'essieu. La Rosette ainsi ajustée, tourne avec l'arbre, & le bord de la Rosette, en tournant, rencontre une pointe de fer mouffe, qu'on appelle *Touche**. Cette Touche est fixe &

* La Touche, pour une plus grande commodité dans l'exécution, est ordinairement garnie d'une Roulette; mais pour ne point trop compliquer cette description, on suppose, quant à présent, la Touche simple, & ne portant sur la Rosette qu'en un point, comme lorsqu'elle est taillée en coin, ce qui se pratique aussi quelquefois.

immobile, mais l'arbre qui porte la Rosette peut se mouvoir parallèlement à lui-même, & par conséquent s'approcher & s'éloigner de la Touche contre laquelle il est continuellement pressé par un ressort disposé pour cela.

Ainsi tandis que la Rosette tourne, elle porte toujours par son côté sur la Touche, y étant contrainte par la force du ressort ; le centre de la Rosette s'approche donc ou s'éloigne de la Touche selon que le permettent les inégalités du contour de cette Rosette, qui présente successivement tous ses points à la Touche. Par la même raison, le centre de la pièce qu'on travaille qui est ajustée & centrée comme la Rosette, mais à l'autre extrémité de l'arbre, s'approchera & s'éloignera de la pointe de l'outil qu'on lui présente, à mesure que la Rosette s'approchera ou s'éloignera de la Touche ; l'outil mordra donc sur la pièce, tantôt plus près & tantôt plus loin de son centre, & par conséquent tracera sur la pièce un contour dépendant de celui de la Rosette.

On ne parle point d'un autre mouvement qu'on peut procurer à l'arbre du Tour dans la direction de son axe, & qui sert à pratiquer des creux & des reliefs sur l'ouvrage. Il n'est ici question que des contours qu'on peut tracer sur une surface plane.

Au premier coup d'œil on pourroit être tenté de croire que la même Rosette ne peut produire qu'une même figure ; jusqu'à présent les Tourneurs n'ont été guère plus loin, du moins on peut dire qu'avec la même Rosette ils tracent à peine deux contours vraiment différents, l'un à peu-près semblable à celui de la Rosette, l'autre qui est, pour ainsi dire, la contre-partie du premier.

Le premier dessein semblable ou presque semblable au contour de la Rosette, est l'effet de la Touche placée du même côté de l'arbre que l'outil, parce que dans cette situation l'arbre par son mouvement de parallélisme s'approche & s'éloigne de l'outil & de la Touche en même temps. L'autre dessein est l'effet de la Touche placée à l'opposite de l'outil, de l'autre côté de l'arbre, parce qu'alors l'arbre

s'éloigne de l'outil quand il s'approche de la Touche, & réciproquement ; ce qui doit nécessairement changer les arcs concaves de la Rosette en convexes sur la pièce, & les convexes en concaves. Voilà, à peu de chose près, jusqu'où s'étend la pratique des ouvriers, & le P. Plumier lui-même, qui a rassemblé dans son Livre tout ce qu'il a recueilli chés les plus habiles Tourneurs, & ce que sa propre expérience lui a fourni, n'en dit pas davantage.

Mais en y regardant d'un peu plus près, on découvrira que la même Rosette peut donner un très-grand nombre de contours différents ; que ce n'est que dans un cas unique que le contour tracé est parfaitement semblable à la Rosette, & qu'alors il lui est aussi égal ; enfin que quelques Rosettes fort simples donnent en certains cas des figures fort bizarres, comme des courbes nouées & entrelacées, choses inouïes chés les Tourneurs.

Il seroit donc utile de connoître les différents contours que peut produire la même Rosette, & jusqu'où peut s'étendre leur variété, en un mot, de sçavoir, une rosette étant donnée, tout le parti qu'on en peut tirer. Ce n'est pas encore tout : avec un grand nombre de Rosettes différentes, & une connoissance exacte de tous leurs effets possibles, on ne seroit pas plus avancé, si on avoit à tracer quelque figure qui ne pût être produite par aucune des Rosettes dont on connoîtroit la capacité.

Il est vrai que comme l'on sçait qu'il y a un cas où la Rosette & la figure sont semblables & égales, on pourroit quelquefois réussir, en employant pour Rosette la figure même qu'on veut tracer, mais le plus souvent la figure proposée seroit peu commode, pour les raisons que nous dirons ailleurs, & quelquefois aussi il seroit impossible d'en faire usage ; par exemple, si le trait de la figure étoit entrelacé, comme dans celles qui ont des nœuds, qui peuvent cependant souvent être produites par le moyen d'une Rosette à simple contour.

Il ne suffit donc pas de pouvoir connoître tous les effets

possibles d'une Rosette proposée. Pour n'être jamais arrêté, il faudroit avoir encore le moyen de trouver toutes les Rosettes possibles qui peuvent produire la figure que l'on peut tracer ; car alors parmi toutes ces Rosettes on seroit en état de choisir la plus convenable pour la facilité de l'exécution. J'avois entendu parler d'une Machine que son

* M. Gram-
mare, Presid.
au Gren. à Sel
de Harfleur.

Inventeur * tenoit fort secrette, & qui servoit, disoit-on, à l'un & à l'autre de ces deux usages ; premièrement, une Rosette étant donnée, à connoître toutes les figures qu'elle peut décrire ; secondement, un contour étant donné, à trouver toutes les Rosettes qui peuvent servir à tracer ce contour. J'ai cherché quelle pouvoit être la Machine qui produisoit ces deux effets, en voici une que j'ai imaginée.

M. du Fay, par qui j'ai été invité & encouragé à faire cette recherche, a aussi travaillé à deviner ou à remplacer la Machine mystérieuse. Je compte que le plus grand mérite de celles que j'ai à proposer est le rapport qu'elles ont avec celle de M. du Fay, qui depuis a abandonné ce travail. C'est en 1729 que je présentai à l'Académie, dont je n'avois pas encore l'honneur d'être Membre, mon premier essai sur cette

* V. l'Hijst.
de l'Ac. 1729.
p. 91.

matière * sur laquelle j'ai fait depuis de nouvelles réflexions. J'ai attendu, pour en parler dans nos Mémoires, que je pusse y joindre l'examen géométrique de la nature des Courbes du Tour, qui n'étoit alors qu'ébauché. C'est le sujet d'un second Mémoire, qu'on trouvera dans ce même volume.

Par la mécanique du Tour figuré que nous venons d'expliquer, on conçoit que l'arbre du Tour a deux mouvements : premièrement, il se meut circulairement sur son axe, c'est ce qu'il a de commun avec l'arbre du Tour simple ; & de plus il se meut horizontalement en ligne droite pour s'approcher ou s'éloigner de la Touche, selon que l'exigent les éminences ou les creux du contour de la Rosette, & c'est en quoi le Tour simple differe du Tour figuré.

Si l'arbre du Tour figuré n'avoit de mouvement que sur son axe, & qu'au défaut du mouvement horizontal de l'arbre qui sert à l'approcher & à l'éloigner de la Touche, la Touche

y suppléât en s'approchant ou s'éloignant elle-même du centre de la Rosette pour suivre les inégalités de son contour, il est aisé de voir que l'effet seroit absolument le même, puisqu'il importe peu que l'arbre s'approche de la Touche, ou que la Touche s'approche de l'arbre, pourvû que dans le cas de la Touche mobile, la pointe de l'outil ait le même mouvement que la Touche, & s'approche ou s'éloigne du centre de l'ouvrage à mesure que la Touche s'approchera ou s'éloignera du centre de la Rosette, & c'est précisément l'effet de la Machine dont voici la construction.

Un mouvement de Pendule à ressort caché par les platines *AAA, BBBB*, & dont le rouage se voit marqué *Fig. x.* Planche III.
Fig. x.
fait lui seul toutes les opérations, après avoir préparé dessus les pièces convenables; *C* (*Fig. I.*) est l'arbre du remontoir, Planche I.
Fig. I.
D est l'encliquetage, *EF* est une détente qui retient le volant *G*. Cette détente étant levée, laisse le volant libre, & par conséquent le rouage qui tourne de toute la force dont le ressort est capable. L'arbre du pignon que le barillet fait mouvoir, est prolongé de part & d'autre au dehors des platines; l'extrémité *I* d'un côté (*Fig. I.*) porte une pièce plate *H* qui représente la Rosette du Tour qu'on suppose ici quarrée, & de l'autre côté (*Fig. VI.*) le tambour *IL*; l'un & l'autre étant fixes à cet arbre, sont nécessairement entraînés par les révolutions du pignon. La petite pièce *M* (*Fig. I.*) qui porte sur les bords de la Rosette, est ce qui tient ici lieu de la touche du Tour, la partie qui frotte est taillée en couteau. Cette touche qui tient à la pièce *ON* se peut ôter quand l'on veut, pour substituer à sa place une autre touche plate que l'on fixe sur le quarré *K*, & dont on parlera dans la suite. La pièce *ON* est attachée par deux vis sur une seconde pièce pareille unie à deux montants *PQ, RS*, qui glissent librement dans les quatre tenons *Z*. Ces pièces & ces montants servent à contenir & à empêcher de balotter la touche *M* qui hausse & baisse alternativement suivant que la Rosette *H*, tournant sur son centre, présente ses angles ou ses pans, il est clair que les angles de la Rosette souleveront

Planche I.
Fig. I.

la touche *M*, en la repoussant en haut avec la pièce *ON* & les montants *PQ*, *RS*. Le tout tend à descendre non seulement par son propre poids, mais encore par le moyen d'un petit barillet *T* adapté sur la platine derrière la Rosette, & d'un fil roulé sur le barillet & attaché à la petite fiche *g*, en sorte que la touche porte toujours sur les bords de la Rosette dans toutes les situations. A cette même pièce *ON* est encore fixée une espece de broche ou tringle plate *VV*, qui traverse le mouvement, & qui monte & descend avec la touche dans les deux rainures *LL* des deux platines. Cette tringle a son autre extrémité coudée & marquée par les lettres *VXY* (Fig. VI.). C'est à cette extrémité *Y* que l'on ajuste le crayon *a*, *b*, *c*, *d*, qui représente l'outil, & qui trace la figure sur le plan *IL*. Le crayon peut se placer dans différents points, à droite, à gauche, haut & bas, par le moyen des rainures faites dans le milieu des bras *a*, *b*, *f*, *c*, qui glissent l'un sur l'autre, & qu'on arrête fixement où l'on veut avec la vis *e*.

Planche II.
Fig. VI.

Fg est un crochet sous lequel est un ressort *r* qui repousse toujours le crochet en avant; ce crochet est mobile sur son point d'appui *f*, à peu-près aux trois quarts de sa longueur; son autre bout caché derrière le tambour *IL* porte une dent qui traverse la platine, & arrête une rouë qui tient à l'arbre du pignon pour le fixer quand il a fait une révolution entière, sans quoi le même contour se répéteroit à chaque révolution du tambour, & le crayon repasseroit sans cesse sur le même trait. Lorsqu'on voudra faire agir la Machine, on observera de dégager la dent, en pesant sur le bout *g*, après qu'on aura détourné la détente *E* qui est à la platine opposée (Fig. I.) & qui retient le volant *G*.

Le tambour *IL* est mobile sur une plaque ronde *HK* fermement attachée sur la platine par deux vis, l'une en *p*, & l'autre du côté opposé vers *f*. Le bord de cette plaque représenté à part (Fig. VIII.) & plus distinctement, est divisé en parties égales, en faisant répondre l'alhidade *M* à chaque tour du tambour sur différentes divisions également distantes.

Fig. VIII.

Le même dessein se répète en se croisant sous tel angle qu'on veut, ce qui forme des traits entrelacés & symétriques qui peuvent faire un effet agréable à la vûe.

La seconde Planche contient le développement des parties de la Machine.

ABC (Fig. VII.) est le porte-crayon avec ses coulisses & sa douille *BC* dans laquelle entre la tringle ou broche plate *YXVV*, qui d'un côté tient la touche *M* qui lui est attachée par des vis *ON*, & de l'autre le crayon *A*. Elle porte aussi un bout de tringle quarrée *K* dont l'usage sera expliqué. Planche II.
Fig. VII.

KH (Fig. VIII.) est le cercle dont on a parlé, divisé & fixé sur la platine. C'est sur ce cercle que tourne le tambour *IL*, dans l'épaisseur duquel sont plusieurs cartons ou papiers sur lesquels la figure se trace. On enlève ces papiers l'un après l'autre avec la pointe d'une épingle, chaque fois qu'on veut changer de dessein, ou répéter le même sur un autre papier. On taille tous ces papiers à la fois avec un emporte-pièce. Fig. VIII.

M est l'alhidade mobile sur les divisions du cercle *KH*.

N est le canon qui tourne sur l'effieu du cercle mobile.

OP (Fig. IX.) est un cercle de cuivre plein, coupé dans son milieu par deux rainures disposées à angle droit, & sur lequel est une petite pièce *QR* mobile au point *R*, qui s'ajuste le long des côtés des rainures *R, K, R, Z*, pour tirer des lignes qui se croisent à angle droit dans le centre du papier sur lequel on veut tracer une figure. Ces deux lignes, l'une verticale, l'autre horizontale, servent à prendre les dimensions pour placer le crayon dans les dispositions convenables; pour cet effet, on fait entrer la douille *bc*, adhérente au cercle de cuivre, à la place de la pareille pièce *BC* du porte-crayon, sur la pièce *YX* disposée pour la recevoir. Fig. IX.

STV (Fig. II.) est un assemblage de trois pièces qu'on adapte sur le quarré *K* de la Fig. I. On fait entrer ce quarré dans l'ouverture *E*, dans laquelle on l'arrête par le moyen de la vis *O*. Planche I.
Fig. II.

Planche I.
Fig. II.

Si l'on veut voir les effets de la touche plate TS , on détache le côté SV & l'arc VT , en lâchant l'écrou T , & on fait porter la plaque TS à plat sur les côtés de la Rosette; si on veut une touche plate inclinée, on remet en place l'assemblage TV , VS , au moyen de la vis T , & des deux pointes qui entrent dans les deux trous S , l'on incline plus ou moins VS sur TS , à l'aide de la vis T , mobile dans la rainure de l'arc VT .

On voit que les mouvements de cette Machine sont absolument équivalents à ceux du Tour. L'arbre du Tour qui porte la Rosette & l'ouvrage, tourne sur lui-même, ce que fait dans la Machine l'essieu qui porte la plaque & le tambour. Toute la différence consiste en ce que dans le Tour l'arbre a un second mouvement parallèlement à lui-même, qui lui permet de s'approcher & de s'éloigner de l'outil & de la touche, l'un & l'autre fixes, au lieu que dans la Machine, c'est la tringle, portant à ses deux bouts la touche & le crayon, qui se meut parallèlement à elle-même & à l'essieu qui représente l'arbre, & qui porte la plaque & le tambour. Il a été plus simple & plus commode, dans une machine d'Horlogerie, de laisser fixe le pivot qui porte les rouës, & de transporter dans la tringle le mouvement de parallélisme, du reste il est clair que cela revient au même.

Il faut encore observer que le mouvement de parallélisme se fait d'ordinaire horizontalement sur le Tour, au lieu qu'il a paru plus commode de l'exécuter verticalement dans la Machine, ce qui ne change rien à l'effet.

Planche II.
Fig. VII.

On a fait faire (*Fig. VII.*) un coude en X à la tringle mobile pour faire approcher plus près du centre le bout M qui porte sur la Rosette, sans être obligé de rendre les Rosettes plus grandes. Ce coude n'empêche pas que la tringle ne se meuve parallèlement, & il n'apporte aucun changement essentiel à la construction de la Machine, il en résulte seulement une plus grande commodité en plusieurs cas.

On se servira indifféremment dans ce Mémoire du mot d'*outil* ou de *crayon*, puisque le crayon représente ici l'outil.
du

du Tour, par la même raison on entendra la même chose par l'extrémité de la tringle mobile que par le terme de *touche*.

Le premier usage de cette Machine, & celui qui se présente d'abord, est de trouver par son moyen quelles sont les différentes figures qu'on peut faire tracer à l'outil avec la même Rosette, ce qui est très-facile à exécuter, dès qu'on a en cuivre ou en fer un modele de la Rosette qu'on veut essayer ; car ayant placé & assujetti ce modele, ou cette plaque de cuivre, comme nous avons dit, à une des extrémités *I* (Fig. 1.) de l'arbre du grand pignon, le crayon ajusté à l'autre extrémité *a* (Fig. VI.) qui par le moyen des rainures *ae, fc*, peut se placer dans tous les points différents du papier, tracera dans toutes les différentes positions qu'il peut recevoir, tous les desseins possibles que peut fournir la Rosette donnée, & cela dans la dernière précision, si la Machine est bien faite.

On est surpris de l'extrême différence qui se trouve entre certaines figures produites par la même Rosette ; peut-être aussi paroîtra-t-il singulier que ce soient d'ordinaire les Rosettes les plus simples qui donnent les figures les plus bizarres. Il est certain, du moins, que les Rosettes qui ont un grand nombre de côtés, ne produisent dans aucun cas des desseins aussi différents d'elles-mêmes, qu'une Rosette simplement triangulaire ou quarrée, & cela doit être ainsi.

Pour en rendre la raison plus sensible, & en même temps pour donner quelqu'idée de ce premier usage de la Machine, nous allons examiner ses effets dans quelques cas particuliers, résultants des différentes positions du crayon ; & afin de rendre la chose plus simple, nous prendrons d'abord pour exemple la Rosette quarrée, telle que nous l'avons proposée dans la description de la Machine.

Dans toutes les figures suivantes, on suppose les plans paralleles de la Rosette & du dessein projetés l'un sur l'autre, le centre de la Rosette & celui de la figure seront par conséquent le même point *C* (Fig. 1.) ; le trait ponctué marquera le contour de la Rosette, l'autre trait marquera le

Planche III.
Fig. 1.

dessin qui résulte de cette position, *T* le point de la Rosette où porte la touche, & *O* le point du papier où le crayon répond au même instant.

Planche III.
Fig. 1.

Si on place le crayon *O* au dessus du centre *C*, & à la même distance de l'axe que la touche *T*, c'est-à-dire, à l'endroit même où seroit l'autre bout de la tringle, si elle n'étoit pas coudée, il est clair qu'il tracera alors une figure égale & semblable à la Rosette, puisque la tringle se meut parallèlement à elle-même, & qu'ainsi ses deux extrémités doivent faire le même chemin ; par conséquent l'une des deux ne quittant jamais le contour de la Rosette, l'autre doit tracer sur le plan qu'elle rencontre une figure égale & semblable à la Rosette. Ici le dessin & le contour de la Rosette étant semblables, le trait plein & le trait ponctué se confondent en un seul.

Ainsi, par exemple, dans la position du crayon que nous venons d'examiner, une Rosette quarrée fera tracer au crayon un trait quarré de même grandeur. C'est-là ce cas unique & le plus simple de tous dont on a déjà parlé, où la figure tracée est toujours égale & semblable au contour de la Rosette ; mais pour peu qu'on écarte le crayon de ce point, & qu'on le place ailleurs, la figure tracée ne fera plus un quarré, & chaque position du crayon causera de grandes variations dans la figure.

On peut distinguer toutes les diverses positions du crayon en deux especes différentes. L'une, lorsque le crayon est placé dans l'alignement de la rainure où glisse la tringle mobile, c'est-à-dire, lorsque la touche *T*, le centre *C* & le crayon *O* sont dans la même ligne, qui est posée verticalement dans la Machine. L'autre, lorsque le crayon *O* est hors de cet alignement. J'appelle les premières *positions directes*, & les dernières *positions obliques*. Commençons par la première espece.

Quoiqu'il y ait autant de positions directes du crayon qu'il y a de points dans l'alignement dont nous venons de parler, on peut cependant considérer sept positions qui renferment

toutes les autres, & qui produisent les effets les plus différents. La première est celle dont le crayon copie exactement le contour de la Rosette; c'est celle dont nous venons de parler.

Si on éloigne le crayon du centre en droite ligne au de-là du point où il étoit fixé dans la position précédente, mais toujours en de-çà du centre, il tracera une figure plus grande que la Rosette, dont les quatre côtés seront bombés ou légèrement cintrés dans leur milieu, la convexité en dehors de la figure. C'est l'effet de la seconde position.

Planche III.
Fig. 2.

La troisième est celle où le crayon sera plus près du centre que la touche, mais de telle sorte qu'en descendant à son plus bas, le crayon ne puisse qu'approcher du centre sans y atteindre. En ce cas la figure tracée sera, à la vérité, quadrangulaire, mais ses côtés seront des lignes concaves par dehors qui s'approcheront du centre dans leur milieu, plus le crayon sera posé près du centre, pourvu que ce soit toujours en de-çà, en sorte que la concavité deviendra un angle rentrant qui approchera à la fin de l'angle droit.

Fig. 3.

Quatrième position. Si le crayon est dans la même ligne au de-là du centre, mais à telle distance qu'en montant à son plus haut point, il ne puisse qu'approcher du centre sans pouvoir y atteindre, il tracera encore une figure quadrangulaire, mais dont les angles seront rentrants, & les côtés, quatre arcs convexes par dehors, & dont la convexité sera d'autant plus grande, que le crayon aura été placé plus près du centre, mais toujours au de-là. Il faut remarquer que ce sont ici les angles de la Rosette qui sont les angles rentrants de la figure, au lieu que dans la précédente ils sont produits par le milieu des côtés de la Rosette.

Fig. 4.

Entre les deux positions précédentes du crayon, il y en a une moyenne, qui est de le placer sur le centre même du tambour, mais il peut y être placé dans trois cas différents, car comme les angles & les côtés de la Rosette font hausser & baisser alternativement le crayon porté par la tringle, le centre peut être rencontré par le crayon, 1.° Quand le

crayon est au point le plus bas où il puisse descendre, & c'est l'instant où la touche est sur le milieu du côté de la Rosette. 2.^o Lorsque le crayon est au point le plus haut où il puisse monter, ce qui arrive lorsque la touche porte sur l'angle de la Rosette. Enfin, & c'est le troisième cas, le crayon peut rencontrer le centre dans sa route, je veux dire en passant du point le plus haut où il monte, au plus bas où il descende, la touche portant entre l'angle & le milieu du côté. Ces trois positions donnent encore trois figures différentes.

Planche IV.

Fig. 5.

Dans le premier cas, les quatre côtés de la figure qui n'étoient que concaves, quand le crayon ne descendoit pas jusqu'au centre du dessin, se réunissent & se confondent par leurs milieux en un seul point dans le centre, alors la figure tracée ressemblera à quatre feuilles oblongues disposées en sautoir : c'est l'effet de la cinquième position directe du crayon.

Fig. 6.

Dans le second cas, ce ne seront pas les milieux des côtés, mais les quatre angles rentrants de la *Figure 4*, qui se réuniront au centre dans un seul point; les quatre côtés seront parvenus à leur plus grande convexité, & la figure ressemblera à un trefle à quatre feuilles disposées en croix. Tel est l'effet de la sixième position directe.

Fig. 7.

Enfin, & c'est la dernière des sept positions directes, si le crayon ne rencontre le centre ni au plus haut point, ni au plus bas de la ligne droite qu'il parcourt, mais en passant de l'un à l'autre, comme alors il monte au dessus du centre, & qu'il descend au dessous, il rassemble les deux cas précédents, aussi décrit-il les deux figures précédentes qui se croisent, de telle sorte que les quatre feuilles oblongues en sautoir de la première se trouvent placées dans les intervalles des quatre feuilles en croix du trefle de la seconde, & que le crayon trace les deux sortes de feuilles alternativement une à une jusqu'à ce que toute la figure composée des huit feuilles soit entièrement tracée.

Si le crayon fait plus de chemin au dessous du centre

qu'au dessus, les feuilles du trefle seront plus hautes que les feuilles oblongues, & s'il en fait plus au dessus qu'au dessous, les feuilles du trefle seront les plus petites.

Enfin, si le crayon rencontre le centre précisément à moitié chemin, les deux especes de feuilles seront de même hauteur; mais soit qu'il rencontre le centre à moitié chemin ou non, toutes les fois que la figure aura huit feuilles, les hauteurs des deux différentes feuilles, prises ensemble, seront égales à la hauteur que l'une ou l'autre feuille auroit eue séparément dans les deux positions précédentes où la figure n'avoit que quatre feuilles, au lieu de huit.

Ce sont-là les principales positions du crayon qui renferment toutes celles que j'ai nommées directes, c'est-à-dire, toutes celles où le crayon est placé dans l'alignement de la rainure où glisse la tringle, soit en de-çà, soit au de-là du centre. Il nous reste à examiner les positions obliques du crayon, qui sont celles où il est hors de cet alignement, soit à droite, soit à gauche, en de-çà, en de-là, ou au niveau du centre; mais pour désigner exactement ces situations du crayon, il est à propos de définir quelques termes.

Il est indifférent que la rainure où glisse la tringle mobile, ait une direction plutôt qu'une autre, il suffit que son alignement tende au centre; mais dans la Machine, telle qu'elle est construite, cette rainure est verticale, ainsi l'alignement de la rainure ou le diamètre vertical seront deux termes synonymes dans ce Mémoire; j'appellerai la ligne qui coupe à angles droits cette perpendiculaire, en passant par le centre du tambour, le *diamètre horizontal* ou le *niveau du centre*. C'est par rapport à ces deux lignes seulement que l'on peut désigner les positions obliques du crayon dans lesquelles le crayon ne se meut plus dans le diamètre vertical comme dans les positions directes, mais parallèlement au diamètre vertical, ce qui fait qu'il ne rencontre plus jamais le centre, mais seulement le niveau du centre, ou le diamètre horizontal.

La plupart des nouvelles figures que donnent les positions obliques du crayon auront quelque rapport aux précédentes,

mais elles auront une inflexion de côté ou d'autre, selon que le crayon sera à droite ou à gauche du diametre vertical. Par exemple,

Planche IV.
Fig. 8.

Si le crayon est placé hors du diametre vertical, en sorte qu'il ne puisse pas descendre jusqu'au diametre horisontal, les côtés de la figure ne seront plus concaves dans le milieu des deux angles, comme *Figure 3*, mais leur concavité sera plus près de l'un des deux, suivant le différent côté où sera placé le crayon.

Si le crayon est fort près du centre, les quatre côtés de la figure ressembleront à des dents de rochet, & tout le reste étant égal, le biais sera d'autant plus sensible que le crayon sera plus écarté du diametre vertical, & l'angle d'autant plus aigu que le crayon sera plus voisin du diametre horisontal, ce qui est commun à toutes les figures obliques.

Les trois contours de la *Figure 8* répondent aux différentes distances du crayon au centre toujours dans ce même cas.

Cette figure est l'effet de la première position oblique du crayon, & répond à la troisième position directe. Les figures qui résultent des deux autres positions obliques qui répondent à la première & seconde position directe, ne diffèrent pas assés du trait extérieur de cette dernière figure pour en faire une particulière.

Fig. 9.

Si le crayon est placé au de-là du centre hors de l'alignement de la rainure, mais de telle sorte qu'il ne puisse jamais remonter au niveau du centre, c'est-à-dire, dans les mêmes circonstances où il traçoit dans la position directe la figure régulière à quatre côtés convexes (*Fig. 4.*); la figure sera composée de quatre goderons d'autant plus inclinés que le crayon sera plus écarté du diametre vertical, & d'autant plus sensibles qu'il sera plus près du diametre horisontal. En approchant le crayon du centre, les goderons se fermeront, & deviendront des boucles.

Nous n'entrerons pas dans le même détail à l'égard des autres positions obliques; les figures où seront marquées dans chaque cas les positions respectives de la touche ou de l'outil, suffiront pour voir l'effet de chaque position.

Les positions obliques (*Fig. 10. & 11.*) qui répondent à la cinquième & fixième position directe sont peu différentes des deux précédentes huit & neuf ; elles ont seulement leurs angles & leurs goderons plus aigus & plus marqués, par la raison déjà alléguée, que dans celles-ci le crayon est plus près du diamètre horizontal, puisqu'il l'atteint dans l'une & dans l'autre.

Planche IV.
Fig. 10.
& 11.

La cinquième & dernière position oblique est celle où le crayon fait une partie de son chemin au dessus & l'autre au dessous du diamètre horizontal. Elle répond à la septième position directe. Au lieu de la figure à huit feuilles de la première, celle-ci produit une figure à huit boucles, de hauteur égale, entrelacées deux à deux, qui forment quatre nœuds ou lacis, & fait ressembler la figure entière à cet ornement de blason qu'on nomme *cordelière*. On a remarqué dans la position directe, correspondante à celle-ci, que les deux espèces de feuilles dont elle est composée, n'étoient égales que lorsque le crayon faisoit également de chemin au dessus & au dessous du centre ; cette analogie se conserve dans la position oblique correspondante, & la figure dont on vient de parler n'est tracée que lorsque le crayon fait également de chemin au dessus & au dessous du diamètre horizontal, autrement les proportions de la figure changent ; & si le crayon fait plus de chemin au dessus qu'au dessous, on aura l'un des traits de la *Figure 13*, selon que le crayon, à distance égale du diamètre horizontal, sera plus ou moins éloigné du diamètre vertical ; si au contraire le crayon fait plus de chemin au dessous qu'au dessus de l'horizontal, l'on aura l'un des traits de la *Figure 14*.

Fig. 12.

Fig. 13.

Planche V.
Fig. 14.

Ces trois dernières figures ne sont bien sensibles que lorsque le crayon est fort près du diamètre vertical ; plus on l'en éloigne, quoiqu'on conserve la même distance au diamètre horizontal, plus les nœuds se rappetissent & se confondent avec le contour de la figure, en sorte qu'à une certaine distance du diamètre vertical, par exemple, à la longueur du rayon de la Rosette, les trois dernières positions

du crayon, au lieu de la figure précédente, en donnent une que l'œil ne distingueroit pas du cercle, tant elle en diffère peu sensiblement. Nous en verrons bien-tôt la raison.

Voilà quelles sont les principales figures que peut donner la Rosette quarrée; je dis les principales, parce que je n'ai parcouru que les positions du crayon les plus différentes entr'elles, & qu'entre les deux plus voisines de celles dont on a parlé, il y en a autant que de points où on peut placer le crayon; mais celles qui viennent d'être détaillées suffisent pour donner une idée des autres qui sont toutes comprises dans quelques-uns des cas que nous avons examinés, en sorte que quelque figure qu'on prenne qui fasse l'effet d'une Rosette quarrée, elle sera semblable ou à peu-près semblable à quelqu'une des précédentes, ou ne s'en éloignera que pour ressembler mieux à quelqu'autre de celles dont nous avons donné pareillement la description.

La diversité & la bizarrerie apparente de toutes ces figures n'est causée que par la différente combinaison des deux mouvements, droit & circulaire, de la Machine, qu'il faut avoir bien présents pour en démêler les effets compliqués. Le crayon porté à l'extrémité de la tringle mobile n'a que son mouvement en ligne droite, & ce mouvement se fait, ou dans l'alignement de la rainure, c'est-à-dire, dans le diamètre vertical, ou hors de cette ligne, mais parallèlement à elle: dans l'un ou dans l'autre cas le crayon ne fait que hausser & baisser alternativement, selon que les angles de la Rosette soulevent la tringle qui porte le crayon, ou que le ressort repousse la tringle sur les pans ou dans les creux de la Rosette. Par exemple, dans le cas de la Rosette quarrée, le crayon qui s'élève chaque fois qu'un angle passe, & qui se baisse ensuite, monte quatre fois, & descend autant de fois alternativement pendant une révolution de la Rosette, en parcourant à chaque fois un chemin égal en ligne droite; & comme les deux extrémités de cette ligne sont l'une le plus haut point, & l'autre le plus bas où descende le crayon, & qu'il n'est à son plus haut point que lorsque la touche porte sur
l'angle,

l'angle, & à son plus bas que lorsque la touche porte sur le milieu du côté, il s'ensuit que la mesure de cette ligne est la différence du plus grand au plus petit rayon de la Rosette, c'est-à-dire, si elle est quarrée, l'excès de la demi-diagonale sur la demi-hauteur. Si le tambour étoit immobile, le crayon allant & revenant sur ses pas, ne traceroit jamais que cette petite ligne droite : si le crayon au contraire étoit immobile, & que le tambour seulement se mût sur son centre, le crayon ne traceroit jamais qu'un cercle ; mais comme pendant que le crayon se meut, le tambour tourne, il s'ensuit que le crayon montant ou descendant en ligne droite, trace sur le tambour, mù circulairement, une ligne ordinairement courbe, composée de ces deux mouvements, & c'est cette courbe répétée autant de fois que la Rosette a de côtés, qui compose la figure tracée ; je dis une ligne ordinairement courbe, & on verra la raison de cette restriction.

Il est aisé d'appliquer à cette mécanique le principe ordinaire qui sert à expliquer les mouvements composés ; en examinant quelles sont à chaque instant les deux déterminations que reçoit le crayon ; car quoiqu'il n'ait réellement de mouvement que celui qu'il reçoit de la tringle en ligne droite, le mouvement circulaire du tambour fait, eu égard à la ligne tracée, le même effet que si le crayon, outre son mouvement direct, étoit lui-même emporté circulairement autour du tambour du sens opposé à celui dont le tambour se meut ; dans ce cas on conçoit qu'à chaque instant le crayon recevrait deux déterminations, l'une suivant une portion infiniment petite de la circonférence du cercle où il se trouve alors, & qu'il décrirait si son mouvement en ligne droite étoit suspendu, & ce petit côté peut être considéré comme une ligne droite ; l'autre suivant une partie infiniment petite de la ligne droite, suivant laquelle il monte ou il descend, il décrirait donc à chaque instant, pour satisfaire en même temps à ces deux impressions, la diagonale d'un petit parallélogramme dont ces deux petites lignes seroient les côtés, mais les côtés infiniment petits d'un cercle.

changent à chaque instant de direction. Donc quoique les petites portions de la ligne droite, le long de laquelle le crayon monte & descend, ayent la même direction, les diagonales résultantes de chacune d'elles, & de chaque petit côté correspondant du cercle ne doivent pas moins changer de direction à chaque instant; & par conséquent leur somme doit composer une courbe, à moins que la combinaison des deux mouvements, droit & circulaire, ne soit telle que les côtés des parallélogrammes composés des portions infiniment petites de la ligne droite parcourue par le crayon, & des portions infiniment petites de la circonférence où il passe successivement, ne suivent entre eux une même proportion d'accroissement ou de diminution, auquel cas toutes ces petites diagonales bout à bout l'une de l'autre, composeront une ligne droite. C'est ce qui arrive dans la position unique qui fait copier exactement au crayon le contour de la Rosette, & par conséquent décrire des lignes droites quand la Rosette est à pans droits; d'où il résulte un paradoxe assez singulier, qui est qu'un corps mù en ligne droite, & dont la trace sur un plan immobile seroit nécessairement une ligne droite, peut, sans changer de vitesse ni de direction, tracer aussi une droite sur un plan mù circulairement.

Un peu de méditation sur la position respective du crayon & de la touche, & sur la combinaison des deux mouvements, droit & circulaire, relativement à cette position, éclaircira toutes les difficultés qui peuvent se présenter à l'inspection des figures, & de leur extrême différence d'avec les Rosettes. Et il n'y aura aucun point de la courbe ou de la figure tracée, qu'on ne puisse assigner, en considérant quelle portion de son cercle le tambour a décrite pendant que le crayon est monté ou descendu en ligne droite d'une certaine quantité.

Nous n'entrons pas dans le détail qui seroit infini, nous nous contenterons d'indiquer une cause générale qui peut servir à rendre raison de ce qu'on a pû remarquer de plus bizarre & de plus singulier dans les figures que nous avons examinées.

Soit que le crayon soit près ou loin du centre, le tambour achève toujours sa révolution dans le même temps, par conséquent le grand cercle que traceroit le crayon, s'il étoit placé loin du centre, & que la machine n'eût que le mouvement circulaire, s'achèveroit dans le même temps que le petit cercle que traceroit le crayon dans la même supposition, s'il étoit plus près du centre, & cela quelque différence qu'il puisse y avoir de grandeur entre les rayons de ces deux cercles.

D'un autre côté, la ligne droite que parcourt le crayon, soit en montant, soit en descendant, ne change point par la distance du crayon au centre; la courbe tracée est donc le résultat de deux mouvements, dont l'un, s'il étoit seul, feroit parcourir au crayon une ligne droite, d'une grandeur constante, & l'autre pendant le même temps, s'il étoit seul aussi, un arc de cercle toujours du même nombre de degrés à la vérité, mais dont la longueur seroit tantôt plus grande, tantôt plus petite selon la distance du crayon au centre, on voit bien que la figure de la courbe qui sera tracée dans chacune de ces deux différentes combinaisons doit être fort différente.

En effet, quand le crayon est loin du centre, la longueur de l'arc que le mouvement circulaire seul feroit décrire au carton, l'emporte de beaucoup sur la longueur de la petite ligne droite qu'il décrit par son mouvement propre; le mouvement circulaire domine alors sur le mouvement direct, & la courbe décrite approche bien plus d'un arc de cercle. Au contraire quand le crayon est fort voisin du centre, la petite ligne droite que son mouvement lui faisoit décrire en montant ou en descendant, toute courte qu'elle est, devient plus longue que l'arc de cercle que le seul mouvement circulaire du carton lui feroit tracer, le mouvement direct l'emporte alors sur le mouvement circulaire, & la courbe décrite est d'autant plus différente d'un arc de cercle.

Or la figure tracée par le crayon n'est, comme on l'a dit, autre chose que la même courbe répétée autant de fois que la Rosette a de côtés; par conséquent plus la ligne droite que

parcourt le crayon par son mouvement propre sera petite par comparaison à l'arc de cercle que le carton parcourt dans le même temps, plus la figure tracée ou la portion correspondante de la figure tracée approchera du cercle.

Qu'on applique ce raisonnement aux divers cas qu'on a précédemment examinés, on reconnoîtra clairement que ce qu'on a pû remarquer de bizarre & de singulier dans les effets d'une même Rosette, en est une conséquence nécessaire. Par exemple, que c'est ce qui fait qu'en général les positions du crayon voisines du centre, donnent les plus grandes variétés, & que passé une certaine distance du centre, un peu plus ou un peu moins d'éloignement ne change pas beaucoup la figure. On ne fera d'application particulière de ce principe qu'au cas de la *Figure 15*, où l'on a vû que le crayon guidé par une Rosette quarrée traçoit un cercle ou plutôt une figure qui ne differe pas sensiblement du cercle.

La première fois que je rencontrai cette figure, j'avois placé mon crayon au hazard, j'avoué que sur le rapport de mes yeux, je ne doutai pas dans le premier moment que la figure tracée ne fût un cercle, & je ne voyois aucun inconvénient à le supposer. A la vérité, il me paroïsoit singulier qu'une Rosette quarrée pût faire décrire à l'outil une figure circulaire, mais je n'en voyois pas encore l'impossibilité.

Cependant la conséquence devenoit délicate, je connoissois en général la nature & les propriétés de la courbe du Tour qui, dans le cas présent, me paroïsoit à la vûe un cercle, & je sçavois que cette courbe étoit quarrable toutes les fois que l'on pouvoit quarrer sa base*, qui dans cet exemple étoit une ligne droite; donc si la courbe étoit réellement un cercle on avoit sa quadrature. Cette conséquence très-évidente me fit défier de mes yeux, & un peu de réflexion sur les deux mouvements qui produisent cette courbe, m'eût bientôt convaincu qu'elle n'étoit rien moins qu'un cercle.

En effet, un cercle & une ligne droite, & même plusieurs cercles & une ligne droite, de quelque façon que le tout soit combiné, ne peuvent jamais produire un cercle. Si le

* Voy. le second
Mémoire sur le
Tour.

crayon étoit immobile, nous l'avons déjà remarqué, il décrirait un cercle sur le carton tournant; mais dès-là que le crayon a un mouvement propre quel qu'il puisse être, à moins que ce ne fût un mouvement circulaire qui lui fit décrire la même circonférence qu'il tracerait par le seul mouvement du carton, il est clair que la courbe tracée ne peut être un cercle.

Mais cette courbe peut s'éloigner ou s'approcher plus ou moins de la figure circulaire, selon la position & la mesure de la ligne droite que parcourt le crayon par son mouvement propre en montant & descendant alternativement.

Premièrement, la position de cette ligne contribue beaucoup au plus ou au moins de ressemblance que la figure tracée aura avec le cercle; car si le crayon est placé de sorte que cette droite coupe la circonférence du cercle, que le crayon supposé immobile, décrirait sur le carton tournant, on conçoit que la figure tracée doit être beaucoup plus éloignée de la circulaire que si la ligne droite, au lieu de couper ce cercle, lui étoit seulement tangente. En effet la tangente s'éloigne moins du contour du cercle que toutes les sécantes possibles, & de toutes les sécantes, c'est la sécante perpendiculaire ou le rayon qui est le moins propre à se confondre avec la circonférence. Enfin il n'est pas moins clair que plus un cercle est grand, moindre est sa courbure, & par conséquent plus sa tangente approche de la circonférence.

C'est en réunissant ces circonstances, qu'on peut donner au crayon la situation la plus avantageuse, pour que la figure tracée approche du cercle le plus qu'il est possible, & ce sont celles que nous avons observées, en plaçant le crayon où nous avons dit, pour lui faire décrire une figure sensiblement ronde avec une Rosette quarrée.

Secondement, plus cette ligne droite sera petite, moins elle altérera la figure circulaire que tracerait le crayon, s'il étoit immobile, & comme elle devient plus courte à mesure que le nombre des côtés du polygone croît, il est clair que

dans la situation du crayon où le quarré même donne une figure qui sensiblement ne differe pas du cercle; tous les autres polygones, hors le triangle, donneront une figure plus approchante du cercle que le quarré, & d'autant plus qu'ils auront plus de côtés: mais non-seulement la ligne droite en question, qui n'est que la différence du plus grand au plus petit rayon de la Rosette, devient plus courte à mesure que le nombre des côtés du polygone croît, j'ajoute qu'elle décroît dans une plus grande raison que les arcs dont les côtés du polygone sont les cordes, la démonstration en est fort simple.

Planche V.
Fig. 16.

La différence CD du grand rayon AO au petit rayon OC d'un polygone, est ce qu'on appelle la *Fleche*, je dis que les fleches croissent ou décroissent dans une plus grande raison que leurs arcs. La fleche CD de l'arc entier AD est, comme on sçait, le sinus versé de la moitié AD ou BD .

Fig. 17.

Soit l'arc MN variable, double de AM . Soit AP la fleche de l'arc MN , & le sinus versé de l'arc AM , soient supposés égaux les accroissemens différentiels Pp , $p\pi$ de AP . Je les nomme dx , on sçait que les accroissemens MR ou mr , dy des ordonnées qui répondent à chaque dx , vont en diminuant dans toutes les courbes concaves vers leur axe; donc les arcs infiniment petits μm , mM ou ds , qui sont les hipoténuses des petits triangles différentiels, vont pareillement en diminuant; donc la somme de ces hipoténuses, c'est-à-dire, le demi-arc AM augmente par des différences décroissantes, tandis que la fleche AP s'accroît uniformément; donc la fleche croît en plus grande raison que les arcs.

Il ne paroîtra donc plus étonnant que les Rosettes les plus simples, donnent quelquefois les figures les plus bizarres & les plus différentes de la Rosette qui les produit; j'entends par les Rosettes les plus simples, celles qui ont le moins de côtés, comme le triangle ou le quarré. On voit par ce que nous venons de dire, que leurs fleches étant plus grandes à proportion que dans les autres polygones, & par conséquent le crayon pouvant s'approcher & s'éloigner plus du centre,

pendant une portion égale de la révolution du tambour, la figure tracée doit avoir ses angles ou ses goderons plus saillants ou plus rentrants que les figures tracées par le secours d'autres Rosettes; & qu'en général, par la même raison, il doit s'y faire des combinaisons plus variées des deux mouvements, circulaire & direct; d'où on a fait voir que dépend la diversité des figures.

Il paroît d'abord extraordinaire que ces effets singuliers de Rosettes aussi simples que le triangle & le quarré, ayent jusqu'ici échappé aux Tourneurs, mais l'observation précédente, dont il suit que les figures produites par les autres polygones, sont plus semblables à leurs Rosettes que celles qui ont pour Rosettes le triangle & le quarré, indique assez la raison qui a empêché jusqu'ici les Tourneurs d'exécuter sur le Tour, les contours singuliers dont nous avons parlé, & plusieurs autres de la même espece, quoique les Rosettes qui les donnent ne soient pas fort recherchées.

Les Rosettes les plus commodes dans la pratique, sont celles qui ont un plus grand nombre de côtés, les angles en sont plus obtus, & la Rosette en glisse plus aisément sur la touche, au lieu que des angles fort aigus causeroient des sauts à l'arbre*. A la vérité, il n'est pas impossible de remédier à cet inconvénient, mais il étoit encore plus court de n'y pas tomber. C'est pour cette raison que les Rosettes qu'on employe dans l'usage ordinaire, n'ont guères moins de huit côtés, sur-tout quand les côtés sont droits, & c'est encore pour cela que le plus souvent elles en ont un bien plus grand nombre, & plutôt à goderons qu'à pans droits, telles sont celles dont le P. Plumier donne des modèles dans son Livre. Les figures qui ont paru les plus singulières parmi celles que nous avons remarquées, sont produites par les Rosettes qui ont un petit nombre de côtés, trois ou quatre, par exemple. Il n'est donc pas étonnant que les ouvriers qui ne raffinent ordinairement que sur les commodités de pratique, trouvant les Rosettes qui ont le plus de pans ou de goderons les plus commodes, ne se soient pas obli-
nés gratuitement

* V. les Mém.
de l'Académie,
an. 1719,
p. 320.

à en essayer de celles qu'ils sçavoient être sujettes à quelques inconvénients, & dont ils ignoroient les avantages.

Il y a apparence que c'est encore par la même cause qu'ils ont peu varié la situation de l'outil, & qu'ils ne sont pas dans l'usage de le poser hors de l'alignement de la touche & du centre qui répond dans la Machine au diametre vertical du tambour. Nous avons vû que quand la Rosette est quarrée, les positions obliques du crayon & de l'outil opéroient, dans les différents cas, ces goderons obliques, ces dents de rochet & ces boucles entrelacées ou noeuds dont on a parlé; mais on a remarqué aussi que quand la Rosette a un plus grand nombre de côtés, toutes les figures précédentes résultantes des différentes positions obliques du crayon, devenoient beaucoup moins sensibles. En effet, il ne reste alors à chaque inflexion de la figure qui répond à chaque pan de la Rosette, qu'un biais moins singulier que choquant à la vûe, qui loin de donner aucune grace, causeroit plutôt une difformité à l'ouvrage. Si la Rosette est mêlée de pans droits & de goderons, la figure n'en sera que plus irrégulière par ce mélange de différents biais qui s'y trouveront. On va donner le moyen de tirer parti de toutes ces difformités apparentes, & de rendre les figures où elles se rencontrent, régulières & symétriques, mais il ne faut pas s'étonner si le premier coup d'œil ayant fait appercevoir aux Tourneurs, un biais dans la figure, quand, par hazard, ils ont placé leurs outils hors de l'alignement du centre & de la touche, ils ont évité avec soin toutes les positions obliques.

Le moyen de sauver toutes ces irrégularités, & même de les tourner en agrément, c'est, après qu'on a tracé le premier contour avec tous les biais qui en résultent, de placer l'outil de l'autre côté, à pareille distance & du diametre vertical & de l'horizontale, on tracera alors un pareil dessein avec des inflexions en sens contraire qui croiseront les premiers, & déguiseront la figure en la rendant régulière, sans lui faire perdre rien de sa singularité. C'est ainsi que du trait intérieur & redoublé de la *Fig. 11.^{me}* irrégulière, on peut faire la *Fig. 18.*

Pour

Pour faire une figure chargée d'ouvrages & d'ornemens avec un trait fort simple, il n'y a qu'à la répéter sur elle-même, en la faisant se croiser deux, trois ou quatre fois, selon le dessein, sous des angles égaux, ce qui se peut exécuter aisément par le moyen du cercle gradué, en faisant répondre l'alhidade *M* (*Fig. VIII.*) à chaque révolution du tambour qui répète le dessein à autant de points différens de la circonférence également distans les uns des autres. De cette manière, avec la *Figure 4* répétée quatre fois, en faisant répondre l'alhidade à chaque révolution successive aux points 1, 2, 3, 4, distans l'un de l'autre d'un seizième de la circonférence, on aura la *Figure 19*.

Planche II.
Fig. VIII.

Une autre manière d'orner la figure, de la déguiser, & d'en multiplier les traits, sans qu'il soit besoin de la répéter, c'est de se servir d'un outil à plusieurs pointes ou dents en forme de peigne; autant l'outil aura de dents, autant tracera-t-il de traits différens. Ces traits seront quelquefois écartés l'un de l'autre, & quelquefois ils se réuniront en un seul. Souvent il ne sera pas besoin, même dans les positions obliques, de répéter la figure en sens contraire. Le biais qui se trouve dans ces traits entrelacés, n'en a quelquefois que plus de grace & de singularité. Au reste tout ceci n'est pas de pure théorie, comme on le pourroit croire; toutes ces figures ont été exécutées, non seulement sur la Machine qu'on vient de décrire, mais sur le Tour même de M. Grammare*, & la plupart ont été admirées des connoisseurs en ouvrage du Tour à qui on les présentait comme des Problèmes en ce genre, ce qui a donné lieu aux recherches qui font l'objet de ce Mémoire.

* Il est mort en 1731. M. le Duc est en possession de la Machine dont on a parlé, du Tour de M. Grammare, & de toutes ses inventions.

Jusqu'ici nous avons supposé la Rosette quarrée, & cette seule Rosette a produit toutes les figures que nous avons parcourues, sans toutes les figures intermédiaires dont nous n'avons point parlé. On peut juger par le quarré de l'effet des autres polygones pris pour rosettes, avec les restrictions convenables, mais la Rosette n'est pas bornée aux simples polygones, elle peut être composée de lignes courbes aussi-

bien que de lignes droites, ou des unes & des autres à la fois, enfin de telle figure qu'on veut, & l'on voit bien que chacune en particulier pourra servir à tracer un grand nombre de desseins différents.

Le quarré & les autres polygones n'étant composés que de lignes droites, sont peu propres à donner une idée de l'effet d'une Rosette dont les côtés seroient des lignes courbes; c'est pourquoi, avant que de passer au second usage de la Machine, nous allons, pour servir d'exemple aux autres cas des Rosettes courbes, parcourir seulement les effets de l'Ovale ou de l'Ellipse prise pour Rosette, & ceux du cercle pris aussi pour Rosette, quand il est excentrique, je veux dire quand le Cercle-rosette tourne sur un autre point que sur son centre, car s'il tournoit sur son centre, il est clair que le crayon, quelle que fût sa position, ne traceroit jamais que des Cercles.

Nous suivrons le même ordre en parcourant les positions du crayon que nous avons suivi en examinant les effets de la Rosette quarrée, mais nous n'entrerons pas dans un si grand détail.

Supposons d'abord la Rosette de figure elliptique, & commençons par les cas où le crayon est dans le diametre vertical que nous supposérons répondre au grand axe de l'Ellipse.

Le crayon, dans la première des positions directes, c'est-à-dire, posé à même distance du centre que la touche, & du même côté du centre, tracera un contour égal & semblable à celui de la Rosette. Comme en pareil cas la Rosette quarrée donnoit un quarré égal à elle-même dans cette position, quelle que soit la Rosette, la figure tracée lui est entièrement semblable, par les raisons que nous avons dites.

Planche V.
Fig. 20.

Dans la seconde position directe, c'est-à-dire, si on éloigne du centre le crayon, en sorte qu'il en soit plus loin que la touche & du même côté, l'Ellipse, ou plutôt la Courbe tracée sera plus grande que l'Ellipse de la Rosette, mais moins allongée à proportion, & plus renflée vers son petit diametre.

Fig. 21.

Fig. 22.

Si, au contraire, on rapproche le crayon du centre en ligne droite, en sorte qu'il soit plus près du centre que

la touche, pourvû qu'il ne puisse pas descendre jusqu'au centre, ce qui est la troisième position directe du crayon; la figure tracée sera plus petite que la Rosette, & plus étroite à proportion de sa longueur. Si on continuë d'approcher le crayon du centre, la figure se rétrécira par ses deux flancs, & formera deux angles rentrants aux deux extrémités du petit diamètre; elle ressemblera alors à un corps de violon long & étroit, ou à un 8 de chiffre qui ne seroit pas achevé de fermer dans son milieu, & plus le crayon sera près du centre sans pouvoir y atteindre, plus la figure approchera d'un 8 de chiffre jusqu'à ce qu'elle lui soit entièrement semblable, ce qui arrivera dans la quatrième position, lorsque le crayon *O*, à force d'être approché du centre, l'atteindra en descendant à son plus bas point *o*, c'est-à-dire, au moment que la touche qui portoit sur le grand diamètre en *T* portera sur le petit en *t*.

Planche V.
Fig. 23.

Fig. 24.

Dans les deux situations du crayon opposées aux deux précédentes qui formeront la cinquième & sixième position directe; je veux dire, quand le crayon est placé au de-là du centre, & toujours dans le diamètre vertical, sans jamais monter assez haut pour atteindre le centre, & lorsque le crayon placé pareillement au de-là du centre, ne l'atteint précisément que lorsqu'il est monté à son plus haut point, la touche portant sur le plus grand diamètre de la Rosette; les deux figures différentes entr'elles seront assez semblables chacune à l'une des deux précédentes, avec cette seule différence que celles-ci seront plus larges & plus courtes, & les autres plus étroites & plus allongées, & que l'axe de celles-ci couperoit à angle droit celui des autres, ce qui provient de ce que la touche porte sur le petit diamètre dans le dernier cas, dans le moment où elle porte sur le grand dans le premier.

Planche VI.
Fig. 25.
Fig. 26.

Enfin, & ce sera la septième & dernière des positions directes, si le crayon rencontre le centre entre le point le plus haut où il monte, & le plus bas où il descend; soit au milieu de la route ou non, il rassemblera les deux cas différents où il auroit tracé les deux 8 de chiffre, l'un plus étroit,

Fig. 27.

l'autre plus large, & il les tracera effectivement tous deux chacun dans sa position, de telle sorte qu'ils se croiseront à angle droit, ce qui formera une espece de tresse à quatre feuilles, dont deux seront différentes des deux autres, sçavoir deux plus étroites qui seront dans la direction verticale, & deux plus larges dans l'horizontale.

Il faut remarquer qu'ici, comme dans la figure à huit feuilles du quarré, les deux 8 qui composent la présente figure seront égaux en hauteur, quoique non en largeur, si le crayon fait autant de chemin au dessous du centre qu'au dessus, sinon ils seront inégaux aussi en hauteur, mais de façon ou d'autre les deux 8 pris ensemble n'auront que la même hauteur qu'un seul auroit eu dans les cas précédents où il n'y en avoit qu'un.

Il n'y a que trois situations obliques du crayon qui méritent attention, quand la Rosette est elliptique : quand il est au dessus du diametre horizontal, & qu'il ne l'atteint point à son plus bas, ou lorsqu'il ne fait que l'atteindre sans passer outre, la touche portant sur le petit diametre, car les deux figures dans ces deux cas sont à peu-près semblables. La seconde, quand le crayon est plus bas que le diametre horizontal, & qu'il ne remonte pas jusqu'au niveau du centre, ou du moins qu'il ne passe pas ce niveau, qu'il atteinte seulement quand la touche est sur le grand diametre, car les résultats sont aussi à peu-près les mêmes ; & la troisième, lorsque le diametre horizontal partage en deux parties le chemin que le crayon fait verticalement.

Planche VI.

Fig. 28.

& 29.

Dans la première de ces trois positions obliques, la figure est fort irrégulière, elle approche de celle d'un concombre ou d'un citron, dont les deux bouts seroient inclinés en sens contraires. Cette ressemblance, sur-tout la dernière, est d'autant plus marquée que le crayon est plus voisin du centre.

Fig. 30.

Dans la seconde position oblique, la figure ressemble à ces osselets d'yvoire avec quoi jouent les enfans, ou à un double bec de corbin dont les deux bouts seroient fort recourbés en sens contraires.

Dans la troisième position oblique, la figure ressemble assez à la précédente, avec cette différence qu'elle a toujours des boucles, ce qui ne manque pas d'arriver, quelle que soit la Rosette, dès que le crayon placé hors du diamètre vertical monte au dessus & descend au dessous du niveau du centre. Ces boucles sont plus ou moins hautes, selon le plus ou le moins de chemin que fait le crayon dessus ou dessous le diamètre horizontal, ainsi qu'on l'a remarqué en examinant les effets de la Rosette carrée.

Planche VI.
Fig. 31.

Il n'est pas besoin de remarquer qu'on peut, dans la position précédente, tracer une figure fort approchante du Cercle, sur-tout si le crayon fait précisément autant de chemin au dessus du diamètre horizontal qu'au dessous. Avec la Rosette carrée nous avons dans le même cas tracé une pareille figure, & nous avons observé, qu'au triangle près, le carré de tous les polygones réguliers y étoit le moins propre. L'Ellipse n'ayant point d'angles, y conviendra mieux pour cet effet que le carré, à moins que la différence de ses deux diamètres ne fût plus grande que celle du demi-côté du carré à sa demi-diagonale.

Le Cercle excentrique ou tournant sur un autre point que son centre étant pris pour la Rosette, les figures qu'il produit méritent quelque attention, quoique moins variées que celles qui sont produites par l'Ellipse. Premièrement, si le point *R*, sur lequel on fait tourner le Cercle, & que nous nommerons *centre de rotation*, est fort près du centre *C*, la diversité des figures doit être fort peu sensible. En second lieu, si le centre de rotation est à une distance suffisante du centre du Cercle, il n'y a que deux ou trois cas où la figure qui en résulte ait quelque singularité remarquable.

On indiquera les diverses positions pour le moment où la touche est le plus près du centre de rotation, comme on a fait dans l'examen des effets du carré pris pour Rosette. Le diamètre vertical sera celui qui passera par le point *T*, où porte la touche & le centre de rotation *R*. Pour éviter les répétitions, on désignera ici les diverses positions du crayon

par leurs correspondantes dans le cas de la Rosette quarrée.

La première position directe donne, comme on sçait, dans tous les cas possibles, une figure égale & semblable au contour de la Rosette.

La 2^{de}, la 3^{me} & la 4^{me} position directe donneront ici des figures très-peu différentes du Cercle. Celle qui résulte de la 3^{me} position, est celle qui s'en éloigne le moins. Son diametre vertical est plus long que l'horisontal, au contraire des deux autres, dont la dernière a ses diametres encore plus inégaux.

Planche VI. La 5^{me} & la 6^{me} position directe donneront une figure qui ressemble à la coupe d'une cerise. L'axe vertical de l'une

Fig. 32.

Fig. 33.

& de l'autre figure sera égal à la distance entre la touche & le crayon, qu'on a supposée ici égale au tiers du diametre du Cercle-rosette. La seule différence des deux figures est que celle de la 6^{me} position est plus large que l'autre.

Fig. 34.

La 7^{me} position, où le crayon monte ou descend au dessus & au dessous du niveau du centre de rotation ou du diametre horisontal, est composée des deux figures précédentes, raccourcies & renfermées l'une dans l'autre; elles sont de hauteur égale, & cette hauteur est moitié de celle de chacune des deux figures précédentes, quand OR est moitié de OT , ou quand le crayon fait autant de chemin au dessus qu'au dessous de l'horisontale, plus le chemin du crayon au dessus & au dessous de cette ligne est inégal, plus le contour extérieur croît, tandis que l'intérieur décroît, en sorte qu'il devient un anneau qui étoit réduit à un point dans les deux figures précédentes, mais de façon ou d'autre la somme des deux hauteurs est toujours la même.

Fig. 35.

Les positions obliques du crayon ne causent ici qu'un biais à la figure, & ne fournissent rien de remarquable.

Les exemples précédents des effets de l'ellipse & du cercle excentrique, pris pour Rosette, suffisent pour donner une idée de ce que peuvent produire les différentes Rosettes courbes, comme le quarré a pû faire juger de l'effet des autres polygones à pans droits pris pour Rosettes. Ainsi quelle que

soit maintenant la Rosette proposée, en considérant la situation respective de la touche & de l'outil ou du crayon, & se rappelant ce qui a été observé, on pourra juger de ses effets, à quelque chose près, & l'épreuve qu'on en fera sur la Machine, déterminera avec précision ce que l'on en doit attendre sur le Tour.

Les différentes situations de l'outil, qui causent tant de diversités dans les figures produites par la même Rosette, le changement même des Rosettes qui n'a point de bornes, ne sont pas encore les seules sources de variété dans les desseins.

La touche que nous avons jusqu'ici supposé ne porter sur la Rosette qu'en un point, peut par ses changements de figure, en causer de grands dans l'ouvrage; on peut supposer par exemple, que la touche est plate, & qu'elle s'applique dans toute sa longueur sur les pans de la Rosette; on la peut supposer concave ou convexe, on peut l'incliner en sorte qu'elle se présente obliquement à la rencontre de la Rosette, en ne faisant pas un angle droit avec le rayon vertical; tous ces changements doivent en causer dans la figure, & nous ne pouvons nous dispenser d'en toucher quelque chose.

Il est ordinaire aux Tourneurs Allemands, de se servir de touche plate, elles sont peu d'usage, & presque inconnues en France aux ouvriers. Le P. Plumier dans son Livre, en a donné plusieurs desseins; on s'attend peut-être que cette forme différente de la touche doit causer un grand changement dans les figures, & il est vrai que dans les mêmes positions du crayon, l'effet de la touche plate est fort différent de celui de la touche pointuë; cependant quand la Rosette est telle, que tous les points de la touche plate peuvent rencontrer tous les points de la Rosette, ce qui arrive quand celle-ci est à pans droits, il importe peu qu'on se serve d'une touche plate ou d'une touche pointuë, puisqu'avec l'une ou l'autre, l'effet sera sensiblement le même, en observant seulement dans l'un des deux cas, de placer l'outil du côté opposé à celui où on le placeroit dans l'autre, en sorte que se servir de l'une de ces deux touches, au lieu de l'autre,

c'est à peu-près la même chose que si, sans changer de touche, on changeoit l'outil de place, en le portant de l'autre côté du centre de la Rosette.

Dans les effets de la Rosette quarrée, par exemple, on a pû remarquer que les figures à angles saillants se traçoient quand le crayon étoit du même côté que la touche & en de-çà du centre, & les goderons quand le crayon étoit du côté opposé à la touche & au de-là du centre. Avec la touche plate, au contraire, les goderons se forment en plaçant l'outil en de-çà du centre, & les angles saillants en le plaçant au de-là.

Avec la touche pointuë, ce sont les angles de la Rosette qui font les angles saillants ou rentrants de la figure, & ce sont les pans qui en font les côtés, soit convexes, soit concaves. Avec la touche plate, au contraire, les angles de la Rosette, en passant sous la touche, font tracer au crayon les arcs convexes ou concaves de la figure, & ses angles se tracent quand la touche est appliquée sur un des côtés de la Rosette.

Cette différence vient de ce qu'en se servant de l'une des deux touches, le mouvement circulaire domine sur le mouvement direct, précisément dans le temps où le mouvement direct l'emporteroit sur le circulaire, si l'on avoit employé l'autre touche, & réciproquement. Par exemple, dans le cas de la touche pointuë, c'est lorsque l'angle de la Rosette passe sous la touche, que le mouvement direct est le plus rapide, & c'est tout le contraire dans le cas de la touche plate. Pour

Planche VII. s'en convaincre, soit supposée d'une part la touche pointuë portant sur le milieu du côté *Ko* de la Rosette au point *T*; & dans la même figure, pour mieux comparer les effets des deux touches, soit supposée encore la touche plate *AB*, appliquée dans le même moment à plat sur le côté *Ko*; faisons maintenant tourner la Rosette sur son centre de *B* vers *A*.

Quand le point *o*, angle de la Rosette aura décrit l'arc *o3*; la touche aiguë qui portoit sur le point *T* de la Rosette aura glissé, en montant, le long du côté *To*, & sera parvenue au point *3*. Si on s'est servi de la touche plate *AB*, elle
sera

fera alors en $a^3 b^3$, par conséquent dans l'un & dans l'autre cas le crayon placé dans un point quelconque I de la figure, & se mouvant ou dans la verticale TC , ou parallèlement à TC , fera monté dans le même temps d'une quantité égale à T_3 , chemin de la touche qu'on peut prendre indifféremment pour le chemin du crayon qui lui est égal. Mais pour reconnoître dans quelle différente proportion ce mouvement direct se combine avec le circulaire dans les deux différentes hypothèses de la touche aiguë & de la touche plate, voyons quelles portions de la ligne droite T_3 , chemin total du crayon, répondront dans l'une & dans l'autre hypothèse à chaque arc correspondant de la circonférence que décrit l'angle o de la Rosette. Soit pour cet effet l'arc o_3 divisé en trois arcs égaux $o_1, 1_2, 2_3$, compris entre les rayons Co, C_1, C_2, C_3 .

Commençons par le cas de la touche pointuë, le côté To de la Rosette, en tournant, va soulever la touche T , & la faire monter dans la verticale T_3 , en sorte que dans les moments où l'angle o répondra aux points $1, 2, 3$, ou, ce qui est le même, dans les moments où les points LMo du bord de la Rosette, pris sur les rayons terminés aux points $3, 2, 1, o$, passeront sous la touche, la touche répondra aux points HQ_3 de la verticale T_3 . Les parties du chemin total T_3 de la touche & du crayon correspondantes aux arcs égaux $o_1, 1_2, 2_3$, sont donc TH, HQ, Q_3 , que l'on voit qui vont en croissant d'autant plus rapidement que l'angle o approche de la touche au point 3 .

Tout le contraire arrive dans la supposition de la touche plate; car sans répéter en détail ce qui vient d'être dit, on peut voir d'un coup d'œil, que la touche plate AB , soulevée d'abord par l'angle o de la Rosette, parviendra successivement dans les situations $a^1 b^1, a^2 b^2, a^3 b^3$, pendant que l'angle ou le point o , en tournant, répondra aux points $1, 2, 3$. Les parties du chemin total T_3 de la touche & du crayon, correspondantes aux arcs égaux $o_1, 1_2, 2_3$, seront donc dans le cas de la touche plate F_1, E_2, D_3 , ou TZ, ZD, D_3 ,

qui, comme on voit, vont dans une progression fort décroissante, à mesure que l'angle o approche du point 3 .

Il est donc vrai que dans les deux suppositions de la touche plate & de la touche aiguë, le mouvement direct du crayon, eu égard au mouvement circulaire, va en diminuant dans l'une précisément quand il augmente dans l'autre; & comme c'est de cette différente combinaison de ces deux mouvements, qu'on a prouvé que résultoit la diversité des figures, c'est cette opposition dans les mouvements des deux touches qui fait que leurs effets sont absolument opposés dans les positions semblables du crayon.

Au lieu de diviser l'arc $o3$ en trois, on pourroit le diviser en tel nombre de parties qu'on auroit voulu, on eût tiré les mêmes conséquences.

La figure précédente parle assés aux yeux, mais voici une démonstration géométrique.

On vient de voir que l'accélération de la touche & du crayon, dans le cas de la touche pointuë, est mesurée par les lignes TH , HQ , $Q3$, c'est-à-dire, qu'elle suit la raison des accroissements successifs TH , TQ , $T3$ de la ligne qui devient enfin $T3$, ou, ce qui revient au même, les accroissements $RL = TH$, $SM = TQ$, $VO = T3$ des sécantes CL , CM , CO des arcs égaux TR , RS , SV , & que dans le cas de la touche plate, il n'est question que de prouver,

1.^o Que les sinus versés décroissent en plus grande raison que leurs arcs, ce qui a déjà été prouvé. 2.^o Que l'excès de la sécante d'un arc quelconque sur le rayon, croît dans une raison plus grande encore que le sinus versé correspondant du même arc ne décroît; pour le démontrer,

Planche VII.
Fig. 37.

Soit l'arc TR quelconque CT , son rayon TM , sa tangente en T , CM la sécante, RE son sinus droit, TE son sinus versé, & RM l'excès de la sécante sur le rayon CR . Supposons que TE croisse de la quantité Ee quelconque; tirés er parallèle à ER , & l'arc Mn du rayon CM , l'arc TR sera crû de la quantité Rr , & la sécante CM de la quantité nm . Or je dis que rm a une plus grande raison à

RM que *Te* à *TE*. Tirés *rF* parallèle à *RM*, on aura *PM*, & par conséquent son égale *rF*. $RM :: Te . TE$; mais *rm* est plus grand que *rF*. Donc, &c. *C. Q. F. D.*

Quand je dis que les figures sont les mêmes avec la touche platte qu'avec la touche pointuë, & seulement dans un ordre renversé, j'entends les mêmes à l'œil sensiblement; car on démontrera dans le second Mémoire, que les courbes tracées dans ces deux cas, sont d'une différente nature. Je réserve aussi pour la discussion géométrique, l'examen de la différence qu'il y a entre l'effet de la touche platte, quand elle est plus longue ou plus courte que le côté de la Rosette. Ici où il n'est question que de pratique, on ne s'attache qu'aux différences qui peuvent frapper les yeux.

La touche platte disposée obliquement, ne cause d'autre changement, sinon que la figure tracée par la touche oblique, croisera l'autre figure sous le même angle que les deux touches sont entre elles, il reste à examiner les touches courbes.

Nous avons déjà remarqué que les Tourneurs se servoient ordinairement d'une touche qui porte à son extrémité une petite roulette, dont le mouvement sur son centre rend celui du Tour plus doux, en diminuant le frottement; on conçoit que le côté de la Rosette touchant cette roulette en différents points de sa circonférence, l'effet ne doit être le même que lorsque le côté de la Rosette porte toujours sur un même point, comme dans le cas de la touche aiguë. On verra dans le second Mémoire, quelle est la courbe qui en résulte; il suffit de remarquer ici que la roulette étant très-petite, la figure est sensiblement la même que si la touche étoit pointuë.

Les touches concaves ni les touches convexes, si ce n'est celles à roulettes, ne sont point usitées, ainsi l'examen de leurs effets n'est que de pure curiosité. Si les touches sont petites & convexes, elles ne diffèrent pas sensiblement des touches rondes ou à poulies; si elles sont petites & concaves, le côté de la Rosette s'applique sur les deux extrémités à la fois de l'arc dont ce côté de la Rosette devient la corde, ce qui retombe dans le cas de la touche platte, hors pour le

temps où l'angle de la Rosette entre dans la concavité de la touche. Enfin si la touche est fort grande, son arc, soit convexe, soit concave, en approche d'autant plus de la ligne droite; le peu de différence qui se trouve, cause peu de changement à la figure, & la courbe paroîtra encore sensiblement la même, que si la touche étoit plate. Tous ces cas seront examinés géométriquement dans le second Mémoire.

Il nous reste un mot à dire du second usage de la Machine. Nous lui en avons attribué deux, l'un de faire connoître avec exactitude tous les effets différents de la Rosette qu'on veut employer, c'est ce que nous avons jusqu'ici examiné. L'autre de faire trouver quelles sont les Rosettes les plus commodes pour exécuter un dessein quelconque; c'est maintenant de quoi il est question.

Quand il y a un modele de Rosette ajusté sur la Machine, ce modele, comme nous avons vû, guide une extrémité de la tringle, & le crayon attaché à l'autre extrémité trace une figure. Il n'y a donc qu'un des bouts de la tringle de conduit, & le crayon adapté à l'autre bout qui ne porte sur rien, trace nécessairement un contour résultant du chemin que fait le bout qui est conduit; la dépendance est donc réciproque entre la Rosette & le dessein qu'elle produit. Par conséquent quand on a un dessein pour lequel on cherche une Rosette, après avoir placé & assuré le crayon dans l'endroit le plus convenable, il n'y a qu'à le conduire à la main sur le dessein dont on cherche la Rosette, & l'autre bout de la tringle, dont l'usage ordinaire est d'appuyer sur le bord de la Rosette, tracera en ce cas la Rosette qu'on n'a point & qu'on cherche. Pour cet effet, au lieu de modele de Rosette, on fera porter un second carton à cette extrémité de l'arbre, & le bout de la tringle fait pour appuyer sur la Rosette, dans le premier usage, portera dans ce cas un crayon qui tracera le contour de la Rosette cherchée.

Pour conduire l'un des deux crayons sur le dessein, il suffira de le hausser & baisser à propos, ce qui est aisé au moyen de la tringle qui glisse librement dans ses rainures, le

mouvement circulaire du carton fera le reste ; & comme ce mouvement circulaire du carton n'est pas fort rapide , & qu'on peut aisément le ralentir , en causant quelque petit frottement au rouage , on aura tout le temps de hausser ou baisser le crayon pour qu'il ne quitte pas le contour du dessin donné , & l'un des deux crayons , car il n'importe lequel , ainsi conduit sur un contour quelconque , fera tracer à l'autre crayon le contour de la Rosette , qui sera différent suivant les différentes positions qu'on donnera au crayon.

Il faut avouer cependant que quelque juste que soit la Machine , l'exactitude du contour pourroit être un peu altérée par le secours de la main qu'on est obligé d'employer dans ce second usage , ce qui ne se peut guere sans qu'il y ait quelque vacillation dont le trait se ressent infailliblement. A la vérité , on pourroit remédier à cet inconvénient , en faisant limer un modèle du dessin donné en cuivre , dont on se serviroit comme on a fait des modèles de Rosettes. Ce modèle conduiroit sûrement la tringle sans le secours de la main , mais cela demanderoit trop de temps & d'appareil , sur-tout si le dessin étoit irrégulier & d'un contour difficile. Il seroit donc à souhaiter qu'on pût trouver la Rosette d'un dessin qu'on veut executer sans être obligé de rien conduire à la main , & sans perdre le temps nécessaire pour limer en cuivre un nouveau modèle à chaque essai. Cette perfection manque à notre première Machine ; aussi pour ce second usage je préfère de me servir d'une espece de Compas dont on trouvera la construction dans le second Mémoire. Ce Compas , propre à tracer d'un mouvement continu toutes les Courbes du Tour , peut servir indifféremment à tracer ou le dessin ou la Rosette , l'un des deux étant donné ; il remplace par conséquent & peut tenir lieu de la Machine tenuë secrète , & propre à ces deux usages , qui a donné lieu à ces recherches.

Quelques particuliers ont déjà fait une application très-simple & très-heureuse à leur Tour , de la Machine qu'on vient de décrire , & par ce moyen , d'un Tour simple dont

254 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
l'arbre n'a que le seul mouvement de rotation sur son axe, on fait un Tour figuré en rendant la touche & l'outil, ajustés sur un support, mobiles d'un mouvement commun qui tend au centre, & tient lieu du mouvement de parallélisme que l'arbre n'a pas.

EXPLICATION DES FIGURES *des trois premières Planches de ce Mémoire.*

PLANCHE I.

LA *Figure 1* représente la Machine, vûe par la platine postérieure *BBBB*.

C est l'Arbre du remontoir.

D est l'encliquetage.

EF, Détente qui retient le volant *G*, laquelle étant levée, laisse courir le rouage.

G, le Volant.

H, pièce plate qui représente la Rosette du Tour. Elle est supposée ici quarrée.

I, un des bouts de l'Arbre du pignon que la rouë du barillet fait mouvoir. On fixe à ce bout la Rosette par le moyen d'un écrou. Cet arbre du pignon représente l'arbre du Tour.

K, Arbre quarré, rivé sur la pièce *NO*, pour y adapter la touche plate, comme il sera expliqué ci-après.

L, Rainure faite dans la platine *BBBB*, pour laisser monter & descendre la broche ou tringle plate *W* qui traverse les deux platines du mouvement.

M, pièce taillée en couteau, qui représente la Touche du Tour. Elle est fixée à la pièce *NO*.

NO, pièce plate qui s'attache avec deux vis sur la traverse d'assemblage des deux regles ou montants *PQ*, *RS*, laquelle traverse fait corps avec la tringle plate *W*.

PQ, *RS*, Regles ou Montants ci-dessus expliqués.

T, petit Barillet à ressort, dont l'effet est de rappeler à

lui la pièce *NO* tirée par un fil attaché d'un bout au tambour, & de l'autre au crochet marqué *9* sur cette pièce *NO*.

ZZZZ, Tenons à coulisse dans lesquels glissent les regles *PQ*, *RS*.

La *Figure II* est composée de deux Regles plates *TS*, *SV*, mobiles, sur deux Pivots ou Crochets en *S*, où elles peuvent même se séparer, lorsqu'on ne veut qu'une touche plate, non oblique, & jointes à leur autre extrémité par un arc de cercle refendu d'une rainure dans laquelle s'engage la regle *SV*, de manière qu'au moyen de l'écrou *T*, on tient la regle *SV* plus ou moins inclinée sur la regle *ST*. Cette regle porte dans son milieu un Tenon percé d'un trou carré *E* qui s'ajuste sur l'arbre marqué *K* (*Fig. I.*) sur lequel on l'arrête par la vis *D*.

La *Figure III* représente en grand la pièce *NO* qui porte les Touches.

Figure IV, Rosette carrée.

Figure V, Rosettes ronde & ovale.

PLANCHE II.

La *Figure VI* est la Machine vûë par la platine antérieure. *ae*, *fc*, sont deux Regles plates refendues chacune d'une rainure, lesquelles au moyen d'un pivot mobile *b*, qu'on fixe par la vis *e*, peuvent prendre telle inclinaison qu'on souhaite.

d est un Crayon placé à l'extrémité d'une de ces regles, lequel par conséquent peut répondre à tel point qu'on veut du plan *IL*. Ce crayon représente l'outil du Tour.

Fg est une Détente sous laquelle un ressort *r* est placé. Cette détente est mobile sur son point d'appui *F*, & porte à son extrémité cachée une dent ou cheville qui traverse la platine, & arrête le rouage lorsqu'une figure est tracée. On lui rend la liberté de courir, en appuyant le doigt sur le bout *g* de la détente.

il est un Tambour mobile dans l'épaisseur duquel on place plusieurs papiers l'un sur l'autre sur lesquels se tracent les figures. Ce tambour est ajusté à frottement sur un canon goupillé au bout de l'arbre du pignon, dont on a vû dans la *Figure 1* que l'autre bout *I* portoit la Rosette, & représentoit l'arbre du Tour, en sorte que cet arbre, la rosette & le tambour tournent d'un mouvement commun imprimé par le rouage.

HK est un Cercle divisé en parties égales quelconques, attaché à la platine par des Vis en *f* & en *p*, avec la précaution que le tambour lui soit concentrique, tellement qu'après chaque tour du tambour mû par le rouage, si l'on fait tourner à la main ce tambour d'une valeur quelconque, l'Alidade *M* qui répondra à des divisions différentes du Cercle *HK*, fera connoître sous quel angle il faut faire croiser le même dessein pour avoir des contours symétriques & agréables à la vûë.

L est la Rainure de la platine dans laquelle coule la Tringle platte *W* qui a été dite traverser les platines du mouvement (*Fig. 1.*).

VXY est l'extrémité de cette tringle platte coudée en cet endroit, pour ne pas gêner le tambour. C'est sur cette extrémité *Y* qu'entre la douille du crayon.

La *Figure VII* est le développement de l'assemblage du crayon de la tringle platte & de la pièce qui porte les touches.

ABC est le Porte-crayon avec ses coulisses, & sa douille *BC* qui entre sur la tringle platte en *Y*.

YXW est la tringle platte coudée en *X*.

M est la Touche taillée en couteau.

K est la Tringle quarrée sur laquelle s'attache la touche platte.

ON sont les Vis qui attachent la pièce *MK* à la tringle platte *YXW*.

Figure VIII. *KH* est le Cercle gradué qui tient à la platine.

TL représente le Tambour qui peut tourner d'un mouvement propre sur le canon auquel il tient à frottement, lorsqu'on le fait mouvoir à la main, mais qui est cependant emporté d'un mouvement commun avec la Rosette, lorsque c'est le rouage qui le mène.

M est l'Alhidade qui tient au tambour.

IL est la coupe du tambour.

N est le Canon sur lequel il tourne à frottement.

N bis représente le Plan du canon & de l'arbre du pignon sur lequel il s'en-arbre quarrément.

Figure 1x. *OP* est un Cercle de cuivre plein, à la réserve qu'il est coupé par deux rainures perpendiculaires l'une à l'autre, dont l'intersection est le centre du cercle. Il porte une petite Regle *QR* mobile au point *R*, laquelle s'ajuste au long des deux rainures, de manière qu'elle sert à tirer des lignes qui se coupent à angles droits au centre du papier du tambour.

b c est la Douille, qui se place comme celle du crayon sur la pièce *VX* de la tringle platte.

PLANCHE III.

La *Figure x* est le développement du rouage.

A, Arbre du remontoir.

B, Rouë du barillet, de 84 dents.

C, Arbre qui représente l'arbre du Tour sur lequel sont fixés la Rosette & le tambour mobile.

D, Pignon de 20 qui est mené par la rouë *B*, & qui a pour tige l'arbre *C*.

E, Rouë de 54, sur laquelle est rivé le pignon *D*.

F, Pignon de 6, mené par la rouë *E*.

G, Rouë de 48, en-arbrée sur la même tige que le pignon *F*.

H, Pignon de 6, mené par la rouë *F*.

I, Rouë de 42, en-arbrée sur la tige du pignon *H*.

L, Pignon de 6, mené par la rouë *I*.

Mém. 1734.

: Kk

M, Rouë de 36, en-arbrée sur la tige du pignon *L*.

N, Pignon de 6 pour le volant mené par la rouë *M*.

O, Trou percé dans la rouë *E* pour recevoir la dent ou cheville de la détente *FG* (*Fig. VI.*) qui sert à arrêter le rouage, lorsqu'il s'est fait une révolution du tambour *IL* (*Fig. VI.*).

PPPP, Trous pour recevoir les piliers de la cage.

Q, Rainure dans la platine pour laisser hauffer & baisser la tringle platte (*Fig. I. & VI.*).



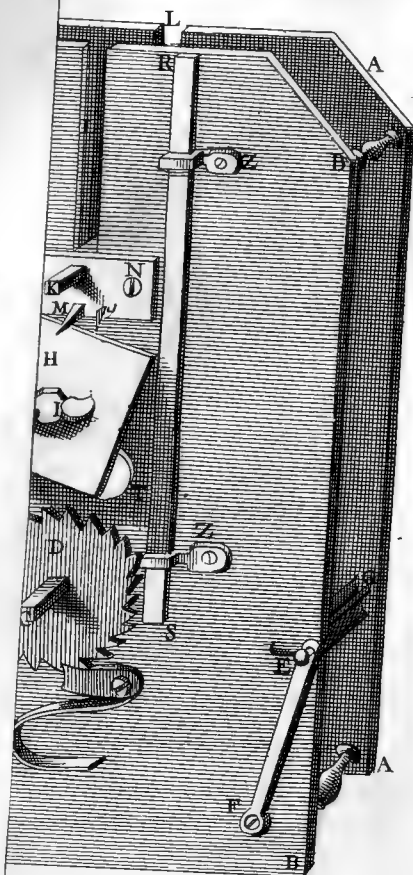


Fig. 2

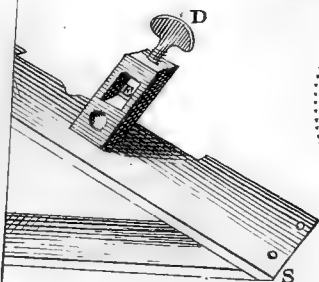


Fig. 3

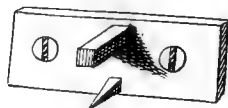


Fig. 4



Fig. 5

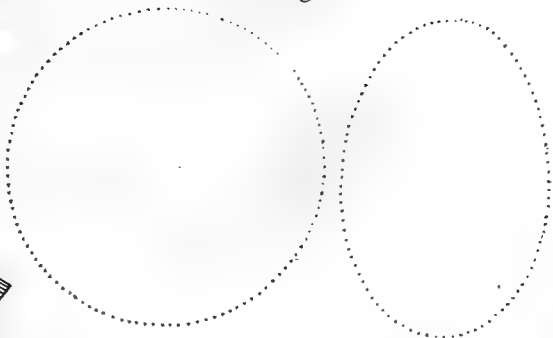


Fig 1

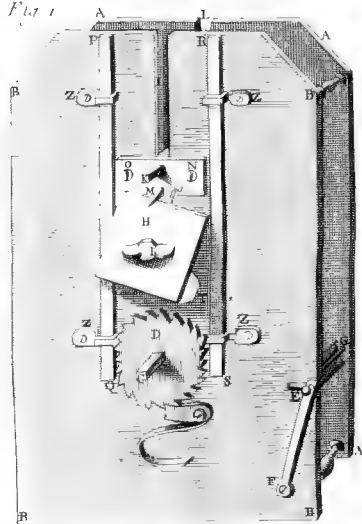


Fig 3



Fig 4



Fig 2

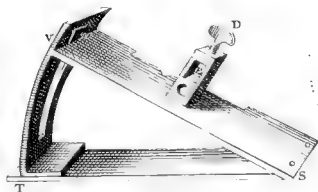


Fig 5

Fig. 8

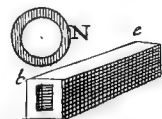
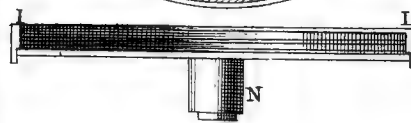
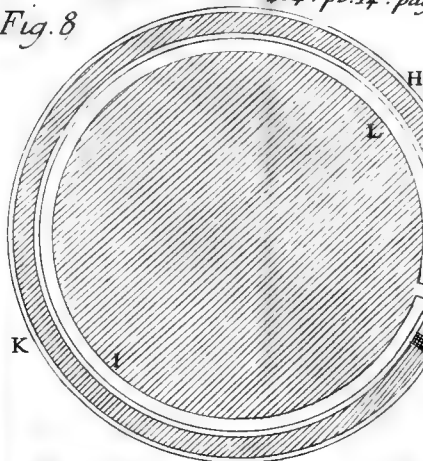


Fig. 9

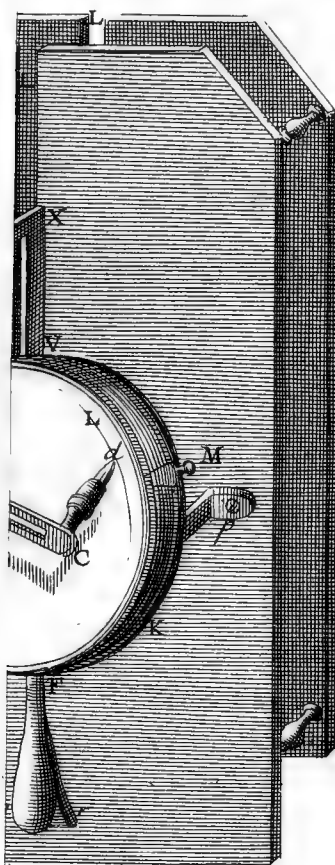
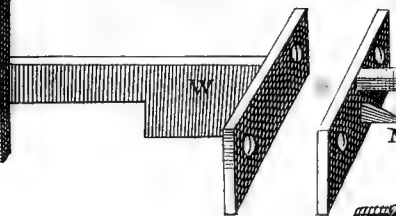
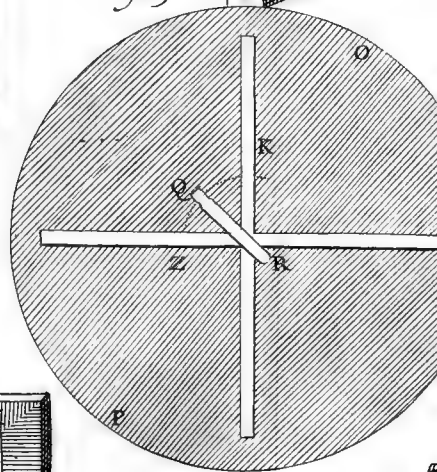


Fig. 7

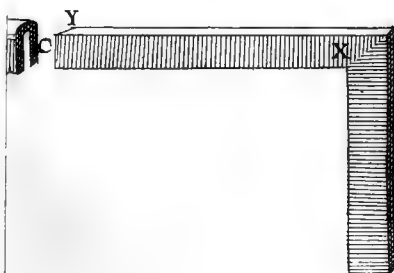


Fig 6

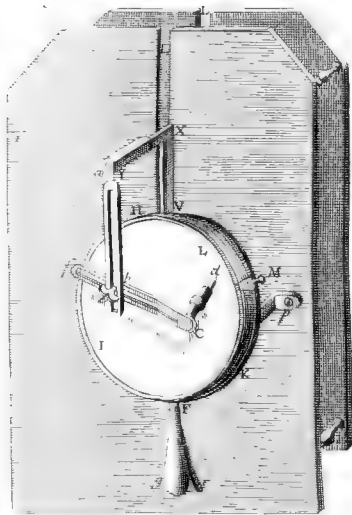


Fig 8

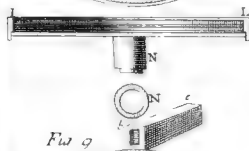
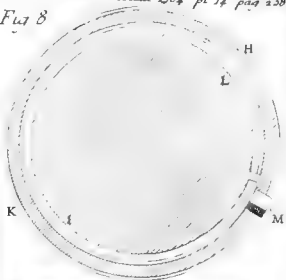


Fig 9

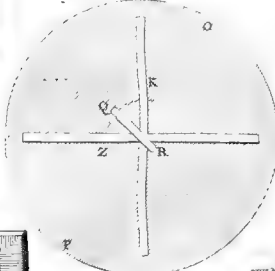


Fig 7

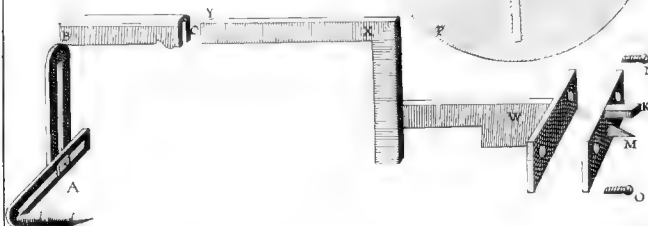


Fig. 10

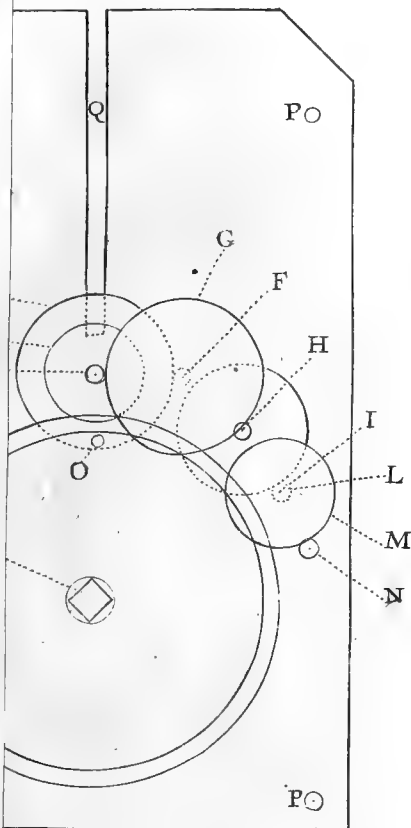


Fig. 4

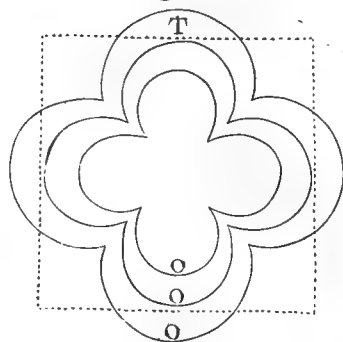


Fig. 3

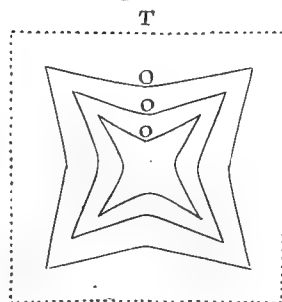


Fig. 2

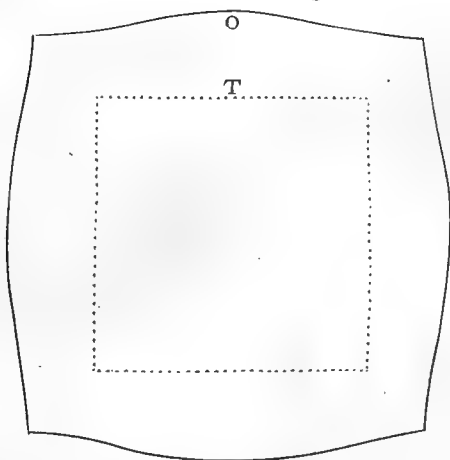


Fig. 1

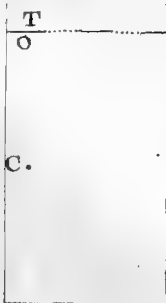


Fig 1

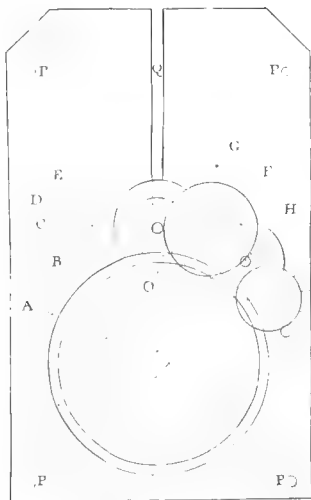


Fig 1

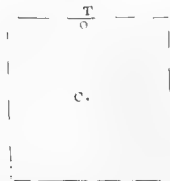


Fig 4

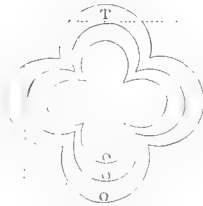
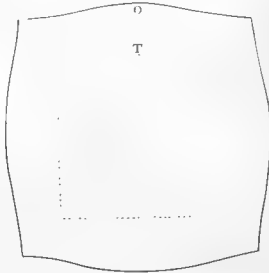


Fig 3



Fig 2



5

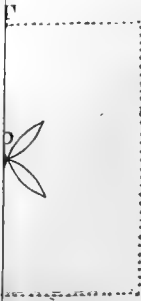


Fig. 6

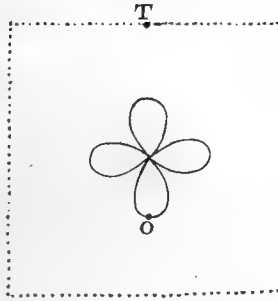
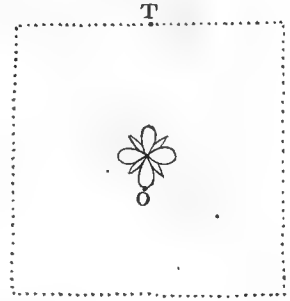


Fig. 7



8

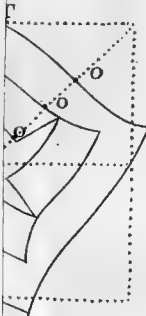


Fig. 9

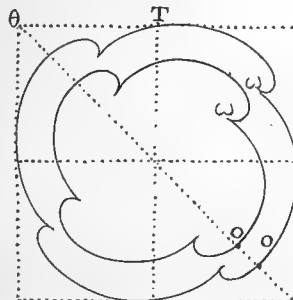
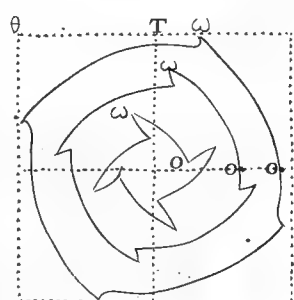


Fig. 10



11



Fig. 12

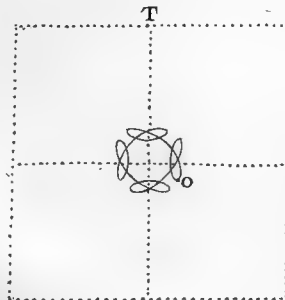


Fig. 13

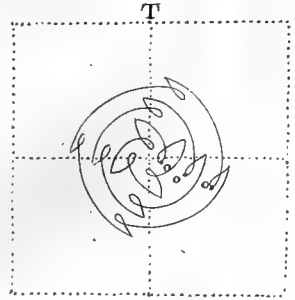


Fig. 5



Fig. 6

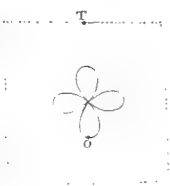


Fig. 7

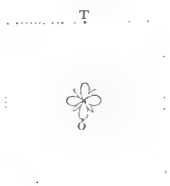


Fig. 8

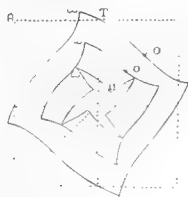


Fig. 9

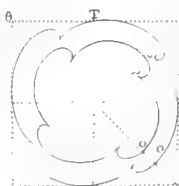


Fig. 10



Fig. 11

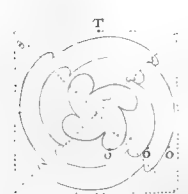


Fig. 12

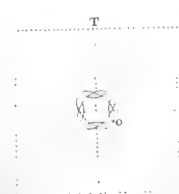


Fig. 13



Fig. 15

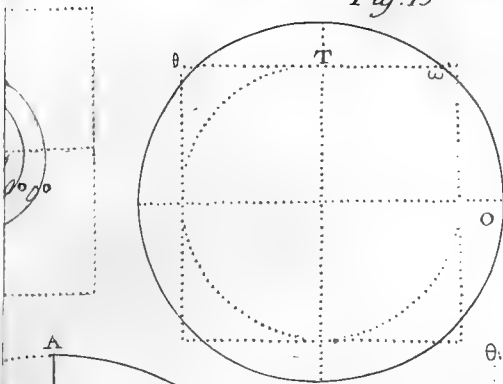


Fig. 16

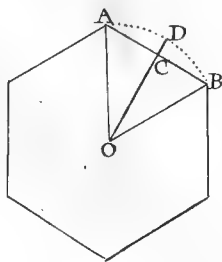


Fig. 18

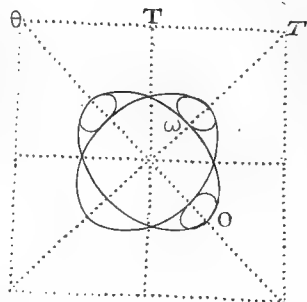
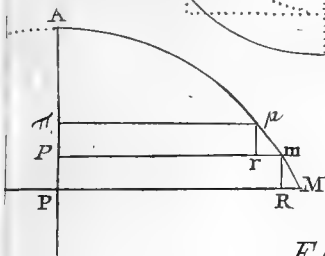


Fig. 20

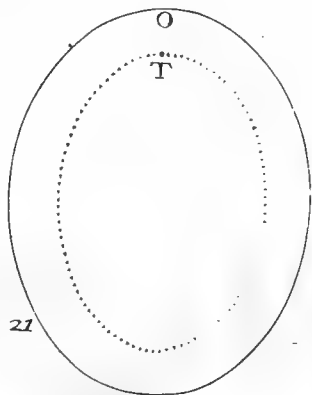
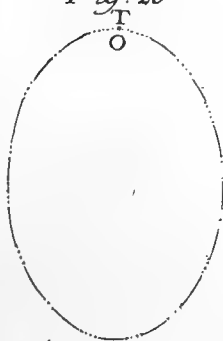
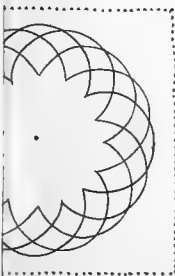


Fig. 23

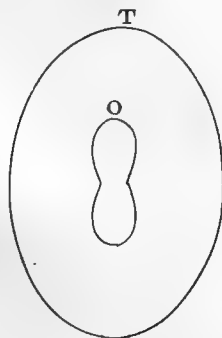


Fig. 21

Fig. 24

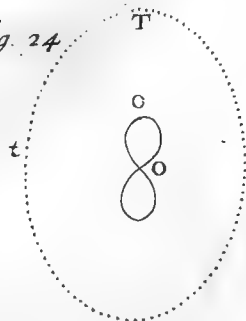


Fig 14



Fig 15

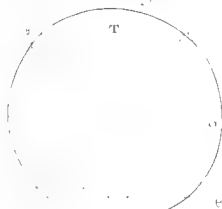


Fig 16

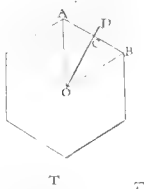


Fig 17



Fig 18



Fig 20



Fig 19

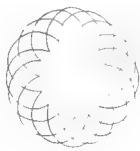


Fig 22



Fig 23



Fig 21

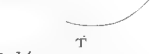


Fig 24



Fig. 26

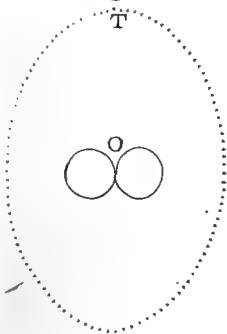


Fig. 27

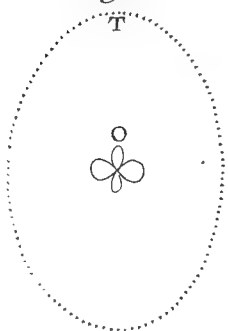


Fig. 28

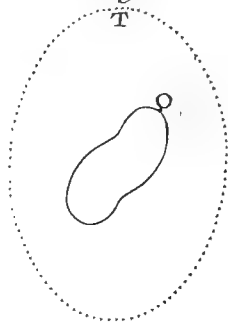


Fig. 30



Fig. 31

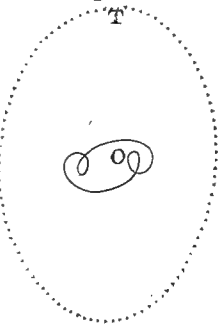


Fig. 32

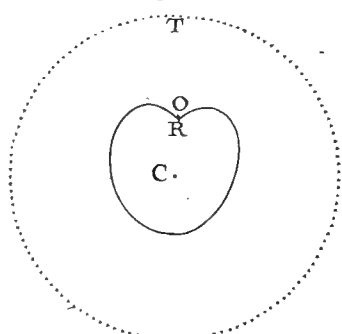


Fig. 34

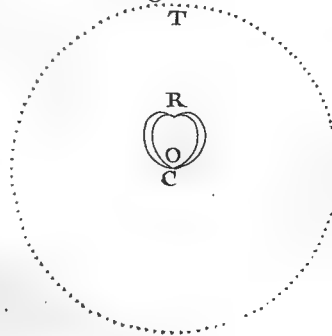


Fig. 35

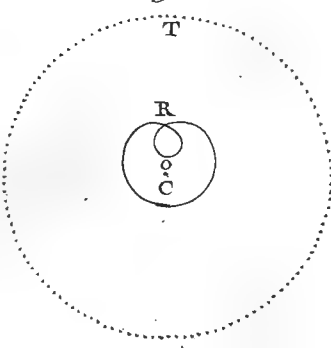


Fig 25

T



Fig 26

T



Fig 27

T



Fig 28

T



Fig 29

T



Fig 30

T



Fig 31

T



Fig 32

T



Fig 33

T

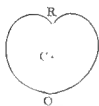


Fig 34

T



Fig 35

T



Fig. 36

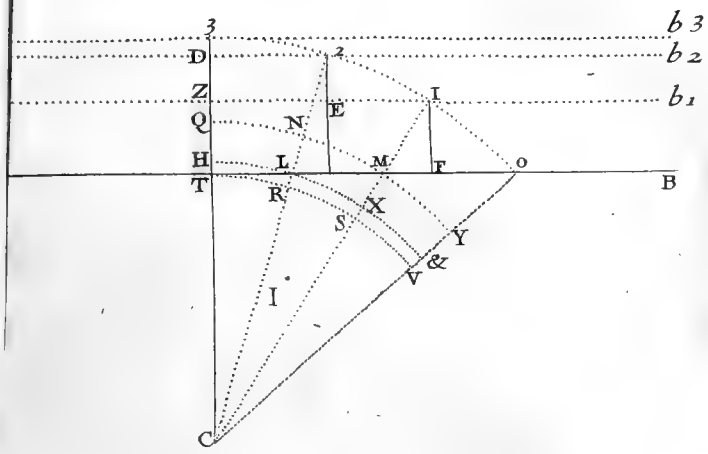


Fig. 37

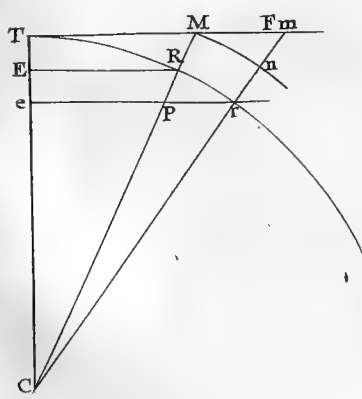


Fig. 36

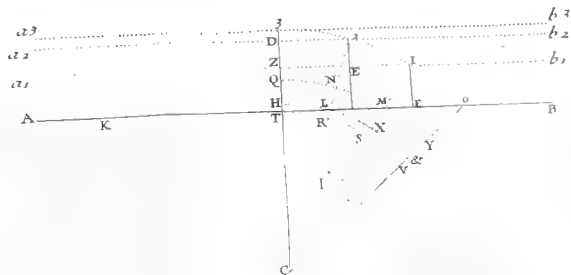
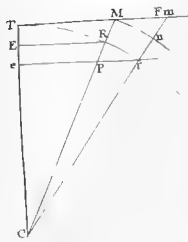


Fig 37



SUR LE SUBLIME CORROSIF;

ET A CETTE OCCASION,

*Sur un article de l'Histoire de l'Académie Royale
des Sciences de l'année 1699, où il s'agit
de ce Sublimé.*

Par M. LÉMERY.

ON sçait que le Sublimé corrosif ordinaire peut se faire, 26 Mai
& se fait aussi de différentes manières; on peut même 1734.
dire qu'outre celles qui sont connues & pratiquées, on en
peut encore imaginer & exécuter d'autres qui, en produisant
le même Sublimé, c'est-à-dire, blanc & corrosif, auront
à certains égards, des avantages & des inconvénients qui
pourront les faire préférer en quelques cas, & rejeter en
d'autres.

J'ai imaginé un nouveau mélange pour faire du Sublimé
corrosif: je le donnerai d'autant plus volontiers dans la suite
de ce Mémoire, qu'il m'a fort bien réussi, & qu'il peut avoir
son utilité.

Dans chacun des procédés usités pour la fabrique du
Sublimé corrosif, le sel commun, ou du moins son acide
y entre toujours & nécessairement, & la seule différence
qu'il apporte à ces procédés, c'est que dans les uns il en
faut moins, & dans les autres davantage, à proportion du
Mercure qui y a été employé.

L'état différent du Mercure qu'on mêle aux différents
ingrédients avec lesquels on fait du Sublimé corrosif, apporte
encore une différence particulière aux procédés de ce Sublimé;
car ou l'on y employe le Mercure crud & coulant, c'est-à-
dire, sous sa forme naturelle, ou sous celle de Sel concret
qu'il a acquise par l'esprit de Nitre, ou par l'huile de Vitriol
dont il a été dissout, & dont on a ensuite fait évaporer la

partie aqueuse; or dans ces différents cas, le mélange des autres ingrédients, & la manœuvre de l'opération, varient nécessairement plus ou moins. Enfin le Vitriol dont on a coutume de se servir dans les procédés les plus usités du Sublimé corrosif, n'est pas toujours si nécessaire pour la formation de ce Sublimé, qu'on ne puisse souvent dans la préparation, ou s'en passer tout-à-fait, ou y substituer un autre intermede équivalent. Nous entrerons une autre fois plus avant dans le détail & l'explication physique de ces différents procédés, dont nous ne parlons quant à présent que par occasion, & qu'autant qu'il est nécessaire pour l'intelligence de ce que nous avons à dire dans la suite.

Il y a peu de temps qu'on voit plus clair qu'on ne faisoit auparavant sur la manière dont les différentes matières qui entrent dans la composition du Sublimé corrosif, agissent les unes sur les autres pour la formation de ce Sublimé; on peut même dire que malgré les éclaircissements qu'on a tirés de quelques expériences nouvelles & anciennes, on n'est point encore parfaitement instruit, ni de la mécanique de l'opération du Sublimé corrosif, ni du contingent que le Mercure tire de chacun des Sels qui ont été mêlés avec lui.

Les Chimistes qui sont venus, ou qui ont écrit avant les éclaircissements dont on vient de parler, donnoient à peu près & indistinctement le même emploi aux acides de tous les Sels qu'on faisoit servir à la production du Sublimé corrosif; ils regardoient ce Sublimé comme un Mercure hérissé des pointes de tous ces acides, & s'imaginant que plus il en étoit chargé de différents, plus il étoit corrosif; lorsqu'au lieu du Mercure dissout par l'esprit de Nitre, ils employoient le Mercure crud, ils avoient souvent soin d'ajouter dans le mélange des ingrédients du Sublimé corrosif, une portion de Salpêtre dont ils comptoient que les acides se joindroient à ceux du Sel commun & du Vitriol, pour se réunir dans le Sublimé corrosif qui en devoit naître, & ils n'imaginoient pas que le Vitriol même eût d'autre usage dans l'opération de ce Sublimé, que celui qui vient d'être allegué.

Mais depuis qu'on a découvert l'action du Vitriol ou de ses acides sur ceux des autres Sels qui y ont été mêlés, ou plutôt depuis que la difficulté qu'on a trouvée jusqu'ici à expliquer mécaniquement certains phénomènes chimiques, que nous ferons voir en temps & lieu être très-susceptibles d'une explication de cette nature ; depuis, dis-je, que la difficulté apparente d'expliquer mécaniquement certains phénomènes, a donné lieu d'imaginer pour cela, & d'introduire en Chimie le système des Attractions, qui, à dire vrai, est moins une explication qu'un aveu ou une déclaration formelle de l'impossibilité où l'on croit être de rendre une raison claire & satisfaisante, des effets dont il s'agit ; enfin depuis que le système des Attractions a fait naître l'idée d'affinités, de rapports plus ou moins grands entre différentes substances, d'où, dit-on, dépendent les mouvements cachés qui suivent le mélange des corps, on a conclu affirmativement en conséquence de cette idée, que quelles que soient les différences des mélanges avec chacun desquels on fait du Sublimé corrosif, dès que le Sel commun ou son acide ne manque jamais dans tous ces mélanges d'être un des ingrédients, le Sublimé corrosif qui résulte de chacun d'eux doit toujours être parfaitement le même, & n'avoir admis dans sa composition que le Mercure & les seuls acides du Sel commun qui, suivant la supposition, ayant plus de rapport avec le Mercure que tous les autres acides, y doivent être reçus par préférence, sur-tout quand on emploie le Mercure crud ; & lorsqu'on se sert de celui qui est déjà chargé des acides du Nitre ou du Vitriol, ceux du Sel commun, en vertu de leur plus grand rapport avec le Mercure, en chassent aussi-tôt les autres acides, ou les en trouvent délogés à leur arrivée, parce que ces autres acides qui ont plus de rapport avec la matrice du Sel commun qu'avec le Mercure, abandonnent l'un pour s'établir dans l'autre, & cèdent par-là d'eux-mêmes la place aux acides du Sel marin, d'où il suit que quand on se sert du Mercure pénétré par les acides du Nitre, ou par ceux du Vitriol, ce ne doit pas être dans la

vûë de faire un Sublimé plus fort, ou différent de celui pour lequel on ne se sert que du Mercure crud, mais pour la facilité de l'opération, & en faveur de celui qui travaille à incorporer ensemble par la trituration, le Mercure, le Sel & le Vitriol; car outre qu'il est fort long-temps à en venir à bout, il se trouve encore exposé pendant tout ce temps à une poussière incommode, & même dangereuse qui s'éleve du mélange.

Quoi qu'une grande partie des faits qu'annonce ce système se trouve vérifiée par l'expérience, & conforme à ceux d'un autre système plus mécanique & plus vrai, dans le détail duquel nous entrerons lorsqu'il s'agira d'expliquer la formation du Sublimé corrosif, & toutes les singularités qui s'observent dans les différents procédés de cette opération, on ne trouve pas la même certitude dans l'autre partie des faits de la supposition alléguée, suivant laquelle on prétend que le Sublimé corrosif en général ne contient d'autres acides que ceux du Sel commun, & que celui qui a été fait avec le Mercure dissout auparavant par l'esprit de Nitre, ou par l'huile de Vitriol, n'a rien retenu des acides de ces liqueurs, & est en tout parfaitement semblable à celui qui a été fait avec le Mercure crud. Et comme l'expérience est la pierre de touche des spéculations chimiques, l'amour de la vérité m'a déterminé d'abord à y avoir recours pour la vérification de cette supposition, & je l'ai fait d'autant plus volontiers, qu'outre que cette vérification est par elle-même curieuse & intéressante pour la Physique, & qu'en travaillant sur le Mercure, il est rare qu'on n'y apperçoive pas quelques nouveautés, qui ne sont à la vérité que de simples curiosités tant qu'elles sont isolées, mais qui deviennent souvent utiles par l'usage & l'application qu'on s'avise d'en faire, soit pour la preuve de quelques vérités, soit pour se garantir de quelques erreurs, ce qui va être prouvé par un exemple qui fait le principal sujet de ce Mémoire; il est encore vrai qu'il est de la dernière importance pour la Médecine, de connoître à fond la composition intérieure de chacun des Sublimés

corrosifs qui ont été faits suivant des procédés différents.

Quoique cette préparation chimique soit le plus grand de tous les poisons, & qu'en cette qualité elle serve à tuer quantité de bêtes incommodes, elle n'en est pas moins utile dans la pratique de la Médecine, soit pour l'extérieur, soit pour l'intérieur. On sçait que c'est un grand escarrotique propre à manger les chairs baveuses, à consommer les callosités les plus obstinées dans les ulcères, les glandes endurcies, les verruës; qu'on en fait avec l'esprit de Vin, une espece d'huile propre pour les chancres vénériens menacés de gangrene; & avec l'eau de Chaux, l'eau phagédénique dont on se sert pour nettoyer les vieux ulcères; qu'elle entre dans les trochisques de Minium, remede incomparable pour dissoudre & enlever, par la voye de la suppuration, les glandes scrophuleuses. Mais on sçait de plus qu'elle est la base du Mercure doux & de la Panacée mercurielle, deux des plus grands remedes que nous ayons en Médecine, & pour la meilleure préparation desquels nous ne devons négliger aucune des instructions que la Chimie est capable de nous procurer. Si elle nous fait voir dans la suite, que tous les Sublimés corrosifs ne sont composés que de Mercure & des acides du Sel commun, nous nous servirons indistinctement & sans scrupule de tous ces Sublimés pour l'intérieur & pour l'extérieur; mais si elle nous dit tout le contraire sur cette composition, si elle nous avertit qu'il y a des Sublimés corrosifs, plus corrosifs & moins faciles à être adoucis que d'autres, nous ne nous servirons des uns ou des autres que dans les cas où ils conviendront davantage, & nous n'employerons, surtout pour les préparations de Mercure doux & de la Panacée, que ceux avec lesquels l'expérience nous aura appris qu'on en doit faire, & qu'on en fait de meilleurs.

C'est pour remplir les vûes qui viennent d'être proposées, que j'ai commencé par faire huit différents Sublimés corrosifs, & que j'en ai tenté quelques autres qui ne m'ont pas réussi comme les premiers, quoique pour un d'eux j'eusse travaillé sur la foi d'un Auteur de réputation. Les premières

expériences que j'ai faites sur trois de mes Sublimés, n'ont pas seulement justifié mes doutes sur la différente composition des Sublimés corrosifs qui résultent de différents mélanges ; elles m'ont encore fourni un éclaircissement & une décision parfaite sur un article de l'Histoire de l'Académie Royale des Sciences de l'année 1699, dans lequel il s'agit de la falsification du Sublimé corrosif par l'Arsenic, & d'un moyen rapporté par différents Auteurs pour la reconnoître sur le champ. Nous nous arrêterons, quant à présent, à ce dernier article ; & à l'égard du premier qui, pour être traité à fond, demande un plus grand nombre d'expériences que nous n'en avons encore faites, quoique nous en ayons déjà fait beaucoup, nous le remettons à un ou à plusieurs autres Mémoires qui viendront dans la suite.

Si le Sublimé corrosif ne servoit qu'à faire périr différentes bêtes qui nous incommode, ou s'il n'étoit employé en Médecine que pour l'extérieur & en qualité de topique, on ne s'inquiétoit peut-être pas tant que l'on fait, des matières arsénicales qu'on peut faire entrer dans sa composition : il est cependant vrai, & plusieurs Auteurs célèbres ont observé que le simple usage extérieur de l'Arsenic étoit très-dangereux ; que des foiblesses, des syncopes, la fièvre, le délire, des inquiétudes & des mouvements involontaires dans les membres en avoient souvent été la suite, & que plusieurs en étoient morts ; par conséquent si le Sublimé corrosif, soupçonné de contenir des matières arsénicales, est si fort à redouter, même pour l'extérieur, que n'en devoit-on pas craindre, si on l'employoit pour les deux remèdes intérieurs dont il a déjà été parlé, qui préparés avec du Sublimé corrosif bien & fidèlement fait, sont aussi doux & aussi efficaces qu'ils seroient dangereux & funestes, s'ils l'avoient été avec du Sublimé corrosif mêlé d'Arsenic.

Pour être dans une parfaite sécurité sur la composition du Sublimé corrosif destiné à faire des remèdes extérieurs ou intérieurs, il faudroit que tout Apothicaire fît lui-même cette préparation ; mais malheureusement la peine qu'elle
donne,

donne, & qui ne laisse pas d'être grande, se trouve en pure perte pour l'Artiste, auquel il coûte encore plus à faire, qu'à acheter tout fait des Droguistes qui le tirent de Hollande & de Venise à très-bon compte; & cela, soit parce qu'il y a dans ces lieux de grandes manufactures de Sublimé corrosif, & que ce qui se fait en grand revient en général à bien moins que la même chose faite en petit, soit parce que les Hollandois & les Venitiens étant postés au milieu de la Mer, & à portée d'avoir à bon compte chacune des drogues nécessaires pour la fabrique du Sublimé corrosif, ils le font à beaucoup moins de frais que chaque particulier parmi nous, & ils peuvent aussi le lui donner à un prix fort au-dessous de celui qu'il trouveroit à le faire chés soi. Cela étant, il n'en faut pas davantage pour engager, au moins le commun des Apothicaires, à acheter plutôt le Sublimé corrosif tout fait, qu'à le faire eux-mêmes.

Je remarquerai ici à l'occasion des manufactures de Sublimé corrosif de Venise & de Hollande, auxquelles le bon marché a fait, & , suivant toute apparence, fera toujours avoir recours, qu'on pourroit en établir de semblables en France, où le Sublimé corrosif se feroit non-seulement à bon compte, mais encore à la vûe du Public, & par conséquent avec fidélité, ce qui nous dispenseroit d'avoir recours à celui des Étrangers, dont nous ne sommes pas d'ailleurs aussi sûrs que nous le serions du nôtre. On n'auroit pour cela qu'à choisir un lieu sur le bord de la Mer, des eaux de laquelle on auroit permission de se servir, ce qui épargneroit déjà la dépense du sel commun, & à l'égard du Vitriol qui est un des ingrédients de l'opération commune du Sublimé corrosif, quoique ce sel ne coûte pas beaucoup, pour épargner encore sur cet article, je lui substituérois le Bol ou l'Argille, qui sont toujours d'un prix fort au-dessous de celui du Vitriol, & avec lesquels je sçais, par ma propre expérience, qu'on peut faire de très-bon Sublimé corrosif. Il est même plus aisé, quand on se sert du Mercure crud, de l'éteindre avec le Bol ou l'Argille qu'avec le Vitriol. Cette substitution

pourroit toujours servir à diminuer le prix du Sublimé corrosif, qui d'ailleurs se faisant à la fois en grande quantité, &, pour ainsi dire, sous nos yeux, non seulement pourroit se donner à bon marché, mais encore seroit moins suspect que celui qui vient de loin, & qui passe par différentes mains plus avides les unes que les autres de gain, & dont plusieurs peuvent se déterminer par ce motif à falsifier après coup avec l'Arseⁿic le Sublimé corrosif même sorti des manufactures de Hollande & de Venise.

Mais, dira-t-on, qu'importe qu'on le falsifie, si par un essai chimique tout des plus faciles, on en peut découvrir sur le champ la falsification; il n'y a qu'à l'éprouver par cet essai avant que de l'employer. Cet expédient sera toujours plus aisé, & coûtera moins que s'il falloit préparer soi-même tout le Sublimé corrosif dont on a besoin pour en faire des remèdes internes ou externes.

Il est vrai que plusieurs Auteurs, ou qui n'ont fait que se copier, ou qui ont été séduits par la comparaison de quelques expériences mal examinées, comme on le fera voir dans la suite, avancent, comme une vérité certaine, que la marque infail^lible du Sublimé corrosif sophistiqué, c'est de noircir comme de l'encre quand on y verse de l'huile de Tartre par défaillance, & que celle du Sublimé corrosif qui est bon, & tel qu'il doit être pour sa composition, c'est de jaunir comme l'or avec la même huile de Tartre.

Mais Barchusen, dans un Livre intitulé *Pyro^ssophia*, rejette l'épreuve dont on vient de parler, & dit pour cela avoir observé que tout Sublimé corrosif, sophistiqué ou non, arrosé d'huile de Tartre, jaunit, puis rougit, & enfin exposé à l'air quelque temps, noircit.

Quoique l'observation de Barchusen diffère^{ât}, comme on le fera voir, de l'épreuve dont il s'agit par une circonstance, & laisse encore par-là quelque chose à desirer sur la preuve de la fausseté de cet essai, qui ne peut être mise dans tout son jour que par quelques autres observations que j'ai nouvellement faites, & que je vais donner dans ce Mémoire;

on peut toujours conclurre affés clairement de celle de Barchufen, que la couleur noire qui survient au Sublimé corrosif arrosé d'huile de Tartre, & qu'on regardoit comme le signe d'un mélange arsénical, ne doit point passer pour tel; qu'on le reconnoîtroit plutôt, ce mélange, par une odeur puante que l'Arsenic communique aux corps avec lesquels il est mêlé, & qui s'attache fortement aux doigts qui touchent ces corps; qu'enfin, en attendant la découverte de nouveaux essais qui nous annoncent aussi sûrement & avec autant de facilité l'Arsenic qui peut être mêlé avec le Sublimé corrosif, que la Noix de galle déclare le Fer ou le Vitriol qui se trouve dans certaines eaux, la seule marque infaillible pour distinguer la vérité du fait, c'est la revivification ou l'analyse.

Qui croiroit que des faits rapportés par un Auteur de nom, tel que Barchufen, pour réfuter les prétendus moyens de distinguer le Sublimé corrosif sophistiqué, faits d'ailleurs aussi simples & aussi faciles à répéter & à appercevoir, que je vais démontrer qu'ils sont vrais, ayent pû, je ne dis pas seulement être soupçonnés, mais taxés de faux, du moins en partie, par un Chimiste de réputation & de très-bonne foi, qui a cru être en droit de le faire dans un Mémoire pour lequel j'ai consulté les Registres de l'Académie, parce qu'il n'a été imprimé qu'un extrait de ce Mémoire dans l'Histoire de l'Académie Royale des Sciences de l'année 1699. Ce Chimiste, qui est feu M. Boulduc, après avoir versé un grand nombre de fois de l'huile de Tartre sur du Sublimé corrosif ordinaire, & sur un autre qu'il avoit fait avec deux onces de Sublimé corrosif ordinaire & demi-once d'Arsenic sublimés ensemble, dit n'avoir rien remarqué de différent dans l'un & dans l'autre Sublimé, qu'ils ont jauni tous deux par le mélange de l'huile de Tartre, moins d'abord, & ensuite davantage; & comme il trouve jusque-là parfaitement la même chose que Barchufen, il conclut aussi comme lui que l'huile de Tartre n'apportant à l'un des deux Sublimés d'autre altération que celle qu'elle communique à l'autre,

elle ne peut être regardée comme un moyen de distinguer le Sublimé corrosif sophistiqué d'avec celui qui ne l'est point, & doit être rejetée comme une épreuve fautive, & qui ne peut servir qu'à tromper.

Mais notre Auteur, après avoir déclaré ce qu'il trouve de bon & de vrai dans les faits de Barchusen, c'est-à-dire, de conforme à ce qu'il a observé, nie formellement la couleur noire que contracte à l'air le Sublimé corrosif abreuvé d'huile de Tartre, & il la nie sur un très-grand nombre d'expériences qui lui ont fait voir le contraire dans l'un & dans l'autre Sublimé. Il adjoute même, au sujet de celui où il étoit entré de l'Arsenic, qu'ayant commencé à jaunir avec l'huile de Tartre, il avoit plutôt ensuite blanchi que noirci à l'air, ce qu'il a fait voir à la Compagnie.

Si ses expériences, au lieu d'avoir été faites sur du Sublimé corrosif en masse, l'eussent été sur du Sublimé corrosif en liqueur, c'est-à-dire, dissout auparavant par ce qu'il lui faut d'eau pour cela, je ne serois point surpris qu'il n'y eût point apperçu la couleur noire que cite Barchusen, & qui vient, comme on le verra par la suite, d'une poudre noire & très-fine qui tombe & se répand insensiblement sur la surface de la petite masse du Sublimé, & qui, souvent par sa finesse, reste suspendue dans la liqueur fumageante, ce qui fait que le Sublimé conserve alors sa couleur jaune ou rouge; mais quand cette poudre tombe entièrement sur le Sublimé, & qu'il y en a une assez grande quantité pour couvrir toute sa surface, on n'y apperçoit alors que du noir, & la liqueur fumageante est claire, au lieu qu'elle est noirâtre, aussi-bien que le Sublimé, quand une partie de la poudre se précipite, & que l'autre reste suspendue dans la liqueur.

Ce n'est point à la quantité de cette poudre, mais à sa finesse, & à la grossièreté des parties du Sublimé corrosif, comparées à celles de la poudre fine, & employées sous une forme sèche, qu'est dûe la couleur noire qui succède en quelque sorte à la jaune, ou à la rouge : car si celles du Sublimé corrosif étoient aussi subtiles, & avoient autant de surfaces

que les autres, comme la quantité du Sublimé surpasse infiniment celle de la poudre noire, les parties de ce Sublimé qui seroient aussi infiniment plus nombreuses que les autres, bien loin d'en pouvoir être alors recouvertes, comme il arrive quand elles sont plus grossières & plus ramassées, recouvriroient si fort elles-mêmes les autres, ou les écarteroient tellement les unes des autres, qu'elles les offusqueroient en quelque sorte, & elles les feroient si bien disparaître à la vûë, qu'on n'appercevroit alors que la couleur rouge ou jaune du Sublimé, qui se trouveroit abondamment entre chacune des petites parties noires : aussi lorsque le Sublimé devenu jaune par l'huile de Tartre a eu le temps de devenir noirâtre, de la manière qui a été dite, si seulement avec les doigts, on écrase & on divise la matière, & qu'on la délaye avec de nouvelle eau, elle reprendra sa couleur jaune ou rouge, qu'elle communiquera à tout le liquide, & le noir disparaîtra d'autant plus qu'il sera plus étendu par le liquide, & que le Sublimé aura été plus exactement divisé.

Par conséquent, lorsque le Sublimé corrosif dont on se sert pour faire l'expérience, a été auparavant dissout dans l'eau, toutes ses parties y sont dans une division extrême, puisqu'elles y sont invisibles, & quand l'huile de Tartre vient ensuite à les précipiter sous une couleur jaune ou rouge, quoique moins subtiles alors, puisqu'elles se font appercevoir, elles composent toujours une poudre qui est au moins aussi fine que la noire, & les parties de cette poudre noire qui, relativement à la quantité de celles du Sublimé, sont peut-être un sur cent, doivent d'autant mieux disparaître, ou être moins sensibles, que la quantité du liquide qui regne pour lors, & qui ne se trouvoit pas de même dans l'autre expérience, étend & éloigne davantage ces parties noires les unes des autres, les disperse & les confond plus exactement dans toute la masse du précipité qui est aussi lui-même plus étendu.

On voit par ce qui a été dit, qu'en supposant que les expériences de Barchusen ont été faites sur le Sublimé corrosif

en substance, & celles de notre Auteur sur le Sublimé corrosif en liqueur, il est facile de rendre raison de la différence de leurs observations; mais mal-heureusement notre Auteur dit positivement avoir fait ses expériences comme Barchusen, c'est-à-dire, en versant quelques gouttes d'huile de Tartre sur le Sublimé corrosif en substance, ce qui lui a fait voir le contraire de ce qu'a vû Barchusen, & le témoignage de l'Académie qu'il cite, & dont il s'appuye, joint à son exacte probité, ne permet pas de douter un moment de la vérité des faits qu'il allegue.

Il résulte seulement de la différence de ces faits, & de ceux de Barchusen, que des expériences très-simples, & qui paroissent entièrement semblables & les mêmes, tant par la manière de les faire, que par les ingrédiens dont on s'est servi, peuvent avoir des différences très-sensibles, & capables d'en imposer à leurs Auteurs.

Que Barchusen eût lû, par exemple, les expériences de notre Auteur, dans lesquelles le Sublimé devenu jaune demeure tel, & ne noircit point à l'air; n'auroit-il pas eu autant & plus de droit, de taxer ces expériences-là de faux, qu'en avoit eu notre Auteur sur les siennes, de nier formellement celles de Barchusen? Je dis autant & plus, car j'ai remarqué à cette occasion, par l'examen scrupuleux d'un très-grand nombre de faits, que tout concourt à justifier ceux de Barchusen, au lieu que rien, ou presque rien ne parle en faveur de ceux de notre Auteur. J'ai observé par-tout que le Sublimé devient ou noir, ou brun-foncé tirant sur le noir, ou noir en plusieurs endroits & par points, ou si le Sublimé conserve sa couleur jaune ou rouge, la liqueur qui le furnage est chargée d'une poudre noire qui le salit, de manière que, suivant mes observations, ce qui arrive le plus généralement, pour ne pas dire toujours ou presque toujours, est entièrement conforme à ce qu'a observé Barchusen; & à l'égard des faits de notre Auteur, je les regarde comme une exception à la regle générale & ordinaire. C'est cependant sur ces faits qu'on a voulu donner l'exclusion aux autres.

Avant que d'entrer dans le détail de ceux qui ont été annoncés dans ce Mémoire, pour rétablir & confirmer la vérité des observations de Barchufen, il est à propos de faire sentir ce qui manque à ces observations pour être une preuve décisive, & tout-à-fait concluante contre le prétendu moyen de distinguer le Sublimé corrosif sophistiqué, de celui qui ne l'est pas.

Les différents Auteurs qui enseignent & prescrivent ce moyen, & dont j'en ai lû plusieurs, s'expliquent tous de même, sur la manière de discerner le bon Sublimé, du mauvais. Cette découverte, selon eux, est prompte, & se fait sur le champ, par quelques gouttes d'huile de Tartre versée sur le Sublimé. Ils ne disent pas que le Sublimé sophistiqué commence par jaunir & rougir, & ne noircisse ensuite qu'après avoir été exposé quelque temps à l'air; en ce cas, l'épreuve ne se feroit pas sur le champ, & seroit bien plus longue qu'elle ne paroît l'être par l'exposition qu'ils en font. Ils disent tout simplement qu'en versant de l'huile de Tartre sur le Sublimé, s'il est bon il jaunit, & s'il est altéré il noircit; & comme le bon jaunit aussi-tôt qu'on y verse l'huile de Tartre, le sophistiqué doit aussi noircir par-là dans l'instant. S'ils eussent prétendu que le Sublimé sophistiqué ne noircit qu'après être devenu jaune & rouge, & dans un certain espace de temps, ils n'eussent pas manqué de le dire, ou plutôt comme l'épreuve n'auroit pas été momentanée, ils eussent pû voir par eux-mêmes, que tout, ou presque tout Sublimé corrosif arrosé d'huile de Tartre noircit à la longue, & le peu d'apparence qu'ils eussent trouvé à supposer en conséquence, que tout Sublimé qu'on expose en vente eût été mêlé d'Arsenic, leur auroit donné occasion d'examiner la chose de plus près, & d'en découvrir la vérité. Mais il y a lieu de croire, comme on le fera voir dans la suite, que quelques expériences leur avoient fait voir d'abord un Sublimé corrosif qui, sans avoir jauni & rougi auparavant, étoit devenu tout d'un coup noir par le mélange de l'huile de Tartre; & comme ils sçavoient que le Sublimé corrosif

ordinaire, & qui est bien fait, jaunit toujours aussi-tôt avec l'huile de Tartre, & qu'ils ne s'étoient pas donné le temps d'appercevoir la couleur noire qui vient ensuite par dessus la jaune ou la rouge, ils avoient conclu de ces deux expériences faites à la hâte, la marque alleguée du bon & du mauvais Sublimé.

En effet, s'ils n'eussent jamais eu d'exemple de Sublimé corrosif capable de devenir noir dès qu'on y jetteroit de l'huile de Tartre, & cela sans jaunir auparavant, ils n'eussent jamais imaginé ce fait, & ils l'eussent encore moins donné comme une regle pour reconnoître le mauvais Sublimé corrosif. Or comme l'observation de Barchusen ne roule que sur des expériences dans lesquelles le Sublimé corrosif jaunit & rougit toujours avant que de noircir, peut-être dira-t-on que l'induction qu'il en tire contre l'épreuve du Sublimé corrosif arsenical où le noir vient d'abord sans avoir été précédé de jaune, peche dans son principe, c'est-à-dire, par le défaut de conformité, & n'étant point par-là applicable à cette épreuve, elle est incapable de lui faire aucun tort; tout ce qu'on en peut induire, adjoutera-t-on, c'est que dans tous les cas où le noir vient à la suite du jaune ou du rouge, ce noir ainsi précédé n'est point un indice d'arsenic.

Il est vrai que, suivant les expériences de Barchusen, & même de son antagoniste, le Sublimé corrosif sophistiqué ou non, reçoivent l'un & l'autre de l'huile de Tartre, précisément & en tout les mêmes altérations, ce qui sembleroit devoir décider, qu'inutilement a-t-on recours à l'huile de Tartre, pour reconnoître le bon ou le mauvais Sublimé, & que cette épreuve ne peut qu'induire en erreur, à quoi peut-être répondra-t-on encore que si l'huile de Tartre ne manifeste point l'espece de mélange arsenical que notre Auteur a fait entrer dans son Sublimé corrosif sophistiqué, elle en découvre d'autres plus susceptibles de l'épreuve de cette huile, ce qui pourtant, à vrai dire, est plutôt un échappatoire qu'une réponse; mais enfin pour ne rien laisser à desirer sur la vérification de cette épreuve, & pour soustraire, s'il est possible,

possible, toute ressource à la chicane qui n'en manque guères, sur-tout lorsqu'il s'agit de préjugés établis de longue main, & qui ont acquis une espece de titre de loi en vieillissant; il seroit à souhaiter qu'on pût découvrir la manière de faire un Sublimé corrosif que l'huile de Tartre ne jauniroit, ni ne rougiroit point, mais qu'elle noirciroit aussi-tôt; la connoissance qu'on auroit de la composition de ce Sublimé, jusqu'ici inconnue pour cet effet, apprendroit bien-tôt si l'Arsenic auroit part ou non à la couleur noire qui arriveroit d'abord, & sans avoir été précédée de jaune ou de rouge. J'espere qu'on trouvera un éclaircissement entier sur ce sujet dans plusieurs des expériences qui vont être rapportées.

J'ai commencé mes expériences sur deux Sublimés corrosifs, dont l'un avoit été fait avec parties égales de Vitriol calciné, de Sel décrépit & de Mercure dissout par l'esprit de Nitre, & réduit en sel par l'évaporation; & l'autre avec parties égales de Sel décrépit & de Mercure dissout par l'huile de Vitriol: mais comme j'ai lieu de soupçonner que dans les deux Sublimés résultants des deux mélanges rapportés, le Mercure n'est pas pénétré des seuls acides du Sel commun, mais d'une Eau régale dans l'un, & dans l'autre d'un mélange d'acide vitriolique & d'acide du Sel commun; & comme je voulois voir & comparer ce que mes essais feroient aussi sur le Mercure pénétré par les seuls acides nitreux, & sur celui qui n'en contient point d'autres que ceux du Sel commun; je me suis servi pour l'un, de la masse blanche qui reste après la dissolution du Mercure par l'esprit de Nitre, & l'évaporation de la partie aqueuse de cette dissolution, & j'ai employé pour l'autre un Sublimé fait avec deux parties de Sel commun décrépit, deux parties de Vitriol calciné, & une partie de Mercure coulant, le tout bien mêlé par la trituration avant que de le faire sublimer. Je sais bien qu'on pourra dire que le Vitriol qui fait partie du mélange, peut communiquer quelques-uns de ses acides au Mercure, qui en réunira par-là de deux sortes; mais en attendant que de nouvelles expériences m'aient donné lieu de vérifier

parfaitement ce fait, je puis toujours dire, sur de bonnes preuves, que si dans cette opération le Vitriol a fait passer dans le Mercure quelques-uns de ses acides, ils n'y sont pas en grand nombre, & que ce Sublimé est celui de tous où l'on peut moins soupçonner l'alliage des acides du Sel commun avec ceux d'autres sels.

J'ai donc fait usage de ce Sublimé pour mes expériences, mais il est à remarquer que qui le feroit resublimer une ou plusieurs fois encore, après l'avoir mêlé chaque fois avec de nouveau Vitriol calciné & de nouveau Sel décrépit, donneroit lieu aux essais d'y produire toujours de plus en plus des effets différents, & qui rentreroient dans ceux des autres Sublimés corrolifs dont il a été parlé; & comme nous n'avons besoin, quant-à-présent, que des effets dont ce Sublimé qui ne l'a été qu'une fois est susceptible, ce sera particulièrement sur le produit de cette première sublimation que nous nous exercerons.

A l'égard du sel de Tartre & des autres sels fixes qui ont été mêlés les uns après les autres avec chacune des quatre préparations mercurielles dont on vient de parler; prévenu déjà par d'autres expériences & observations rapportées dans deux Mémoires sur les différentes couleurs des précipités du Mercure, imprimés dans les Mémoires de l'Académie des années 1712 & 1714; prévenu, dis-je, par ces expériences & ces observations, que les différentes couleurs qu'acquiert le Mercure par le mélange des différents Sels alkalis qu'on y mêle, viennent toujours de quelque chose que ces Sels communiquent au Mercure, sans quoi il paroîtroit sous une forme blanche qui est celle qu'il a naturellement & indépendamment des Sels alkalis, quand il est pénétré d'acides; sçachant d'ailleurs, & par la différence des expériences de notre Auteur & de celles de Barchusen, & par quelques autres de ma façon, que deux sels fixes d'une même espèce, & qui ne paroissent avoir entr'eux aucune différence, en apportent souvent de très-sensible dans les mêmes expériences où chacun d'eux a été employé; j'ai observé avec soin ce que

chaque espece de Sel fixe pris en différents états, étoit capable de faire avec chacune de nos préparations mercurielles. J'ai distingué du sel de Tartre anciennement fait, d'autres sels de Tartre faits nouvellement par moi-même, & cela parce que dans quelques cas j'y ai apperçû des variétés d'effets qui seront remarquées.

J'ai calciné du Tartre blanc & du Tartre rouge, de chacun desquels j'ai tiré un sel parfaitement semblable par sa nature, & qui l'a été aussi par ses effets ; ainsi cette distinction n'entrera plus en ligne de compte pour nos expériences.

J'ai encore fait du sel de Tartre de deux façons. Dans l'une, après que le Tartre avoit été bien brûlé & calciné, j'avois fait bouillir la matière avec beaucoup d'eau, dans une bassine de cuivre, puis j'avois passé la liqueur au travers d'un filtre, & je m'en étois servi de cette manière pour mes expériences. Mais faisant ensuite réflexion, 1.^o Qu'on pouvoit soupçonner la liqueur qui avoit bouilli dans un vaisseau de cuivre, d'en avoir détaché quelques parties capables d'influer dans les expériences par leurs effets qu'on attribueroit mal à propos aux sels. 2.^o Qu'il est très-possible que les sels fixes de la liqueur, en bouillant avec le marc du Tartre, se chargent de quelques matières noires & fuligineuses que le feu en avoit séparées, & qui s'y rejoignent pendant l'ébullition ; j'ai fait recalciner de nouveau Tartre, je l'ai mis dans une terrine de grès, j'y ai versé de l'eau toute bouillante & qui venoit de bouillir dans un grand coquemarre de terre non vernissé. J'ai ensuite coulé la liqueur, qui comparée pour ses effets à l'autre solution de sel de Tartre, a bien produit quelques variétés, mais rien d'essentiellement différent, en un mot l'une & l'autre solution ont noirci le Sublimé corrosif ; ce qui ne peut être imputé aux parties de cuivre communiquées à la solution, car si cela étoit, celle qui n'a point été faite dans des vaisseaux de cuivre, ne devroit pas produire de noir comme elle le fait. Il est vrai qu'en quelques cas elle en produit moins que l'autre solution, & le noir n'arrive pas si promptement, parce que n'ayant pas

bouilli de même avec son marc, elle n'en a point enlevé la même quantité de parties noires propres à couvrir & noircir le Sublimé : & en effet qu'on fasse bouillir de l'eau dans un poëlon, qu'on la verse ensuite dans une terrine de grès sur du Tartre bien brûlé & calciné, qu'on ne l'y fasse pas bouillir, mais seulement infuser, qu'on coule ensuite la liqueur, & qu'on la mette en œuvre, on remarquera qu'elle sera parfaitement la même pour ses effets que celle dont l'eau, après avoir bouilli d'abord dans un vaisseau de terre non-vernisé, a été versée & laissée en infusion sur une autre portion du même Tartre brûlé & calciné de l'expérience précédente ; & si après avoir fait bien bouillir du Tartre calciné dans un vaisseau de terre non-vernisé avec de l'eau, on compare la solution filtrée qui en résulte avec celle du même Tartre qui a été faite dans un vaisseau de cuivre où elle a bouilli de même, & d'où on l'a versée aussi-tôt après pour la filtrer, on reconnoîtra encore dans l'une & dans l'autre solution parfaitement les mêmes effets ; d'où il paroît que le cuivre n'a aucune part à ceux de la solution du sel de Tartre ou de tout autre sel fixe qui y a bouilli, & que c'est au marc de la matière & à l'ébullition, que ce qu'il y a de particulier dans ces effets doit être attribué.

Enfin, quand après avoir calciné du Tartre, ou toute autre matière végétale, on en a séparé le sel par le moyen de l'eau qu'on a bien fait bouillir sur la matière, comme il est très-possible que la solution qui en résulte, toute limpide qu'elle est devenuë par la filtration, ait tiré du marc de la Plante, & contienne des parties qui se dissipent, & ne se retrouvent plus, du moins aussi abondamment qu'auparavant dans le sel tiré par évaporation de cette solution, & redissout dans de nouvelle eau, où, en formant une seconde solution, il y a preuve qu'il dépose toujours quelque chose qui se sépare de cette seconde solution lorsqu'on la filtre ; j'ai cru que ces deux solutions d'un même sel pourroient bien ne pas toujours produire parfaitement les mêmes effets, & méritoient par-là d'être distinguées, & mises en œuvre

séparément; qu'enfin la seconde solution dont on vient de parler, pourroit bien avoir une grande conformité d'effets avec une première solution, qui n'auroit point bouilli, mais simplement infusé sur le marc de la même Plante, dont cette seconde solution auroit tiré son sel. On verra dans la suite si l'expérience s'accorde avec cette idée, ainsi quand je parlerai doresnavant de la première & de la seconde solution du Tartre, de la Soude, de la Potasse, de la Cendre gravelée, je n'entends par-là que ce qui a été dit.

J'ai encore calciné quelque temps & assés fortement dans un creuset, une portion de sel de Tartre restée après l'évaporation de la première solution de ce sel, & je n'ai point trouvé que ce sel recalciné & fondu dans l'eau, ait produit alors d'autre effet remarquable sur nos préparations mercurielles, que celui du sel que je n'ai point fait recalciner, & que j'ai fait fondre de même dans de nouvelle eau.

*Expériences sur le Sublimé corrosif fait avec le Sel commun,
le Vitriol, & le Mercure pénétré des acides
de l'esprit de Nitre.*

La première solution d'un nouveau sel de Tartre, faite par ébullition, a jauni le Sublimé, & peu de temps après, la liqueur furnageante a commencé à se charger d'une poudre noire qui, augmentant en quantité, a rendu cette liqueur noirâtre, elle étoit telle vingt-quatre heures après & dans la suite, pendant que la masse étoit, au bout de ces vingt-quatre heures, & dans la suite aussi, d'un jaune d'or, mais un peu sali par le noir de la liqueur : cette solution un peu ancienne n'a plus agi si vite ni si fort pour ce qui regarde la couleur noire, qu'elle faisoit auparavant.

La seconde solution du sel de Tartre, recalciné dans un creuset, a jauni, puis rougi le Sublimé, qui est enfin devenu noir, la liqueur furnageante étant un peu rougeâtre, à cause d'une petite portion de poudre rouge qui y étoit restée suspendue.

La solution d'un ancien sel de Tartre, a fait en cette occasion-ci, à très-peu près, la même chose que la seconde du nouveau.

La première solution du sel de Tartre rouge, & celle du sel de Tartre blanc, faites l'une & l'autre sans avoir bouilli, & par simple infusion, après avoir jauni & rougi le Sublimé; l'ont aussi noirci, sans répandre de poudre noire dans la liqueur qui en contenoit même un peu de rouge.

La première & la seconde solution du sel de la Potasse ont fait encore à peu-près de même en tout que la seconde solution du sel de Tartre.

La première solution du sel de Soude a jauni en couleur d'or le Sublimé, & dans le même temps la liqueur surnageante s'est chargée d'une poussière abondante d'un verd-brun ou noirâtre, dont une partie a retombé & voltigé sur la matière qu'elle a salie beaucoup, mais dont elle n'a point absolument empêché la couleur d'or de paroître, quand on remuoit la matière, & qu'on la découvroit, en quelque manière, de la poudre noire qui étoit tombée, & qui glissoit sur sa surface.

Il faut remarquer que cette première solution du sel de Soude ayant été gardée quelque temps, la production de la poudre noire n'a été ni aussi prompte, ni aussi abondante que quand la solution étoit nouvellement faite.

La seconde solution du sel de la Soude a d'abord rendu le Sublimé fort rouge, sans que la liqueur surnageante fût d'un verd-brun ou noir, comme avec la première solution, dont le Sublimé étoit toujours resté de couleur d'or; vingt-quatre heures après, le Sublimé de cette seconde solution de la Soude s'est trouvé recouvert en quelques endroits d'un peu de noir, & dans les autres, il avoit une couleur rouge roussâtre.

La première solution de la Cendre gravelée a donné une couleur jaune & orangée au Sublimé; vingt-quatre heures après, la liqueur surnageante étoit d'un pareil jaune, mais la matière qui étoit au fond étoit parsemée de noir, & le

jaune qui étoit à côté du noir étoit plus terne & plus obscur qu'auparavant.

La seconde solution de la Cendre gravelée a produit, à peu-près, le même effet que la première pour le rouge, sur lequel elle a ensuite répandu une couleur brune-grisâtre, ce qui, avec le rouge, faisoit un rouge gris-brun.

La Pierre à cauter est, comme on sçait, le sel de la Cendre gravelée, animé des parties de feu de la Chaux, avec laquelle on le fait tremper & bouillir dans l'eau ; la solution de cette pierre versée sur le Sublimé, lui a donné une couleur jaune très-orangée, & n'a différé en cette occasion-ci de la simple solution de la Cendre gravelée, qu'en ce que vingt-quatre heures après, la matière du Sublimé étoit un peu moins parsemée de noir, & d'un jaune un peu plus apparent que celle de la solution de la Cendre gravelée, la liqueur surnageante le Sublimé de la solution de la Pierre à cauter, étoit aussi d'un jaune-orangé & non noire.

La solution du Nitre fixé par les charbons, a jauni, puis rougi le Sublimé qui, dans la suite, est devenu très-noir.

En versant la solution de chacun des Sels fixes, dont on vient de parler, sur le Sublimé corrosif fait avec le Sel commun & le Mercure pénétré des acides vitrioliques, & répétant de la même manière sur ce Sublimé, toutes les expériences qui ont été faites sur l'autre, dont on vient de parler, tout y est si exactement semblable, & toutes les circonstances se trouvent si fort les mêmes dans chacune des expériences faites sur l'un & sur l'autre, que d'avoir rapporté ce qui s'est passé dans les mélanges de l'un des deux Sublimés avec différents Sels, c'est annoncer ce que ces différents Sels sont capables de produire sur l'autre ; nous ne nous étendrons donc pas davantage sur son sujet.

Quand on considère que le noir de chacune des expériences qui ont été rapportées, diffère en quantité, en qualité, & par la partie du mélange où il se loge, & que cette différence répond non-seulement aux différents Sels qui ont été employés, mais encore aux différents états d'un même Sel,

à la différente provision, ou à la perte qu'il a pû faire de certaines parties qu'il dépose plus ou moins abondamment, & qui plus ou moins légères, couvrent la surface du Sublimé, ou se tiennent confondus avec le peu de liqueur qui le furnage, on est porté à croire que tout le noir qui survient au mélange, vient des sels qui y sont entrés. Cependant, comme on sçait par une longue expérience faite & rapportée par feu M. Homberg, dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1710*, que le Mercure même qui a été revivifié du Cinabre, tout net qu'il paroisse, contient & donne par chaque livre, près de deux gros d'une matière terreuse, légère, gris-de-souris, sans aucune faveur ni odeur, & que cette matière, délayée dans l'eau, la rend trouble & noire, on peut croire aussi que le noir de chacune des expériences rapportées, vient de cette matière grise qui, dans chaque expérience, se détache plus ou moins abondamment du corps du Sublimé qui, quoique fait avec du Mercure revivifié du Cinabre, a toujours conservé cette matière grise & terreuse.

* Pag. 190.
& suiv.

Pour répandre quelque éclaircissement sur cette difficulté, j'ai commencé par séparer de l'un & de l'autre Sublimé dont il a été parlé, la matière grise dont il s'agit, & cela par une voye bien plus courte & plus facile que celle de M. Homberg, & qui donne tout au moins autant, pour ne pas dire beaucoup plus de matière grise que la sienne. Voici de quelle manière je m'y suis pris.

J'ai mis une demi-once de Sublimé corrosif dans un mortier de marbre, j'y ai versé en cinq reprises différentes, dix onces d'eau, c'est-à-dire, deux onces chaque fois, remuant à chacune l'eau & le Sublimé ensemble, pour en opérer la dissolution; après quoi je versois par inclination la liqueur, avec ce qui avoit été dissout, remettant ensuite sur la matière une égale quantité de nouvelle eau, & répétant toujours la même manœuvre jusqu'à la fin de la dissolution totale du Sublimé, que j'ai faite par partie, au lieu de la faire toute à la fois en versant tout d'un coup les dix onces d'eau sur la demi-once de Sublimé, & cela pour appercevoir à chaque fois la couleur
de la

de la matière restée dans le mortier, après que les deux dernières onces d'eau qui venoient d'y passer en avoient enlevé une portion, & pour examiner par-là plus exactement toutes les circonstances de cette expérience, qui consistent en ce que dès qu'on a eu versé en deux fois quatre onces d'eau sur le Sublimé, la masse restante a paru moins blanche qu'elle ne l'étoit auparavant; qu'elle l'a paru encore moins après qu'on a eu versé en trois fois six onces d'eau; qu'après huit en quatre fois elle est devenuë noirâtre, & qu'après dix, il est resté au fond du mortier une matière terreuse, grise, indissoluble, & parfaitement semblable à celle de M. Homberg, mais qui la passoit de beaucoup en quantité. J'ai cru que cette voye prompte & aisée de séparer exactement du Mercure les parties terreuses & étrangères qui y sont mêlées, pouvoit avoir son utilité en certains cas, & méritoit d'être rapportée, supposé qu'elle ne l'ait point été jusqu'ici, ce que j'ignore parfaitement; tout ce que je sçais, c'est que je ne l'ai apprise de personne.

Le Sublimé corrosif purifié de cette manière, & réduit sous une forme solide par l'évaporation des parties aqueuses qui le tenoient en dissolution, a été mêlé en cet état à chacun des différents sels fixes auxquels il l'avoit déjà été avant sa purification, & dans le temps qu'il contenoit tout ce qui en a été séparé depuis; & il s'est trouvé que tout purifié qu'il étoit, chacun des différents sels fixes mis en œuvre de toutes les manières dont ils l'avoient été précédemment, y ont porté toute, ou à très-peu-près la même altération qu'ils avoient fait avant sa purification.

Je dis à très-peu près, car je ne voudrois pas assurer positivement que le noir des expériences faites sur le Sublimé corrosif purifié, le fût exactement autant, ou aussi abondant qu'il l'avoit été dans le Sublimé non purifié, ce qui donneroit lieu de conjecturer que ce noir pourroit venir de deux sources plus ou moins copieuses, sçavoir 1.^o de chacun des sels fixes qui seroient employés, & qui ne sont pas tous & en toute sorte de situation également chargés de parties

282 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
noires ou grises-brunes , 2.^o du Sublimé corrosif qui peut
être aussi plus ou moins chargé des mêmes parties.

*Expériences faites sur le Mercure dissout par l'esprit
de Nitre , & réduit par l'évaporation sous la forme
d'un Sel concret.*

Ce qui m'engage à rapporter les expériences que j'ai
faites sur le Mercure dissout par l'esprit de Nitre , & réduit
en sel concret par l'évaporation de la partie aqueuse de la
liqueur, c'est qu'outre les preuves nouvelles qu'elles four-
nissent, du noir qui vient à la suite du jaune & du rouge
dans le Mercure pénétré d'acides, elles nous font encore
appercevoir infiniment mieux que nous n'avons fait jusqu'ici
par les expériences précédentes, jusqu'où va la différence
des premières & des secondes solutions de quelques sels, &
ces faits sont aussi curieux qu'ils sont clairs & évidents.

Je remarquerai d'abord, pour abrégé sur les circonstances
inutiles, que du Nitre fixé par les charbons, des sels de
Tartre blanc & rouge, anciennement & nouvellement faits,
des sels de Potasse, de Soude, de Cendre gravelée, retirés
chacun par évaporation de la première solution qui les avoit
enlevés au marc terreux avec lequel ils avoient été calcinés,
& étoient devenus alkalis; que ces sels, dis-je, refondus dans
de nouvelle eau, formant par-là chacun une seconde solu-
tion, & versés en cet état séparément sur différentes por-
tions de Mercure pénétré des acides nitreux, y ont agi
comme ils avoient fait sur les deux Sublimés corrosifs dont
il a été parlé précédemment, c'est-à-dire, qu'ils l'ont promp-
tement jauni & rougi, & que le passage du jaune clair au
jaune plus foncé, & du jaune plus foncé au rouge, a été aussi
prompt & rapide que celui du rouge au brun ou au noir
& été lent & tardif.

En effet, dans le mélange de ces secondes solutions, avec
toutes les préparations mercurielles dont il a été parlé, y
compris celle dont nous parlons actuellement, il a presque

toûjours fallu plusieurs heures pour le passage du rouge au brun ou au noir, & ce n'a souvent été qu'après vingt-quatre heures que la matière a bruni ou noirci jusqu'à un certain point, ou autant qu'elle pouvoit le faire.

D'ailleurs il est à remarquer que toutes les secondes solutions de nos sels fixes, bien filtrées, ne répandent pas ordinairement de poudre noire voltigeante dans la liqueur, & que les premières solutions de plusieurs de ces sels qui ont été faites avec ébullition, & qui sont nouvelles, ou du moins qui n'ont point été trop long-temps gardées, mêlées aux deux sublimés sur lesquels nous avons travaillé, commencent à peine à les jaunir, qu'elles noircissent aussi-tôt la liqueur qui devient dans la suite plus ou moins noire suivant la quantité de la poudre de la même couleur qui s'y assemble insensiblement. Mais il faut bien considérer que c'est ordinairement là tout l'effet de ces premières solutions sur les deux Sublimés qui demeurent toûjours visiblement jaunes, & seulement salis par la poudre noire voltigeante & passagere qui tombe sur leur surface, & qui s'en sépare facilement, & que les secondes solutions des mêmes sels, qui ordinairement ne répandent point de poudre noire dans la liqueur, portent, s'il est permis de le dire, tout leur effet de noir ou de brun sur la masse même des Sublimés, sur la surface de laquelle le brun ou le noir, bien plus inhérent, cache bien davantage la couleur jaune ou rouge qu'avoit acquis le Sublimé avant l'arrivée du noir ou du brun. C'est-là ce qui fait la différence principale des effets des premières & des secondes solutions des mêmes sels sur les deux Sublimés; & quoique cette différence soit assés légère, & par cela même ne frappe guere, elle paroît d'autant plus singulière, quand on la cherche dans ce qui peut la produire, qu'elle vient de deux liqueurs aussi semblables que le sont une première & une seconde solution d'un même sel par la principale partie de leur composition, je veux dire par leur partie saline, en conséquence de l'homogénéité de laquelle une conformité

plus grande d'effets sembleroit devoir naturellement se rencontrer dans ces deux liqueurs.

Mais si l'on a lieu d'être surpris de cette différence d'effets des premières & des secondes solutions des mêmes sels, quand on la considère sur les deux Sublimés corrosifs dont il a été parlé, on a bien un autre sujet d'étonnement, quand c'est sur le Mercure pénétré des acides du Nitre qu'on observe l'action & la différence d'effets de ces premières & de ces secondes solutions.

On a déjà remarqué que les secondes solutions n'y faisoient que ce qu'elles avoient fait sur les deux Sublimés, c'est-à-dire, qu'elles opéroient toujours dans les unes & dans les autres préparations mercurielles, un passage lent & tardif du rouge au noir ou au brun, & qu'ordinairement elles ne répandoient point de poudre noire dans la liqueur fumageante qui par-là restoit claire, ou simplement chargée d'une petite poudre rouge.

Pour sentir présentement toute la différence de ces effets des secondes solutions d'avec ceux des premières sur le Mercure pénétré des acides nitreux, & de combien cette différence l'emporte dans le cas présent sur celle qui a été observée dans le cas des deux sublimés; il n'y a qu'à considérer que l'action des premières solutions sur le Mercure pénétré des acides nitreux, ne se borne pas alors, comme dans l'autre cas, à répandre un peu plus ou un peu moins de poudre noire dans la liqueur fumageante presque aussi-tôt que la matière devient jaune, & à différer déjà par-là de l'action des secondes solutions sur la même préparation mercurielle; les premières solutions ont encore ceci de particulier dans le cas présent, c'est qu'elles noircissent vraiment la matière aussi-bien & même beaucoup mieux que ne le font les secondes solutions, & de plus, avec cette différence, que la noirceur qui par les secondes solutions n'arrive qu'après plusieurs heures, ne demande souvent qu'un instant fort court pour arriver par le moyen des premières solutions, ce qui forme un spectacle

curieux & singulier ; car aussi-tôt que quelques gouttes de la première solution ont été versées sur la préparation mercurielle, on voit, pour ainsi dire, en trois instans différens la matière devenir d'abord jaune, passer ensuite au rouge, & enfin du rouge au noir, & encore à un noir abondant qui rend la liqueur comme de l'encre, & qui s'empare si bien du petit tas de matière solide qui est au fond, qu'ordinairement il en fait disparaître tout le rouge, & n'en laisse à la vûe aucun vestige, à moins qu'on ne verse beaucoup d'eau sur la matière, & qu'on ne l'écrase fortement avec les doigts, comme il a déjà été dit ci-dessus.

Il est cependant à remarquer que suivant la nature de la matière brûlée, dont on a tiré la première solution dont on se sert, & aussi suivant que cette première solution est plus ou moins nouvelle, l'instant du passage du rouge au noir est plus ou moins court. Mais quoique ce passage se fasse quelquefois un peu attendre, il est cependant toujours assés prompt, & même infiniment rapide, quand on le compare & à celui qu'excitent les secondes solutions sur les Sublimés & sur notre préparation mercurielle, & à celui qu'excitent sur les Sublimés les premières solutions elles-mêmes.

Quand ce passage n'est pas si vif, comme il n'est jamais long avec certaines solutions dont il sera parlé, on n'en apperçoit que mieux les trois couleurs qui se succedent, & qui prennent en quelque manière la place les unes des autres ; mais quelquefois ce passage qui se fait comme celui d'un éclair, éblouit & permet à peine d'entrevoir les trois couleurs qui semblent à la vûe s'aller perdre & noyer au plutôt dans le noir.

Il est encore à remarquer que les premières solutions de toute matière végétale quelconque ne produisent pas le passage subit du rouge au noir dont on vient de parler. La première solution entr'autres de la Potasse, du moins celle dont je me suis servi, n'a agi sur le Mercure pénétré des acides nitreux, & même sur les deux Sublimés, que comme le font toutes les secondes solutions des sels dont il a été parlé.

Parmi les premières solutions avec lesquelles j'ai vû opérer le passage subit du rouge au noir, quand elles ont été faites avec ébullition, celle qui m'a toujours paru demander un peu plus de temps que les autres pour son opération, c'est la première solution de la Cendre gravelée; le noir même qu'elle répand dans la matière, est moins abondant que celui des autres, & c'est pour cela que la liqueur fumageante de cette expérience, au lieu d'être noire, étoit claire.

Avec les premières solutions de sel de Tartre & de sel de Soude, versées séparément sur deux portions de la préparation mercurielle, l'arrivée du jaune & le passage du jaune au rouge, & du rouge au noir, se sont faits plus vite que dans l'expérience précédente, mais ils se sont laissé distinguer; & dans ces deux mélanges le noir a été encore bien plus abondant que dans le précédent, aussi la matière du fond en a-t-elle été toute recouverte, & la liqueur en est-elle devenue comme de l'encre.

Je remarquerai à cette occasion que la première solution de sel de Soude avec laquelle j'ai fait la première fois l'expérience dont on vient de parler, me manquant presque, & n'agissant plus avec la même vivacité que devant, parce qu'elle étoit devenue ancienne; j'ai fait bouillir à différentes reprises dans l'eau une même quantité de la Soude que j'avois déjà mise en usage, & j'ai scrupuleusement observé pour chacune de ces premières portions de sel de Soude, la même manœuvre dont je m'étois servi d'abord, cependant il est arrivé, malgré cette attention, que deux de ces premières portions n'ont pas plutôt fait venir le noir dans l'expérience dont il s'agit, que le fait la seconde solution du sel de Soude, ce qui prouve combien les circonstances qui font réussir cette expérience sont délicates & faciles à manquer.

Enfin de toutes les liqueurs, celle avec laquelle j'ai vû le noir succéder le plus promptement aux deux autres couleurs, c'est la solution de la Pierre à caustique. Dès qu'on a mêlé quelques gouttes de cette liqueur à notre préparation, on apperçoit bien un peu le jaune qui vient d'abord, mais le noir

se presse si fort d'arriver ensuite, qu'il passe, pour ainsi dire, par dessus le rouge, & le fait disparaître dans l'instant; ce n'est cependant pas par l'abondance du noir qu'excite la solution, que ce noir arrive si-tôt, mais par la vivacité & l'action brûlante du sel que contient la solution; & en effet, après l'expérience qui dure bien peu de temps à se faire, la liqueur qui furnage la matière du fond, se trouve claire, & cette matière se trouve aussi moins noire que celle de la première solution de la Soude ou de celle du Tartre.

On remarquera que malgré tout ce qui vient d'être rapporté de la solution de la Pierre à cautere, ce n'est point une première solution, ce n'en est réellement qu'une seconde, & qui agit plus vivement qu'une première, mais il faut observer que le sel de cette solution étant celui de la Cendre gravelée, il contient déjà les parties de feu que ce sel a amassées, & il y réunit encore celles qu'il a tirées de la Chaux avec laquelle il a été mêlé, ce qui lui donne la propriété âcre & brûlante qu'il n'avoit pas, du moins dans un aussi haut degré, étant simplement sel de Cendre gravelée, & que n'ont point aussi tous les autres sels fixes. Par cette opération de la Pierre à cautere, la Cendre gravelée, dont la première solution agissoit avec moins de promptitude pour la production du noir, que les premières solutions du sel de Tartre & de celui de Soude sur le Mercure pénétré des acides nitreux, devient, comme on voit, plus active à cet égard que ces deux Solutions, ce qui m'a paru mériter d'être remarqué.

Expériences sur le troisième Sublimé fait avec le Mercure coulant, le Vitriol & le Sel commun, suivant les doses cy-devant rapportées.

Voici encore d'autres expériences nouvelles, très-différentes de toutes celles qui les ont précédées, & absolument nécessaires pour l'éclaircissement complet que je me suis proposé de donner dans ce Mémoire sur l'épreuve prétendue du Sublimé corrosif.

J'ai donc fait, ainsi qu'il a été dit, du Sublimé avec le Mercure coulant, le Vitriol & le Sel commun. J'ai versé sur différentes portions de ce Sublimé, qui étoit fort blanc, toutes les liqueurs alkalines employées dans les expériences précédentes ; la plus grande partie de ces liqueurs l'ont fortement noirci tout aussi-tôt, quelques-unes n'ont fait que le brunir, & encore après un peu de temps, mais elles l'ont toujours rendu par-là très-différent de ce qu'il étoit auparavant ; & avant que le noir ou le brun succédât au blanc de toute la matière, & en prit la place, aucune de ces liqueurs, ce qui est à remarquer, n'y a fait naître du jaune ou du rouge, ni rien qui en approchât, comme dans les expériences précédentes.

Il n'a point été question avec ce Sublimé, de la distinction d'effets des premières & des secondes solutions à l'égard de la liqueur furnageante, & de la petite masse qui étoit au fond ; c'est le Sublimé seul qui en a reçu l'impression, & le noir s'est si peu répandu dans la liqueur qui le furnageoit, & a été si peu en état de s'y répandre & d'y demeurer, qu'en versant encore un peu d'eau sur la matière, l'écrasant & la remuant avec les doigts, la liqueur n'en a pas acquis pour cela la couleur du Sublimé, comme elle le fait en pareil cas, avec les deux autres Sublimés dont il a été parlé, & dans lesquels il se forme toujours une poussière fine & assés légère, pour occuper, du moins pour un temps, l'étendue de la liqueur, & ne s'en pas précipiter à l'instant.

Les premières & secondes solutions qui ont véritablement noirci le Sublimé, & qui l'ont fait sur le champ, ce sont celles 1.^o de plusieurs sels tirés depuis peu & de différentes manières du Tartre rouge & du Tartre blanc, 2.^o les deux solutions du sel de la Cendre gravelée qui avec les autres Sublimés ne produisoient presque point de noir, 3.^o celles du Nitre fixé par les charbons, & enfin celles du sel de la Soude, qui est celui qui a d'abord noirci plus que tous les autres, & dont le degré de noirceur est toujours resté le même par rapport à celui qu'avoient excité les autres sels.

La

La solution de la Pierre à cauterer a aussi noirci d'abord le Sublimé, mais moins que n'avoit fait le sel de la Soude, & d'une nuance moindre que n'avoit fait aussi le sel de la Cendre gravelée.

La première solution de la Potasse n'a d'abord rien fait sur le Sublimé, mais quelque temps après elle l'a fortement bruni, & en est restée là dans la suite, à la différence de la seconde solution du même sel qui a promptement noirci le Sublimé.

Je ne puis passer ici sous silence une autre singularité ou bisarrerie d'expériences, qui m'a paru d'autant plus digne de remarque, qu'elle donne naturellement lieu à une conséquence qui va bientôt trouver une juste application.

Je viens d'observer que les premières & les secondes solutions de plusieurs sels de Tartre que j'avois fait depuis peu, avoient d'abord & fortement noirci notre troisième Sublimé. Cependant un sel de Tartre très-alkali, que j'avois fait aussi, mais anciennement, & qui a servi sous le titre d'ancien sel de Tartre dans les expériences précédentes, versé sur ce troisième Sublimé, incapable de jaunir & de rougir, & susceptible seulement de noirceur par les sels fixes & lixiviels, n'y a d'abord rien fait, & l'a seulement bruni à la longue, mais moins que n'avoit fait la première solution de la Potasse; & ce qui fait encore paroître davantage le singulier & l'extraordinaire de ce fait, c'est que cet ancien sel de Tartre qui, en comparaison des premières & secondes solutions du nouveau sel de Tartre, fait peu de choses sur le troisième Sublimé, noircit beaucoup & autant les deux premiers Sublimés, que le fait la seconde solution du sel de Tartre nouveau, & plus que la première du même sel, & qu'encore plusieurs autres premières solutions d'autres sels, qui en récompense agissent bien davantage, & plus fortement que l'ancien sel de Tartre sur le troisième Sublimé, qui semble les dédommager de ce qu'elles ont de moins, & de ce que l'ancien sel de Tartre a de plus qu'elles sur les deux autres Sublimés.

Il n'est pas aisé de rendre raison de cette singularité, non plus que de quelques autres qui ont été rapportées dans ce Mémoire; il nous faudroit pour cela de nouveaux faits, & de nouvelles observations, qui viendront peut-être dans la suite nous éclairer; ce n'est que par les lumières expérimentales, qu'on peut voir clair dans la Physique, & ce n'est qu'avec de pareils secours qu'un Chimiste doit se permettre d'interpréter la Nature.

Il nous reste présentement à faire usage, & à tirer de justes conséquences de toutes les expériences dont il a été parlé dans ce Mémoire.

1.^o Le fait allegué par Barchusen, du noir qui succède au jaune & au rouge dans le Sublimé corrosif ordinaire arrosé d'huile de Tartre, se trouve parfaitement justifié par l'assemblage & le concours unanime de la multitude d'expériences qui ont été faites sur les deux premiers Sublimés, & sur le Mercure pénétré des acides nitreux, & cela non-seulement avec une simple solution du sel de Tartre, mais encore avec ce sel considéré en plusieurs états différents, & avec plusieurs autres sels fixes considérés aussi en différents états, & qui tous, sans se démentir, attestent la vérité de ce fait; de manière que si, par une espece de mal-entendu, il a été pros crit, & en quelque sorte dégradé dans nos Mémoires, il s'y réhabilite par la foule d'autres faits qui déposent clairement en sa faveur.

2.^o Si, suivant nos observations, le sel de la Cendre gravelée, & celui de la Pierre à cauterer qui, à proprement parler, sont deux sels de Tartre, excitent bien moins de noir dans les deux premiers Sublimés, que les autres sels de Tartre dont il a été parlé, pourquoi le hazard n'a-t-il pas pû faire tomber entre les mains de feu M. Boulduc, un sel de Tartre qui y a fait encore moins que ceux de la Cendre gravelée, & de la Pierre à cauterer, c'est-à-dire, rien du tout, ou si peu de chose que l'effet n'en a point été sensible? Le même hazard a bien scû me faire retrouver un ancien sel

de Tartre de ma façon, qui, sur le troisiéme Sublimé seulement, fait presque l'opposé d'autres sels de Tartre que j'ai faits depuis; du moins, au lieu de noircir ce troisiéme Sublimé dès qu'il y a été versé, comme le font les autres sels de Tartre, il y demeure long-temps, ainsi que nous venons de le remarquer, sans paroître y rien faire, & il n'y produit à la longue qu'un petit effet en comparaison des autres.

Le sel de Tartre de notre Auteur a donc pû être à peu-près à l'égard de celui de Barchusen sur le Sublimé corrosif ordinaire, qui est celui sur lequel nos premières expériences ont été faites, ce qu'a été notre ancien sel de Tartre à l'égard du nouveau sur le troisiéme Sublimé. Cette conjecture soutenüe des expériences qui viennent d'être alleguées en faveur du fait de notre Auteur, tout contradictoire qu'il est à celui de Barchusen, dont nous avons pris la deffense; cette conjecture, dis-je, devient une certitude, quand on fait réflexion que M. Boulduc a fait voir en pleine Académie, la vérité du fait avancé contre celui de Barchusen.

Enfin les expériences faites sur notre troisiéme Sublimé qui ne contient point d'Arsefic, & qui cependant noircit d'abord, & fortement, dès qu'on y verse la solution de quelque sel fixe, non-seulement nous fournissent une preuve complete & décisive de la fausseté du moyen dont on s'étoit avisé de se servir, pour distinguer & reconnoître le Sublimé corrosif sophistiqué d'Arsefic, mais elles nous indiquent encore de quelle manière, & par quelle aventure cette erreur a pû se glisser, & s'établir, comme elle a fait, pour une vérité. Supposons qu'un Sublimé parfaitement semblable à notre troisiéme Sublimé, soit tombé entre les mains de quelque Chimiste, capable d'en imposer par sa réputation de probité, & que de l'huile de Tartre répandüe par cas fortuit sur ce Sublimé l'ait aussi-tôt noirci; ce Chimiste qui avoit fait plusieurs fois du Sublimé corrosif ordinaire avec

le Vitriol, le Sel commun, & le Mercure dissout par l'esprit de Nitre, & qui avoit remarqué que dans l'instant qu'on verfoit de l'huile de Tartre sur ce Sublimé, il ne noircissoit pas, mais jaunissoit ou rougissoit, n'a pas manqué de faire ses réflexions sur la singularité du nouveau fait qui, pour ainsi dire, s'étoit présenté de lui-même à sa vûë, & sans qu'il l'eût cherché; & la prévention bien ou mal fondée où l'on a toujours été, & où l'on est encore, de la sophistication du Sublimé corrosif par l'Arsenic, lui ayant fait imaginer que ce nouveau Sublimé qui ne jaunissoit ni ne rougissoit point par l'huile de Tartre, pourroit bien ne devoir sa couleur noire, qu'au mélange de l'Arsenic; il y a lieu de croire que cette idée lui a tellement plû, qu'il l'a trouvée si juste, & l'a faicte de manière qu'il n'a pas même daigné la vérifier par l'expérience, & que la confiance avec laquelle il l'a distribuée comme un fait constant, & une découverte de sa façon, a pû faire croire aux autres, qu'il s'étoit assuré par l'expérience, de la vérité de la chose, & qu'il seroit dorenavant inutile de la vérifier de nouveau. C'est apparemment ainsi que l'huile de Tartre est devenue l'épreuve du Sublimé corrosif; celui qui en a d'abord été noirci, a été taxé d'être arsenical, & chaque Auteur ayant avancé la même chose sur la foi les uns des autres, cette erreur méconnüe, & prise pour une vérité constante, s'est ainsi perpétuée jusqu'à nous, & pourroit subsister encore telle, si le hazard ne s'en étoit peut-être mêlé, c'est-à-dire, si la suite de quelque expérience faite à l'occasion de toute autre chose que de cette erreur, ne se fût heureusement trouvée propre à jeter de la défiance sur son compte, à la faire entrevoir pour ce qu'elle est, & à donner lieu à de nouvelles expériences, dont les conséquences constataient davantage cette erreur. Quant à moi, je sçais parfaitement que dans presque toutes les expériences que j'ai faites & avancées, soit pour la justification de Barchusen, soit pour démontrer la fausseté de l'épreuve du Sublimé corrosif par l'huile de

Tartre, je n'avois pour objet, en les faisant, ni la justification de Barchusen, ni l'épreuve en question.

Quoique le noir subit qu'acquiert notre troisième Sublimé par l'huile de Tartre, ne prouve rien moins qu'un mélange arsenical dans ce Sublimé, il peut cependant être regardé comme une preuve certaine que ce Sublimé pèche par un autre endroit. Et en effet, quand on l'examine, on découvre qu'il n'est point dissoluble par l'eau, & qu'il a bien moins de force & de corrosion que celui qui s'y dissout. Qu'enfin quand on le fait resublimer assés de fois, & toujours avec du Vitriol calciné, & du Sel décrépité, les nouveaux acides qu'il acquiert par-là le rendent alors dissoluble dans l'eau, beaucoup plus corrosif qu'il n'étoit auparavant, & susceptible à l'instant, comme les autres Sublimés corrosifs, de la couleur jaune & rouge, par le moyen de l'huile de Tartre; de manière qu'à proprement parler, la couleur noire qu'excite d'abord cette liqueur sur un Sublimé, ne prouve autre chose, sinon qu'il est trop peu chargé d'acides pour être dissoluble, & avoir le degré d'activité & de force du Sublimé corrosif ordinaire; aussi voyons-nous que le Sublimé corrosif le plus fort, le plus aisément dissoluble dans l'eau, & celui qui jaunit & rougit davantage par l'huile de Tartre, ayant été adouci par la perte de ses acides, & devenu par-là indissoluble dans l'eau, tel que le Mercure doux, & la Panacée, ne contracte plus à l'instant ni jaune ni rouge, mais une couleur très-noire, par la solution du sel de Tartre, ce qui arrive encore de même au précipité blanc qui, faute d'un assés grand nombre d'acides, ne se soutient plus dans l'eau, comme il faisoit avant sa précipitation, & lorsqu'il en contenoit davantage.

Je finirai ce Mémoire par une réflexion, c'est qu'il est tout-à-fait triste que la voye des expériences, dont on tire de si grands éclaircissements, quand on sçait en faire usage, donne souvent lieu à de fausses inductions, & par conséquent à des erreurs d'autant plus dangereuses qu'elles

294 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
s'établissent sur le pied de vérités incontestables : & quoique
la découverte de ces erreurs soit moins brillante, & flate
moins son Auteur, que celle de quelque vérité, soit pure-
ment curieuse, soit utile, soit l'un & l'autre à la fois ; ce-
pendant si l'on pesoit d'une part les inconvénients de ces
erreurs, & de l'autre les avantages de certaines vérités, on
reconnoîtroit peut-être qu'il vaudroit souvent mieux se
défaire des unes, que de faire acquisition des autres.

12345

10111



RECHERCHES SUR LE TOUR.

SECONDE MÉMOIRE.

Par M. DE LA CONDAMINE.

*Examen de la nature des Courbes qui peuvent se tracer
par les mouvements du Tour.*

Nous supposérons dans ce Mémoire toutes les notions préliminaires que nous avons données dans le précédent, concernant le Tour figuré, & la principale pièce appelée *Rosette*.

Outre toutes les différentes situations qu'on peut donner à l'outil, qui changent, comme on a vu, la figure tracée en conservant la même Rosette, le contour de la Rosette pouvant lui-même être varié à l'infini, il est clair par ce qui a été expliqué, que l'on peut tracer sur le Tour une infinité de Courbes différentes; mais comme la Courbe tracée quelle qu'elle puisse être, a dans toutes les situations possibles de l'outil, un rapport nécessaire & dépendant du contour de la Rosette qui l'a produit, c'est ce rapport qu'on se propose d'examiner ici, & par-là de connoître en général la nature des Courbes qu'on peut tracer sur le Tour, en regardant comme connues celles qui forment le contour de la Rosette.

Outre le mouvement de rotation sur l'axe qui fait l'essence du Tour simple, & qui est commun à tous les Tours, & le mouvement de parallélisme qui est particulier au Tour figuré ordinaire, qu'on peut nommer *Tour à Rosette*; j'ai déjà remarqué que l'arbre du Tour pouvoit recevoir un troisième mouvement dans la direction de son axe. Ce mouvement, à l'aide d'une seconde touche, d'un second ressort, & d'une pièce appelée *Couronne*, qui fait en ce sens l'office de Rosette, sert à exécuter des creux & des reliefs sur le plan de l'ouvrage.

La plupart des Tours figurés ont ce troisième mouvement, & cette mécanique est à peu-près celle d'un Tour fort ingénieux & commun en Allemagne, dont on se sert pour copier des médailles. On conçoit que dans un Tour qui a ces trois mouvements, & qu'on peut appeller *Tour à Rosette* & à *Couronne*, la pointe de l'outil change de plan, & que par conséquent la Courbe tracée devient à double courbure.

Le principal but qu'on se propose dans ce Mémoire, est d'examiner la nature des Courbes planes que l'outil trace dans le Tour figuré ordinaire, sur un plan parallèle à celui de la Rosette, en faisant abstraction du troisième mouvement qui feroit changer de plan à l'outil; & c'est cette espece de Courbe plane que nous entendrons désormais sous le nom de *Courbe du Tour*.

Si l'on desire quelque chose de plus, après avoir trouvé, comme on le peut en décomposant les mouvements du Tour, quelles sont dans un Tour qui a les trois mouvements, les deux courbes qui seroient tracées chacune à part; l'une sur un plan parallèle à l'axe, en faisant abstraction du mouvement de parallélisme; l'autre sur un plan perpendiculaire à l'axe, en supprimant le mouvement direct de l'arbre: on pourra, par la méthode de M. Clairaut*, trouver la courbe à double courbure qui résultera de la combinaison de ces deux courbes planes considérées comme ses projections. Quant à présent c'est des courbes planes qu'il est question.

* *Recherches
sur les Courbes à
double courbure.
Paris. 1730.*

Pour commencer par le cas le plus simple, on supposera d'abord la touche pointuë, c'est-à-dire, telle qu'un seul & même point de la touche porte successivement sur tous les points du contour de la Rosette. On examinera ensuite les effets des touches plates, convexes, concaves, à roulette, &c. dont l'usage est réel ou possible; mais jusqu'à ce que nous fassions une nouvelle supposition, il est bon d'avertir que tout ce qui suit doit s'entendre dans l'hypothèse de la touche pointuë.

Il faut encore observer que par le nom d'*outil*, nous n'entendons qu'une seule pointe qui ne trace qu'un simple trait, telle que l'outil que les Tourneurs nomment *grain d'orge*.

Le

Le rapport de la courbe tracée par l'outil au contour de la Rosette, n'est difficile à appercevoir que parce que l'outil opere sur un plan différent de celui de la Rosette, & de plus mobile d'un double mouvement. Pour lever ces deux obstacles, 1.^o nous rapporterons la courbe tracée par l'outil au plan de la Rosette, comme on a fait dans les figures du premier Mémoire. 2.^o On supposera que l'arbre, & par conséquent que la Rosette n'a plus aucun mouvement, ni de parallélisme, ni de rotation, & on les remplacera par des mouvements équivalents qu'on donnera à l'outil. Tout ceci se concevra mieux par un exemple.

Soit la Rosette quarrée $T\Theta\theta\tau$, dont le centre & celui de l'arbre du Tour est C . 1.^o Le plan de l'ouvrage sur lequel l'outil trace la figure $Oo\omega\Omega$, plan qui, dans la construction ordinaire du Tour, est situé à l'autre extrémité de l'arbre, parallèlement à la Rosette, sera ici supposé, rapproché & projeté sur le plan même de la Rosette $T\Theta\theta\tau$, tel qu'on le voit dans la figure. Cette supposition ne change rien d'essentiel à la construction du Tour, c'est seulement comme si la longueur de l'arbre qui n'est faite que pour la commodité de l'ouvrier, étoit réduite à un point, en sorte que la surface de l'ouvrage ou le plan sur lequel l'outil travaille, se trouvât contigu au plan de la Rosette.

Planche II.
Fig. 1.

Il est à propos d'observer que comme il a été plus commode dans la Machine du premier Mémoire, de faire faire le mouvement de parallélisme dans la ligne verticale, au lieu que dans la construction ordinaire du Tour, l'arbre se meut horizontalement; on supposera ici dans toutes les figures, la touche en T au-dessus, & non à côté de la Rosette en t , ce qui ne change rien à l'effet.

2.^o L'axe de l'arbre réduit à un point étant représenté dans la figure par le centre C , le mouvement du point C , dans le plan de l'ouvrage, le long de la ligne CT , représentera le mouvement de parallélisme de l'arbre du Tour ordinaire; pour remplacer ce mouvement, en supposant la Rosette immobile, il faut concevoir que la touche T , &

l'outil O sont adhérents au plan de l'ouvrage devenu par la supposition précédente, contigu au plan de la Rosette, & que ce même plan qui porte la touche & l'outil, est mobile, en sorte que son centre peut décrire la ligne TC .

Pour se bien représenter ce mouvement, il n'y a qu'à imaginer que le plan contigu à la Rosette, dans lequel nous avons fixé la touche & l'outil, porte une rainure ou coulisse dans la direction TC , qui lui permet d'aller & venir le long de cette ligne, en s'approchant ou s'éloignant du point C , pris sur le plan de la Rosette devenue immobile. De cette manière, quelle que soit la position de la touche T & de l'outil O , ce mouvement du plan de l'ouvrage remplacera celui qu'a le centre de la Rosette le long de la même ligne TC , ou TC , dans la construction ordinaire du Tour.

3.^o Enfin, au lieu que le plan de la Rosette $T\odot\theta\tau$, tournoit sur son centre C , la touche & l'outil demeurant immobiles en T & en O , ce sera le plan parallèle à la Rosette, & contigu, qui porte la touche & l'outil T & O , que nous ferons tourner sur le centre C , en rendant la Rosette fixe, ce qui est encore absolument la même chose.

La rainure TC du plan contigu à la Rosette permettant, par la seconde supposition, à la touche T , fixée sur ce plan, de s'approcher & de s'éloigner du centre fixe C de la Rosette, & par la dernière, le même plan étant mobile sur son centre, il est aisé de concevoir que ces deux mouvements réunis donneront la facilité de promener la touche T sur les bords de la Rosette, en suivant les inégalités de son contour; l'outil O , entraîné par le même plan qui le porte, décrira le même trait que dans la construction ordinaire du Tour.

Tout ceci bien entendu, la solution de ces Problemes, dont l'un est l'inverse de l'autre, se présente d'elle-même.

PROBLEME I.

Le contour d'une Rosette quelconque, & la position respective du centre de la touche & de l'outil sur un même plan étant donnés, trouver sur ce plan tous les points du dessein qui en résultera.

PROBLEME II.

Un dessein ou un contour quelconque étant donné avec la position du centre de la touche & de l'outil, trouver sur le même plan tous les points du contour de la Rosette qui doit produire un pareil dessein !

Soit tout ce qu'on a déjà supposé dans la figure précédente, l'outil répondant au point O sur le plan de la Rosette, dans le moment où la touche porte sur le bord de la Rosette au point T . Que le plan contigu à la Rosette sur lequel la touche & l'outil sont fixés, commence à tourner sur son centre, en sorte que la touche partant du point T , porte toujours, en tournant, sur le bord de la Rosette; il est clair qu'elle répondra successivement aux points $T, t, \tau, \theta, \Theta$; mais par la même raison, l'outil partant du point O répondra dans le même ordre aux points O, o, ω, Ω : car, quand la touche sera arrivée au point T sur l'angle de la Rosette, la ligne TC dans laquelle se meut le centre du plan qui porte la touche & l'outil, la ligne TC , dis-je, sera transportée sur TC ; & la distance de la touche à l'outil étant toujours la même, en prenant sur TC , TO égal à TO , on aura le point O où répondra alors l'outil; on trouvera pareillement tous les points o, ω, Ω de l'outil, correspondants aux points t, τ, θ, Θ , de la touche, on aura donc dans cette position de l'outil, la figure $OOo\omega\Omega$, semblable à la *Fig. 3.* du premier Mémoire, où les positions de la touche & de l'outil étoient les mêmes.

Avec la même Rosette $T\tau\theta\Theta$, si l'outil ou le crayon est placé de l'autre côté de la touche T au point O dans la ligne TC , prolongée au de-là du centre, on trouvera pareillement tous les points O, O, o, ω, Ω , de la courbe que doit tracer l'outil dans cette situation, en ouvrant le compas de la quantité TO , égale à l'intervalle qu'on a voulu mettre entre la touche & l'outil, & portant cette ouverture du compas TO de chaque point T, t, τ , &c. du contour de la Rosette en O, o, ω , &c. sur les rayons prolongés $TO, to, \tau o$.

Fig. 2.

Dans cet exemple, la courbe tracée sera pareille à celle de la *Fig. 4.* de l'autre Mémoire.

Si la touche étoit entre le centre & l'outil; par exemple, si l'outil étoit au point *Q*, plus loin du centre que la touche *T*, il n'y auroit pas plus de difficulté pour trouver les points de la courbe, & on s'y prendra toujours de la même manière, tant que le crayon & la touche seront dans l'alignement du centre, sur quelque point de la droite *TC*, prolongée ou non prolongée, que soit placé l'outil. Si on le suppose placé en *Q*, la touche étant en *T*, on trouvera la courbe *QABCE*, semblable à celle de la *Fig. 2.* du premier Mémoire, qui avoit été tracée avec la Machine, dans de pareilles circonstances.

Dans les exemples précédents, on a toujours supposé l'outil dans l'alignement du centre & de la touche. Quand la position de l'outil est oblique, c'est-à-dire, lorsqu'il est placé hors de cet alignement, le cas devient un peu plus composé, mais on ne laissera pas de trouver les points de la courbe tout aussi exactement.

Fig. 3. Supposons, par exemple, l'outil placé hors de l'alignement de la touche & du centre au point *O* de la *Fig. 3.* la touche étant en *T*. Quand la touche sera parvenue en *T*, on trouvera la place de l'outil ou crayon, en prenant le point *O* à même distance de la touche *T*, qu'étoit le point *O* de *T*, & sur la ligne *TO* qui fait le même angle avec le rayon *TC*, dans lequel est maintenant la touche *T* que faisoit *TO*, dans la première situation, avec le rayon *TC*. Par la même raison, quand la touche sera arrivée au point *t*, en tirant *to* qui fera avec *tC* le même angle que *TO* avec *TC*, & prenant sur *to* prolongée, la distance *to* égale à *TO*, on trouvera le point *o*, & ainsi des autres, la suite des points *O, O, o, o, w*, formera un contour semblable à celui de la *Fig. 9.* du premier Mémoire.

On trouvera de la même manière tous les points de la courbe, en quelque point que soit placé l'outil hors de l'alignement de la touche ou du centre, & nous retrouverions ici, en parcourant toutes les positions de la touche & de l'outil,

toutes les figures du premier Mémoire, tracées dans les mêmes circonstances. Les trois exemples que nous venons d'alléguer, suffisent pour faire voir que dans tous les cas, soit que la position de l'outil soit directe ou oblique, on a un moyen sûr pour trouver tous les points de la figure tracée, ce qui est la résolution du premier Problème proposé, passons au second.

On suppose maintenant que le contour que doit tracer l'outil, est donné, les positions respectives du centre de la touche & de l'outil sont pareillement déterminées; on cherche la Rosette qui, dans ces circonstances, produira le dessin donné. Il n'y aura pas plus de difficulté que dans l'autre cas.

Pour en donner un exemple sensible & différent des précédents, je suppose que l'on cherche la Rosette qui seroit tracer à l'outil le contour $O o o$ de la tête de profil représentée par la *Fig. 4.* le centre commun de la Rosette cherchée & du dessin donné étant supposé en C , & la touche en T , quand l'outil est en O .

Fig. 4.

De chaque point O, O, o, o, ω , &c. pris sur le contour du dessin, on tirera par le centre C , les droites $OC, OC, oC, oC, \omega C$, prolongées indéfiniment, & portant une des pointes du compas ouvert de la quantité OT successivement sur tous les points O, O , &c. l'autre pointe marquera sur les lignes OC, OC , &c. prolongées, les points $T, T, t; T, \tau, \theta, \Theta$, qui formeront le contour de la Rosette cherchée, & l'on aura la résolution du second Problème proposé.

Autrement, si l'on promène l'extrémité O de la ligne droite OT sur le contour O, O, o , &c. en sorte que la même ligne OT s'applique successivement sur les lignes $OT, ot, o\tau, \omega\theta, \Omega\Theta$, en passant toujours par le centre C , l'autre extrémité T de la ligne mobile OT tracera le contour de la Rosette TTt , &c. d'un mouvement continu.

C'est ce qui a donné l'idée de l'instrument dont on va donner la description.

Si la touche étoit supposée hors de l'alignement du centre

Fig. 5.

& de l'outil, par exemple, au point T , lorsque l'outil est en O , en sorte que OT fit un angle avec OC au point O , au lieu de ne faire avec OC qu'une même ligne droite, il faudroit, pour trouver tous les points T, t, τ , &c. de la Rosette, observer de faire faire à cette ligne OT , mesure de la distance de la touche à l'outil dans ses différentes positions $OT, ot, o\tau$, &c. un angle aux points O, o, ω, Ω , avec les lignes $OC, oC, oC, \omega C, \Omega C$, toujours égal à celui que fait OT avec OC dans sa première position, comme on l'a observé dans l'exemple de la position oblique (*Fig. 3.*).

Chacune de ces deux Rosettes est l'unique qui puisse faire tracer à l'outil le contour du profil OOo dans les situations données des points C, T, O , mais on conçoit que tous les changements possibles de la situation de l'un de ces trois points, feront trouver une Rosette différente, capable de faire tracer à l'outil le même contour, si on a la liberté de prendre ces trois points à volonté, & que le dessein seulement étant donné, on cherche la Rosette la plus propre à le produire. Parmi les diverses positions respectives des points C, T & O , qui donneront autant de différentes Rosettes, on choisira, pour la facilité de l'exécution, celle qui donnera le contour le plus coulant & le moins anguleux, & celui dont les angles seront les moins aigus.

C'est dans cette vûë, & en même temps pour plus de simplicité, qu'à moins de quelque raison particulière, 1.^o on prendra le centre C à peu-près au milieu de la figure.

2.^o On préférera la position directe ou en droite ligne TCO de la touche du centre & de l'outil (*Fig. 30. du 1.^{er} Mem.*) à la position oblique TCO (*Fig. 31. du 1.^{er} Mem.*)

3.^o On placera la touche & l'outil des deux côtés opposés du centre en T & en O , plutôt que du même côté du centre.

4.^o On prendra le plus petit intervalle TC de la touche au centre, plus grand que le moindre CO du centre à l'outil, afin que le contour de la Rosette soit par-tout plus éloigné du centre commun que celui du dessein, & puisse l'embrasser.

En se rappellant ce qui a été observé plus haut, & dans le premier Mémoire, sur les diverses positions de la touche & de l'outil, on trouvera facilement les raisons du choix de ces circonstances, quelle que soit la situation respective de la touche & de l'outil, soit droite, soit oblique par rapport au centre; nous avons donc un moyen certain pour trouver tous les points de la figure cherchée sur le plan de la Rosette donnée, ou tous les points du contour de la Rosette qu'on cherche, sur le plan où est tracée la figure prescrite, ce qui est la résolution du double Probleme que nous nous étions proposé préliminairement, pour mieux reconnoître le rapport qu'ont entre eux les deux contours.

Avant que de passer à cet examen purement géométrique, il nous reste à donner la description de l'instrument dont on vient de parler, qui fournit un moyen court & facile de trouver sur le champ, & de tracer d'un mouvement continu, tous les contours possibles des Rosettes, propres à exécuter un dessein donné, & réciproquement tous les desseins possibles que peut produire une Rosette donnée; & cela sans être obligé de limer des modeles en cuivre, comme dans la Machine décrite dans le premier Mémoire.

Cet instrument a les mêmes usages, & peut tenir lieu de la Machine de M. Grammare, dont on a parlé dans le premier Mémoire, qu'il appelloit son *Orade*, & de laquelle on n'a pû avoir aucune connoissance.

ABCD est une regle de trois pouces de long, percée d'une rainure dans sa longueur, la partie *AB* est percée de plusieurs trous en écrous, afin d'approcher ou d'éloigner plus ou moins la pointe *B*, dont la tête est faite en vis; cette regle est embrassée par les tenons *E, G*, d'une seconde regle aussi percée d'une rainure; la première peut glisser sous la seconde qui porte un petit barillet *L*, dont le ressort tire toujours à lui la regle de dessous qui lui est attachée avec un fil en *D*, cette même regle porte une seconde pointe *N*, qui, par conséquent, tend toujours à s'approcher du centre *P*, ce centre est déterminé par une troisième

Planche I.
Fig. 4.

pointe *P* qui traverse les deux regles, & qui est fixée sur la regle de dessus *EG*, au point où l'on veut, avec l'écrou *Z*. Voici comme on se sert de cette Machine.

Planche I.
Fig. B.

Soit le contour de profil d'une tête *T*, pour lequel on cherche la Rosette la plus convenable; après avoir découpé ce profil en carte, on le colle sur une autre carte *RS*, ensuite on prend à volonté un point *T* pour centre au dedans du contour de la tête; on perce les deux cartes en ce point, & on les attache sur un plan, en y enfonçant la pointe *P*; après quoi on pose la pointe *N* sur le contour de relief de la tête découpée; on tourne ensuite à la main, toute la Machine, en faisant toujours porter la pointe *N* sur le bord de la découpure, ou mieux encore, on ne fait que tourner d'une main la carte sur son centre, en tenant de l'autre la Machine fixe, & en ayant attention que la pointe *N* ne quitte pas le bord de la carte découpée. Dans l'un & l'autre cas, la pointe *B* portant sur la grande carte *RS*, y trace le trait *VX* qui est le contour de la Rosette cherchée; la pointe *N*, rappelée sans cesse vers le centre *P*, par l'effort du ressort *L*, & repoussée par le relief du profil découpé, en suit aisément le contour, tant que ce contour ne s'éloigne pas du centre en ligne droite, c'est ce qu'il faut éviter autant qu'il est possible, en choisissant au dedans de ce contour, un centre pour placer la pointe fixe *P*. Si on ne peut empêcher que la pointe *N* n'accroche en quelque endroit, comme au-dessous du nés, par exemple, & que le contour découpé ait la pente trop roide, pour repousser la pointe *N* en glissant, il faudra aider un peu avec la main; mais on pourra sauver encore ce petit inconvénient, si on retrace le même trait en tournant le carton d'un sens opposé; de cette manière, la pointe qui ne pouvoit, par exemple, remonter sans le secours de la main, de la narine vers la pointe du nés, glissera sans difficulté, & sera rappelée par la force du ressort, de la pointe du nés vers la narine. En changeant de centre *P*, ou en éloignant plus ou moins les deux pointes *B* & *N*, on fera différents contours, & on choisira le plus coulant
& le

& le plus praticable sur le Tour, pour servir de modele à la Rosette; avant que de la tailler, il est à propos de la vérifier, en découpant une carte sur le trait VX de la Rosette trouvée, & faisant porter une pointe sur le contour, pour voir si l'autre pointe N redonnera exactement le contour de la tête T qu'on se propose d'exécuter.

Dans cet instrument on a supposé la touche, le centre & l'outil en ligne droite, parce que cette situation est plus simple & plus commode pour la pratique. Si on étoit curieux de voir l'effet des positions obliques, il seroit aisé, en adjou- tant à l'extrémité A de la regle AD un petit bras mobile sur un clou qui lui serviroit de centre, de transporter hors de l'alignement du centre & de la touche la pointe B qui trace la Rosette, & de lui faire faire un angle quelconque avec cet alignement.

Nous voici parvenus à notre objet principal. Il est question de découvrir la nature de la Courbe tracée par l'outil du Tour. Le trait de la Rosette & celui du dessein étant rapportés sur un même plan, comme on en a donné les moyens, leur rapport va se manifester de lui-même.

Commençons par le cas le plus simple, & toujours dans l'hypothèse de la Touche pointuë.

Soit la droite AB (*Fig. 6.*) le côté d'une Rosette dont C soit le centre; soit TO pris en ligne droite sur CT , la distance de l'outil O à la Touche T . De l'usage expliqué de l'instrument précédent & de ses mouvements démontrés équivalents à ceux du Tour, il s'ensuit que tandis que la Touche T parcourt le côté AB de la Rosette, l'outil O demeurant toujours dans l'alignement de la Touche & du centre, & conservant sa même distance TO , TO , à la Touche T , décrira

Fig. 6.

1.° La courbe OOO concave à l'égard du centre C , si l'outil est plus éloigné du centre que la Touche T , & situé par exemple en O , de l'autre côté de la ligne AB .

2.° La courbe $O'O'O'$, convexe par rapport au centre C .

Mem. 1734.

Qq

Fig. 6.

si l'outil est plus près du centre que la Touche T , & placé comme en O' en de-çà de la ligne AB .

3.^o Enfin la courbe rentrante $O'' O'' O''$, si l'outil est situé par exemple en O'' de l'autre côté du centre C que la Touche T .

On voit que les trois cas ont cela de commun que les points O, O', O'' , sont toujours dans les lignes TC, TC , prolongées ou non-prolongées, & que les lignes TO, TO, TO , sont égales entr'elles, ainsi que TO', TO', TO'', TO'' .

On reconnoît déjà cette courbe tant à la figure qu'à la manière de la décrire pour la Conchoïde de Nicomede, dont C centre de la Rosette sera le *pole*, AB côté de la Rosette, la *base*, dont T la Touche sera le *point parcourant*, O l'outil le *point décrivant*, & OT distance de l'un à l'autre la *mesure*. Ceci n'a pas besoin de démonstration, c'est une conséquence évidente de ce qui a été précédemment exposé.

Il faut observer que si d'ordinaire sous le nom de *Conchoïde de Nicomede* on n'entend que la première de ces trois courbes, c'est-à-dire OOO , ou quelquefois la seconde $O'O'O'$ produites l'une & l'autre en prenant des parties égales TO ou TO' sur les rayons tirés du pole C soit en de-çà soit au de-là de la base AB , il n'en est pas moins vrai que la courbe $O'' O'' O''$ qui a une portion en de-çà, & l'autre au de-là du pole C , & qui se décrit de la même manière & avec les mêmes conditions que les deux autres, est précisément la même espece de courbe, & que ce troisième cas est renfermé comme les deux premiers dans l'équation de la Conchoïde de Nicomede.

Mais deux circonstances distinguent la courbe du Tour généralement prise de la Conchoïde de Nicomede, l'une que celle-ci a toujours pour base une ligne droite; au lieu que le côté de la Rosette qui sert de base à la courbe du Tour peut être une courbe quelconque; l'autre, que dans la Conchoïde de Nicomede le point décrivant qui trace la courbe est toujours dans l'alignement du pole & du point parcourant, au lieu que dans la courbe du Tour la pointe de l'outil

peut être située hors de l'alignement du centre & de la Touche, comme dans les positions que nous avons nommées *obliques*, & dont on a donné des exemples.

La courbe du Tour, prise en général, n'est donc pas une Conchoïde de Nicomede; mais comme les différences qu'on vient de remarquer n'altèrent point le principe de génération, qui, au fonds est toujours le même, la courbe du Tour peut être considérée comme une sorte de Conchoïde plus générale que celle de Nicomede.

En effet soit la base AB (Fig. 7.) représentant le bord de la Rosette, une courbe quelconque, au lieu d'une droite, comme dans l'exemple précédent. Soit le point C le centre de la Rosette, & T le lieu de la Touche; si l'outil est situé au point O sur TC prolongée, il ne manquera à la courbe OO^2O^3 qu'il tracera, pour être une Conchoïde de Nicomede, que d'avoir une base droite; mais si l'outil est situé au point Ω hors de la ligne TC , en sorte que la ligne $T\Omega$, distance de la Touche à l'outil qu'on a nommée la *mesure*, fasse un angle constant avec la ligne TC qui passe toujours par le pôle C , & que nous nommerons la *Règle*; la courbe $\Omega\Omega^2\Omega^3$ tracée par le point Ω sera une autre espèce de Conchoïde différente de la première.

Fig. 7.

De tout ce qui vient d'être observé, on peut tirer les conséquences suivantes, qui sont générales dans l'hypothèse présente de la Touche pointuë, & qui, vû ce qui précède, paroîtront évidentes.

1.^o Toute figure tracée sur le Tour est composée d'autant d'arcs de Conchoïdes prises au sens que nous venons d'expliquer, qu'il y a de lignes droites ou courbes qui composent le contour de la Rosette.

2.^o Chacun de ces arcs de Conchoïde a pour base la partie du contour de la Rosette, le long de laquelle la Touche a glissé pendant que l'outil traçoit la courbe.

3.^o Par conséquent ces arcs seront égaux ou semblables entre eux, si les côtés de la Rosette sont égaux ou semblables, ou ils ne le seront pas, si les côtés de la Rosette sont différents.

4.^o Le Pole de tous ces arcs de Conchoïdes qui composent la figure tracée par l'outil, est le centre de l'ouvrage ou du plan sur lequel la figure est tracée, & ce centre répond à celui de la Rosette, chacun des deux étant un point de l'axe de l'arbre du Tour.

5.^o Le point décrivant de toutes ces Conchoïdes est la pointe de l'outil qui, bien qu'immobile dans la construction ordinaire du Tour, trace sur le plan de l'ouvrage, au moyen du mouvement de l'arbre, la même ligne qu'il décrirait si l'arbre étoit immobile, comme nous l'avons supposé, & que ses mouvements fussent passés dans la touche & dans l'outil.

6.^o Le point parcourant des mêmes Conchoïdes, c'est-à-dire, le point qui, dans la description de ces courbes, parcourt la ligne qui leur sert de base, est représenté sur le Tour par la pointe de la touche qui, quoiqu'immobile, fait le même chemin sur les bords de la Rosette tournante, qu'elle feroit si elle étoit promenée sur le contour de la Rosette immobile, comme on l'a fait voir. Ainsi dans la construction ordinaire du Tour, le point parcourant de la courbe tracée n'est pas situé sur la même surface où est tracée la courbe, c'est-à-dire, sur le plan de l'ouvrage, mais sur le plan de la Rosette, lequel lui est parallèle. On a donné le moyen de rapporter le contour de la Rosette & celui de la figure sur le même plan.

7.^o La mesure de la Conchoïde, ou la distance entre le point décrivant & le point parcourant est toujours sur le Tour, l'intervalle entre la pointe de la touche & la pointe de l'outil, rapportées sur le plan de la Rosette, ou sur tout autre plan parallèle, & cela quelle que soit la position de la touche & de l'outil, soit droite, soit oblique.

8.^o Enfin la règle de ces mêmes Conchoïdes, ou la ligne tirée du point parcourant, passant par le pole, & prolongée indéfiniment, sera sur le Tour la ligne tirée de la touche par le centre de la Rosette.

Pour distinguer les deux especes de Conchoïdes $O^3 O^2 O$ & $\Omega^3 \Omega^2 \Omega$ (Fig. 7.) on nommera Conchoïde directe, la première OOO , dans laquelle la mesure TO est prise sur la règle TC prolongée; ayant déjà nommé directe, cette position de l'outil O dans l'alignement de la touche T & du centre C ,

Fig. 7.

on nommera par la même raison, *Conchoïde oblique*, la seconde $\Omega\Omega\Omega$, dans laquelle la mesure $T\Omega$ fait un angle ΩTC avec la règle TC , cette position de l'outil O hors de l'alignement de la touche T & du centre C ayant été déjà nommée *position oblique*.

Dans l'hypothèse la plus simple que nous examinons actuellement, c'est-à-dire, dans l'hypothèse de la touche pointuë, dont un seul & même point touche les bords de la Rosette, ce sont donc généralement parlant, des arcs de Conchoïde que décrit l'outil. Mais pour voir plus particulièrement quelles différences résultent dans la courbe tracée, des diverses suppositions qu'on peut faire, tant sur la figure de la Rosette, que sur la position respective de la touche & de l'outil, nous allons parcourir les divers cas que donne l'hypothèse de la touche pointuë, avant que de passer aux effets des autres touches ; cela nous donnera lieu en même temps, de rappeler ce qui a été fait sur cette matière, plusieurs des courbes dont il est ici question, s'étant présentées en diverses rencontres à de célèbres Mathématiciens, qui ne les ont pas toujours considérées sous l'aspect de Conchoïdes, sous lequel elles se réunissent.

Je distingue trois cas principaux qui comprennent tous les cas particuliers.

Le premier est celui où le côté de la Rosette est une droite, l'outil étant dans une position directe, ou dans l'alignement du centre & de la touche.

Le second, celui où le côté de la Rosette est courbe, l'outil étant pareillement dans une position directe.

Soit que le côté de la Rosette soit droit ou courbe, je n'en fais qu'un seul cas, lorsque la position de l'outil est oblique, ou hors de l'alignement de la touche & du centre ; ce cas qui est le troisième, est le plus général, & renferme tous les autres ; & quoique les Tourneurs n'aient pas jusqu'ici donné communément de position oblique à l'outil, on a fait voir dans le premier Mémoire, quels étoient ses usages & ses avantages.

Dans le premier cas, la courbe du Tour est une Conchoïde

310 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
de Nicomede, on l'a vû, & cela est évident (*Fig. 6.*)

Dans le second il faut distinguer, car les côtés de la Rosette sont des arcs de cercle, ou des portions d'une autre courbe. Si ce sont des arcs de cercle, il y a encore plusieurs subdivisions à faire, car le centre sur lequel tourne la Rosette peut être pris, ou sur un point de la circonférence, ou en dedans, ou en dehors du *Cercle-Rosette*, & dans tous ces cas la distance de la touche à l'outil peut être égale au diamètre ou au rayon du même cercle, & plus grande ou plus petite que l'un & l'autre; on va voir pourquoi nous distinguons chacun de ces différents cas.

Si le contour de la Rosette est circulaire, que le centre sur lequel tourne la Rosette soit pris sur un point de la circonférence du *Cercle-Rosette*, & que la distance de la touche à l'outil soit égale au diamètre du même cercle, la courbe du Tour fera celle sur laquelle M. Carré a donné un Mémoire en 1705*.

* p. 56.

Fig. 8.

* *Mem. de
l'Acad.* 1708.
p. 208.

Pour le démontrer, il suffit d'observer que la courbe de M. Carré n'est autre qu'une Conchoïde dont la base est un cercle $PBGB$, le pôle un point de la circonférence P , & la mesure PG un diamètre du même cercle. M. Carré cite sur cette courbe un M. Koërsma, à cela près, il la donne pour nouvelle. Cependant M. de Reaumur a démontré* que c'étoit une portion de Cycloïde géométrique, ce qui n'empêche pas que ce ne soit aussi une Conchoïde, car il est vrai que M. Carré abandonne sa courbe au point C , presque à son origine, ne faisant parcourir à l'extrémité B du diamètre mobile PG qui devient βP , Bc & PC , que la demi-circonférence GBP en dedans du cercle, sans doute parce que, pour parcourir l'autre PbG , il eût fallu que le diamètre mobile parvenu en PC , quittât le point fixe ou pôle P , ce qui n'étoit pas un obstacle, pourvû que son alignement prolongé passât toujours par le pôle. En continuant de faire parcourir avec cette condition, l'autre demi-circonférence PBG , au même point B , parvenu en P , du diamètre mobile, par le côté extérieur du cercle, l'autre extrémité c

de ce diamètre décrira la portion CcF de la courbe jusqu'en F ; alors le point G ayant été transporté successivement en β , B , P , B , b & G , aura décrit la circonférence entière du cercle étant parti du point G , & revenu au même point. Il n'y aura cependant encore que la moitié de la courbe tracée, car faisant parcourir une seconde fois la circonférence au même point b du diamètre mobile actuellement revenu en FG , en faisant prendre successivement à ce diamètre les positions βx , PC , Bc , GP , telles que ce diamètre même ou son prolongement passe par le pôle P , on aura l'autre moitié ponctuée $FxCcP$ égale & semblable à la première, & les deux ensemble composeront la courbe entière, dont on voit une moitié décrite dans le Traité de M. de la Hire sur les Conchoïdes*, duquel nous allons bientôt parler.

* *Mem. de l'Acad.* 1708,

P. 50. fig. 9.

* *P. 46. fig. 6.*

Cet Auteur remarque dans le même endroit*, qu'il y a long-temps que cette espèce de Courbe a été examinée par M. de Roberval; il faut même que M. de Roberval ne fût pas le premier qui en eût parlé, puisqu'il la nomme le *Limaçon* de M. Paschal. Au surplus, quoique la Courbe dont il est proprement question dans l'endroit cité de M. de la Hire, soit à l'œil un peu différente de la précédente, comme on peut voir par la Figure*, elle est au fonds absolument la même. L'une & l'autre ont pour basé un cercle, pour pôle un point pris sur la circonférence, toutes deux ont une mesure fixe. Leur seule différence consiste en ce que M. Carré prend pour mesure une ligne égale au diamètre PG , & que M.^{rs} Paschal & Roberval prennent une ligne égale au rayon SP qui fait que leur courbe $SCPCF$ rentre au dedans du cercle, ce qui ne change point la nature de la courbe. D'où il suit que la Courbe de M. Carré & le *Limaçon* de M. Paschal sont deux cas particuliers de la même courbe.

* *Mem.* 1708.
ibid. fig. 6.

Quant à l'application de cette dernière au Tour, on voit que la distance entre la touche & l'outil étant prise égale au rayon, au lieu du diamètre, comme dans le cas précédent,

& le reste de la supposition demeurant le même, l'outil, au lieu de tracer la Courbe de M. Carré, tracera le Limaçon de M. Paschal.

On voit bien qu'en disant que l'outil trace telle courbe, on entend toujours la portion de cette courbe correspondante à l'arc de la Rosette qui sert de base.

Tant que le pole sera pris sur la circonférence du cercle, la figure de la courbe s'éloignera peu des deux précédentes. Si la mesure est prise plus grande que le diametre, la courbe aura dans son contour un point de rebroussement comme dans la *Fig. 8.* où la mesure étoit égale au diametre. Si elle est plus petite, comme *Fig. 9.* le point de rebroussement de la courbe deviendra un nœud d'autant plus petit que la mesure sera plus grande.

Si le pole est pris au dedans du cercle, tant que la mesure sera plus grande que le diametre, la figure de la courbe différera peu de la *Fig. 8.* Elle commencera à avoir un nœud, quand la mesure sera plus petite que le diametre, & à approcher de la *Fig. 9.* Les Figures dans ces deux cas seront les mêmes que les *Fig. 33. 34. &c.* du premier Mémoire, qui appartiennent au Cercle excentrique pris pour Rosette. Il est évident qu'on a dû, pour ce qui concernoit la pratique du Tour, se borner dans le premier Mémoire à ces deux suppositions, puisqu'il ne seroit plus possible de tourner si le centre de rotation étoit pris hors du contour de la Rosette.

On a vû que pour tracer la courbe entière, quand le pole étoit pris sur la circonférence du cercle base, il falloit que la mesure parcourut deux fois cette circonférence, & non seulement lorsque la courbe avoit un nœud en dedans, mais lors même qu'elle n'avoit qu'un simple contour. Quand le pole est pris au dedans de la circonférence, il arrive tout le contraire, & soit que la courbe soit simple, soit qu'elle ait un nœud, une seule révolution de la mesure autour du pole suffit pour la tracer.

Enfin si le pole est pris hors de la circonférence, la courbe aura un grand nombre de différentes figures selon les
différents

différents rapports qu'auront entr'eux la mesure, le diamètre du cercle & la distance du pôle au centre de ce même cercle. Mais la courbe aura toujours deux portions fermées & rentrantes en elles-mêmes ; la plus voisine du pôle pourra avoir la figure d'un 8 de chiffre, d'un fer de lance droit ou renversé, d'une amande, d'un ovale, d'un éventail, &c. la plus éloignée du pôle aura constamment une figure assés approchante d'une *lunule*, dont la largeur sera d'autant moindre, & les angles d'autant plus aigus, que la mesure sera plus grande. Tant que la mesure surpassera le rayon, les deux portions de la courbe seront isolées. Elles commenceront à se toucher, si la mesure est prise égale au rayon, & si on la fait plus courte, elles se croiseront.

Toutes ces courbes qui ont un cercle pour base, un pôle & une mesure constante, sont, comme on voit, des Conchoïdes du cercle. Quoique j'aye parcouru toutes leurs diverses combinaisons, je ne donne pas ici les figures de chacune en particulier, pour éviter un trop long détail. J'ai déjà remarqué que plusieurs avoient été examinées & considérées sous un autre aspect. Outre ce qui a été cité, on retrouvera trois de ces Courbes dans une piece de M. Jean Bernoulli, insérée dans les Mémoires de Leipsick, année 1695, page 59, à l'occasion d'un Probleme sur la Courbe le long de laquelle doit être suspendu un poids pour retenir un Pont-levis en équilibre dans toutes ses situations possibles.

M. de Reaumur, dans le Mémoire déjà cité, applique à toutes les Courbes possibles, prises pour base, le même principe de génération que M. Carré n'avoit employé que pour le Cercle. De plus M. de Reaumur laisse la liberté de placer à volonté, en un point quelconque du plan, le point fixe que M. Carré plaçoit seulement sur la circonférence de son cercle, & par ces deux généralisations non seulement il renferme les cas du Limaçon de M.^{rs} Pascal & Roberval, la Courbe de M. Carré, & toutes celles du même genre qui ont un cercle pour base, mais il embrasse une infinité d'autres courbes.

Ainsi non seulement la Courbe du Tour est celle de M. de Reaumur, lorsque le côté de la Rosette est un arc de cercle; mais encore quelle que soit la courbure de la Rosette, & en quelque point que soit pris le centre de rotation, ce qui s'étend à tout le second cas, c'est-à-dire, à *toutes les positions directes de l'outil, la Rosette étant à pans courbes*, & ce qui renferme éminemment le premier cas où les côtés de la Rosette sont supposés droits.

Il reste le troisième, qui est le plus composé, & qui les comprend tous. C'est celui de la position oblique de l'outil, soit que la Rosette soit à pans droits ou courbes. Et on a fait voir que la courbe tracée dans ce cas étoit la nouvelle espece de Conchoïde prise au sens qui a été expliqué.

Après m'être assuré que la Courbe du Tour étoit une Conchoïde prise dans un sens plus étendu qu'on ne la prend ordinairement; avant que de m'engager plus avant dans l'examen de sa nature & de ses propriétés, je voulus voir si personne n'en avoit traité. C'est en parcourant les Mémoires de l'Académie que j'ai trouvé ce que je viens de citer de M.^{rs} Carré & de Reaumur. Je tombai ensuite sur le sçavant Mémoire de M. de la Hire sur les Conchoïdes en général. La Conchoïde en général, suivant le résultat de sa définition, est une Courbe tracée sur un plan immobile par un point quelconque d'un plan mouvant, dans lequel il y a une ligne droite donnée de position qui passe toujours par un point fixe du plan immobile, tandis que l'extrémité de cette droite parcourt une base droite ou courbe tracée sur le même plan.

Ma surprise fut extrême, en voyant par cette définition qui comprend ce que nous avons nommé *Conchoïde directe*, & ce qu'on a appelé *Conchoïde oblique*, que cette courbe dans le point de vûe sous lequel M. de la Hire la considère, est précisément celle dont nous venons de parler, c'est-à-dire, une Conchoïde rendue plus générale que celle de Nicomede, par le retranchement de ces deux conditions particulières, la *base droite*, & le *point décrivant pris dans la regle*. lesquelles restreignoient la courbe de l'ancien Géometre. La Conchoïde

de M. de la Hire est donc exactement la courbe du Tour qu'il n'avoit pas alors en vûe; il est assés singulier qu'en suivant son objet, il n'ait généralisé la Conchoïde ni plus ni moins, mais autant précisément qu'il étoit nécessaire pour rencontrer la courbe du Tour, à laquelle est applicable tout ce qu'il dit de ses Conchoïdes.

Je ne parle point ici d'un sçavant ouvrage de Géométrie du R. P. Pierre Nicolas, Jésuite, publié en 1697, sous le titre *De Conchoïdibus & Cissoïdibus*, cet Auteur ayant adopté un autre principe de génération pour ses Conchoïdes, dont la mesure n'est constante que lorsque leur base est un cercle, ce qui fait qu'il n'y a que ce seul cas où la Conchoïde soit la même courbe que la nôtre.

Les termes de *base*, de *pole*, de *mesure*, de *point parcourant*, & de *point décrivant* que j'ai employés, l'ont été dans le même sens par tous les Géometres; j'ai emprunté de M. de la Hire celui de *regle*, l'ayant regardé non-seulement comme le plus propre, mais comme consacré en ce sens par l'usage qu'en a fait cet illustre Académicien. Les seuls termes nouveaux dont je me suis servi, sont ceux de *Conchoïde directe*, & de *Conchoïde oblique*, pour éviter une longue périphrase.

L'ouvrage de M. de la Hire, dans lequel il donne des méthodes pour trouver les tangentes, les rectifications & les quadratures d'un grand nombre de courbes, a encore ce mérite particulier, qu'il est presque tout synthétique, & qu'il a par conséquent dû coûter beaucoup plus à l'Auteur.

Il reste peu à glaner dans un champ moissonné par des mains aussi habiles, cependant comme tout ce qu'a donné M. de la Hire ne regarde la courbe du Tour, que dans le cas de la touche pointuë, les cas de la touche plate, & de la touche courbe nous restent tous entiers. D'ailleurs M. de la Hire n'a pas donné le moyen de trouver en général le lieu des Conchoïdes, soit *directes*, soit *obliques*, & il paroît même qu'il a au moins douté que ces dernières fussent géométriques, à en juger par ces paroles du Mémoire déjà cité*,

* P. 592

toutes les Conchoïdes qui ont pour base des lignes géométriques

sont aussi des lignes géométriques, pourvu que dans la description de la Conchoïde, la mesure soit jointe directement à la règle. Avant donc que de passer aux effets des touches droites & courbes, on fera voir que toutes les Conchoïdes, soit directes, soit obliques, sans exception, qui ont pour base des lignes géométriques, sont aussi géométriques, en donnant le moyen d'en trouver toujours l'équation en ce cas, ainsi que leurs tangentes, & les éléments de leur rectification & de leur quadrature; on fera aussi l'application de la méthode à l'exemple de M. de la Hire où il prend le cercle pour base, ce qui donnera lieu à quelques observations.

P R O B L E M E I I I.

Fig. 10.

La base TN (Fig. 10.) étant donnée, trouver la Conchoïde directe OM , ou la courbe tracée par le point O pris dans la règle OL , mobile sur le point fixe ou pôle C , en sorte que dans les diverses positions OL , MQ de la règle, la mesure, c'est-à-dire, la partie OT , MN de la règle comprise entre les deux courbes soit toujours égale à une grandeur donnée?

S O L U T I O N.

On cherchera deux équations qui expriment le rapport des coordonnées CR , r ; RN , s de la base aux coordonnées CP , t ; PM , u de la courbe cherchée. On tirera de ces équations les valeurs de r , s en t & u ; & substituant ces valeurs dans l'équation donnée de la base, on aura celle de la courbe cherchée.

E X E M P L E.

Soit la mesure ou ligne constante OR , ou $MN = a$, les triangles semblables CRN , CPM fourniront les deux analogies suivantes

$$CM, \sqrt{tt+uu} . CP, t :: NM, a . PR, t-r;$$

$$\text{d'où l'on tire } t-r = \frac{at}{\sqrt{tt+uu}}, \text{ ou } t = \frac{at}{\sqrt{tt+uu}} = r.$$

$$CP, t. PM, u :: CR, t - \frac{ta}{\sqrt{tt+uu}}. RN, s,$$

$$\text{d'où l'on tire } \frac{tu - \frac{tau}{\sqrt{tt+uu}}}{t}, \text{ ou } u - \frac{au}{\sqrt{tt+uu}} = s.$$

Il ne reste plus qu'à substituer ces deux valeurs de r & de s dans l'équation de la base TN .

Soit cette courbe un cercle dont le diamètre soit CT, e , & l'équation par conséquent $er - rr = ss$; les valeurs précédentes de r & de s étant substituées, on aura

$$et - \frac{aet}{\sqrt{tt+uu}} - (t - \frac{at}{\sqrt{tt+uu}})^2 = (u - \frac{au}{\sqrt{tt+uu}})^2;$$

Et divisant tout par $1 - \frac{a}{\sqrt{tt+uu}}$ diviseur commun, on

$$\text{aura } et - t(t - \frac{at}{\sqrt{tt+uu}}) = u(u - \frac{au}{\sqrt{tt+uu}}), \text{ ou}$$

$$et - tt + \frac{att}{\sqrt{tt+uu}} = uu - \frac{aun}{\sqrt{tt+uu}}, \text{ ou } et = tt + uu$$

$$- \frac{att+auu}{\sqrt{tt+uu}}, \text{ ou enfin } et = tt + uu - a\sqrt{tt+uu};$$

équation à la Conchoïde OM , & plus simple que celle que M. de la Hire* donne pour le même cas, & que voici

$$xx + yy + 4rr - 2ry = 4r\sqrt{yy+xx} - \frac{4rry}{\sqrt{yy+xx}}, \text{ p. 53.}$$

ce qui provient d'une réduction que M. de la Hire a négligé de faire : car en ordonnant ainsi son équation $xx + yy$

$$= 4r\sqrt{yy+xx} + 4rr = 2ry - \frac{4ry}{\sqrt{yy+xx}}, \text{ on verra}$$

qu'en la divisant par $\sqrt{xx+yy} - 2r$, racine quarrée

du premier membre, elle se réduira à $\sqrt{yy+xx} - 2r$

$$= \frac{2ry}{\sqrt{yy+xx}}, \text{ & enfin à } 2ry = yy + xx - 2r\sqrt{yy+xx}$$

qui deviendra précisément la même que la nôtre, en appellant

* Mem. de
l'Ac. 1708,
p. 53.

t & u , les coordonnées CP , CM , que M. de la Hire a nommé dans son calcul y & x , en nommant e le diamètre CT qu'il nomme $2r$, & enfin appellent a la mesure MN qu'il nomme encore $2r$, la supposant égale au diamètre.

* Mem. de
l'Ac. 1708.
p. 53.

L'équation de cette courbe, de laquelle les inconnues montoient à six dimensions, suivant M. de la Hire*, peut donc s'abaisser au quatrième degré, & par conséquent cette Conchoïde dans le présent cas, est du même ordre que la Conchoïde de Nicomede.

PROBLEME IV.

Fig. 11. La Conchoïde directe OM (Fig. 11.) décrite par le point M sur le pôle C étant donnée, trouver le lieu de la Conchoïde oblique décrite par le point S , perpendiculaire sur la règle CM au point décrivant M de la Conchoïde directe!

SOLUTION.

On cherchera deux équations qui expriment le rapport des coordonnées CP , t ; PM , u de la Conchoïde directe OM aux coordonnées CQ , x ; QS , y de la Conchoïde oblique cherchée. De ces deux équations, on tirera les valeurs de t & u en x & y , on les substituera dans l'équation donnée de la Conchoïde directe, & on aura l'équation de la Conchoïde oblique que l'on cherche.

EXEMPLE.

On nommera a la perpendiculaire MS donnée, & on fera

$$CS^2 (xx + yy) = CM^2 (tt + uu) + MS^2 (aa).$$

Donc $tt + uu = xx + yy - aa$. (P.^{re} équation A.)

$$CP, t. \quad PM, u. :: CQ, x. \quad QV, \frac{ux}{t}.$$

$$CP, t. \quad CM\sqrt{tt + uu} :: MS, a. \quad VS, \frac{a\sqrt{tt + uu}}{t}.$$

De ces deux analogies, on tirera

$$QV, \frac{ux}{t} + VS, \frac{a\sqrt{tt + uu}}{t} = QS, y; \text{ ou}$$

$$ty = ux + a\sqrt{tt + uu}. \quad (\text{S.}^{\text{de}} \text{équation } B.)$$

De l'équation *A*, je tire $t = \sqrt{xx + yy - aa - uu}$,

& substituant dans *B*, j'aurai $y\sqrt{xx + yy - aa - uu}$

$$= ux + a\sqrt{xx + yy - aa}, \text{ ou } y\sqrt{zz - uu} = ux + az;$$

en faisant, pour abrégier le calcul, $xx + yy - aa = zz$; d'où

l'on peut tirer la valeur de *u* en *x* & en *z*: car en quarrant,

on aura $yyzz - uuyy = uuxx + 2auxz + aazz$;

& résolvant l'équation, on aura après les réductions,

$$u = \frac{zy - axz}{xx + yy} \text{ qu'il faut substituer dans une des premières}$$

équations pour en tirer la valeur de *t* dégagée de *u*. On choisira

l'équation *B* où *u* n'aura qu'une dimension, si on prend la

précaution de mettre à la place de $tt + uu$ son égale

$xx + yy - aa$, ou pour le plus court zz ; c'est donc

dans $ty = ux + az$ qu'il faut substituer la valeur de

$$u = \frac{zy - axz}{xx + yy}, \text{ \& on aura après les réductions } t = \frac{zy + ayz}{xx + yy}$$

qu'il n'y a plus qu'à substituer, en rétablissant la valeur de zz

dans l'équation de la Conchoïde directe qu'on suppose

donnée, pour avoir la Conchoïde oblique, qui est ce qu'il

falloit trouver.

PROBLEME V.

La base TN (Fig. 11.) seulement étant donnée, le pole étant C, la regle CM, trouver la Conchoïde oblique, ou la courbe tracée par un point quelconque S, situé hors de la regle, la mesure faisant au point N avec la regle CM un angle constant MNS. Fig. 11.

SOLUTION I.

On tirera une perpendiculaire *SM* du point décrivant *S* sur la regle *CM*, cette ligne sera connuë étant le sinus de l'angle *MNS* donné. On cherchera par le Probleme III. le lieu à la Conchoïde directe, décrite par le point *M* de la regle, rencontré par la perpendiculaire *SM*, cette courbe

320 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 une fois connue, on trouvera par le Probleme précédent,
 la Conchoïde oblique cherchée.

SOLUTION II.

Pour résoudre le Probleme directement, & trouver la
 Conchoïde oblique, sans chercher la directe, il n'y a qu'à
 substituer les valeurs t & u des coordonnées de la Conchoïde
 directe, trouvées en x & y par le Probleme précédent, dans
 les valeurs $r = t - \frac{at}{\sqrt{tt+uu}}$ & $f = u - \frac{au}{\sqrt{tt+uu}}$ des
 coordonnées de la base quelconque (*Probl. III.*). Substituant
 donc $t = \frac{zzx+ayz}{xx+yy}$ dans cette valeur de r , en se ressouvenant

que $\sqrt{tt+uu} = \sqrt{xx+yy-aa}$, ou zz pour la facilité
 du calcul, on aura $r = \frac{zzx+ayz-axz-aa y}{xx+yy}$,
 & rétablissant la valeur de z , on aura

$$r = x + \frac{ay\sqrt{xx+yy-aa} - ax\sqrt{xx+yy-aa} - aay - aax}{xx+yy},$$

De la même manière, en substituant $u = \frac{zzy-axz}{xx+yy}$
 dans $f = u - \frac{au}{\sqrt{tt+uu}}$, on trouvera

$$f = y + \frac{aax - ax\sqrt{xx+yy-aa} - ay\sqrt{xx+yy-aa} - aay}{xx+yy}.$$

Ces deux expressions en x & y des coordonnées r & f
 de la base, serviront de formule générale pour trouver la
 Conchoïde oblique décrite par un point quelconque S , sans
 chercher la Conchoïde directe décrite par le point M , il
 n'y aura qu'à substituer ces deux valeurs dans l'équation de
 la base, & on aura l'équation de la Conchoïde oblique
 cherchée.

PROBLEME

PROBLEME VI.

La base TN (Fig. 11.) le pôle C , la mesure NS , & l'angle MNS de la mesure avec la règle étant donnés, trouver immédiatement la Conchoïde oblique, sans se servir des valeurs des coordonnées de la Conchoïde directe.

Fig. 11.

SOLUTION.

On pourra trouver directement deux équations entre les coordonnées r & f de la base & les coordonnées x & y de la Conchoïde oblique; on en tirera les valeurs de r & de f en x , & les substituant dans l'équation de la base, on aura la Conchoïde oblique cherchée.

EXEMPLE.

Ayant nommé MN, a ; MS, b ; CR, r ; RN, f ; CP, x ; QS, y . Pour trouver le rapport de CR, r & RN, f à CQ, x & QS, y , on cherchera deux équations comme, par exemple, celles qui suivent,

$QV + VS = QS$, & $CV + VM - CN = NM$, dont on trouvera les expressions algébriques par les analogies suivantes,

$$CR, r . RN, f :: CQ, x . QV, \frac{fx}{r}$$

$$CR, r . CN, \sqrt{rr+ff} :: MS, b . VS, \frac{bf}{r}$$

$$CR, r . CN, \sqrt{rr+ff} :: CQ, x . CV, \frac{x}{r} \sqrt{rr+ff}$$

$$CR, r . RN, f :: MS, b . VM, \frac{bf}{r}.$$

$$\text{On aura donc } \frac{fx}{r} + \frac{bf}{r} = y, \text{ \& } \frac{x}{r} \sqrt{rr+ff} + \frac{bf}{r} - \sqrt{rr+ff} = a.$$

Il est évident qu'on peut tirer de ces deux équations les valeurs de r & f en x & y , qui étant substituées dans l'équation de la base TN , donneront une équation entre x & y ,

Mem. 1734.

Sf

322 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 coordonnées de la Conchoïde oblique tracée par le point *S*.
Ce qu'il falloit trouver.

En résolvant ces deux équations, on trouvera les mêmes valeurs de *r* & *ſ* qu'on a trouvées par une autre voye (*Prob. V.*).

PROBLEME VII.

Rectifier les Conchoïdes.

SOLUTION.

Fig. 12.

Soit *Mm*, la base (*Fig. 12.*); *A*, le pôle; *AMN* prolongée indéfiniment, la règle; *Tt*, un arc infiniment petit de la Conchoïde, & *MT* qui fait en *M*, avec la règle, l'angle constant; *TMN*, la mesure de cette même Conchoïde. Tirés *TN*, perpendiculaire en *N* sur la règle *AMN*, tandis que le point parcourant *M* décrira l'arc *Mm* de la base, & le point *T* l'arc *Tt* de la Conchoïde oblique, le point *N* décrira l'arc *Nn* d'une Conchoïde directe, dont *MN* sera la mesure. Il est question de trouver la valeur des éléments *Nn* & *Tt*; *TM* étant donné, ainsi que l'angle *TMN*, on aura *MN* qu'on fera $\equiv a$, & *TN* $\equiv b$.

On supposera que l'on ait l'équation de la base *Mm* entre les rayons *AM*, *Am* (*y*), qui partent tous du pôle *A*, & les arcs infiniment petits (*dx*) compris entre deux rayons consécutifs *AM*, *Am*. On aura donc $dx \equiv MR$, & $dy \equiv Rm$; on aura aussi $Sn \equiv dy$, car *SR* & *mn* sont tous deux égaux à *MN*. Donc de *SR* & de *mn*, ôtant *ms* qui leur est commun, on aura $Rm \equiv Sn$. On fera ensuite les analogies suivantes, pour trouver la valeur des éléments cherchés. Prolongés *TN* & *tn* qui se rencontreront en *O*, on aura $AM, y \cdot MR, dx :: AN, a+y \cdot NS = \frac{adx+ydx}{y} = Vt$; *NS* & *Vt* étant les restes de deux quantités égales *TS* & *Vn*; dont on a retranché deux égales *TN* & *tn*, on aura aussi, à cause des triangles semblables *ANS*, *OSn*, $MR, dx \cdot AM, y :: SN \cdot AN :: Sn, dy \cdot SO \frac{ydy}{dx}$

$$\& AM, y \cdot Mr, dx :: TO, b + \frac{ydy}{dx} \cdot TV \frac{b dx + y dy}{y}.$$

$$\text{Or } Tt = \sqrt{TV^2 + Vt^2}, \& Nn = \sqrt{NS^2 + Sn^2}.$$

$$\text{Donc } Tt = \sqrt{\left(\frac{b dx + y dy}{y}\right)^2 + V^2} \& Nn = \sqrt{\left(\frac{a dx + y dx}{y}\right)^2 + dy^2}.$$

$$\& Nn = \sqrt{\left(\frac{a dx + y dx}{y}\right)^2 + dy^2}.$$

Il ne reste plus qu'à intégrer ces valeurs de Tt & Nn , pour avoir la rectification de ces deux courbes. Mais il faut pour cela avoir ces valeurs exprimées en une seule variable, ce qu'on tirera de l'équation de la base qui est supposée donnée. Si l'équation de la base supposoit des coordonnées perpendiculaires, comme AP, PR , on en tireroit par analyse la valeur de AM & Mr en une seule variable.

PROBLEME VIII.

Quarrer les Conchoïdes.

SOLUTION.

On fera les mêmes suppositions que dans le Probleme précédent.

Pour avoir la quadrature des courbes décrites par les points N & T (Fig. 12.) il faut trouver la valeur des deux éléments $MmNn$ & $NnTt$, dont les intégrations donneront les espaces renfermés entre la base Mm & la Conchoïde directe tracée par le point N , & entre celle-ci & la Conchoïde oblique tracée par le point T .

Fig. 12.

Le Trapeze $MmNn$ ou $MRNS$ qui en differe infiniment peu, & seulement de la différence des deux petits triangles MRm & NSn , est le produit de $\frac{MR+NS}{2} \times MN$, c'est-à-dire $\frac{dx + \frac{a dx + y dx}{y}}{2} \times a$, qui se réduit à $\frac{a dx + 2 ay dx}{2y}$.

Le Trapeze $NnTt$ ou $SnTV$ est $\frac{TV+Sn}{2} \times TN$, ou $\frac{\frac{b dx + y dy}{y} + dy}{2} \times b$, qui se réduit à $\frac{b b dx + 2 b y dy}{2y}$.

Si ij

L'équation de la base donnée exprimant le rapport de y à dx , on tirera la valeur de l'une ou l'autre de ces deux variables, & l'ayant substituée dans les éléments précédents, on aura leur valeur exprimée en une seule variable, & leur intégration donnera la valeur des espaces cherchés.

PROBLEME IX.

Trouver les Tangentes & les Perpendiculaires des Conchoïdes.

SOLUTION.

Fig. 13.

Les mêmes choses supposées que dans les deux Problemes précédents, pour trouver la tangente TG (Fig. 13.) de la Conchoïde Tt & sa perpendiculaire TQ , on tirera par le pole A , perpendiculairement sur la règle AM , une ligne qu'on prolongera de part & d'autre vers Q & vers G . Du point T , dont on cherche la tangente, on menera TF parallèle à la règle; tT prolongée rencontrera AF prolongée en quelque point G , & on aura la valeur de la soustangente GF par cette analogie,

$$TV, \frac{bdx+ydy}{y} . Vt, \frac{adx+ydx}{y} :: TF, y+a$$

$$. FG = \frac{\frac{(adx+ydx)y+a}{y}}{\frac{bdx+ydy}{y}} \text{ qui se réduit à } \frac{a+y \frac{dx}{dy}}{bdx+ydy}.$$

FA , prolongée de l'autre côté, rencontrera la perpendiculaire TQ en un point Q , & on aura la valeur de la souperpendiculaire FQ par l'analogie suivante,

$$Vt, \frac{adx+ydx}{y} . TV, \frac{bdx+ydy}{y} :: FT, a+y . FQ = \frac{bdx+ydy}{y}$$

$$\times \frac{y+a}{adx+ydx} \text{ qui se réduit à } \frac{bdx+ydy \times a+y}{adx+ydx} = \frac{bdx+ydy}{dx}$$

$$= b + \frac{ydy}{dx}. \text{ Donc } AQ \text{ ou } FQ - FA = \frac{ydy}{dx}; \text{ d'où}$$

il suit que $dx, MR . dy, Rm :: y, AM . \frac{ydy}{dx} AQ$. Ce qui fait voir que les triangles AMQ, MRm , sont semblables, & que MQ est perpendiculaire à Mm , c'est-à-dire,

à la base, ce qui donne cette propriété singulière de la Conchoïde Tt , que sa perpendiculaire, celle de la courbe Mm qui lui sert de base, & celle qui coupe la règle AM dans le pôle A se rencontrent au même point Q , ce qui fournit un moyen fort simple de mener une perpendiculaire à la Conchoïde. C'est aussi le résultat de la démonstration de M. de la Hire.

Si c'est la soustangente EF de la Conchoïde *directe* Nn qu'on cherche, le cas sera plus simple, la règle même AN tiendra lieu de la parallèle TF , & on trouvera la soustangente AE par cette analogie,

$$Sn, dy. NS, \frac{adx+ydx}{y} :: AS, a+y. AE = \frac{adx+ydx}{ydy} \\ \times \frac{a+y}{a+y} = \frac{dx \times \overline{a+y}}{ydy}, \text{ \& la souperpendiculaire } AL \\ \text{par celle-ci, } NS, \frac{adx+ydx}{y}. Sn, dy :: AS, a+y. AL \\ = \frac{ady+ydy}{\frac{adx+ydx}{y}} = \frac{ydy}{dx}.$$

Dans ces deux cas, en se servant de la première formule une fois trouvée, & faisant $TN, b = 0$, on trouveroit les mêmes valeurs pour la soustangente AE & la souperpendiculaire AL que par les deux analogies précédentes.

J'ai fait l'application de ces méthodes à divers exemples, en déterminant la base; je ne les mettrai point ici, pour ne pas sortir des bornes d'un Mémoire. Il nous reste d'ailleurs à examiner ce que devient la Courbe du Tour dans les différentes suppositions qu'on peut faire à l'égard de la Touche. Tout ce qui précède, comme on en a averti, n'étant applicable qu'à l'hypothèse de la Touche pointuë, ou dont un seul & même point toucheroit successivement tous ceux du contour de la Rosette, ce qui est le cas le plus simple, mais qui ne peut être rigoureusement vrai dans la pratique, quand même on se serviroit d'une Touche pointuë.

Pour remplir l'objet qu'on s'est proposé, il reste donc à examiner les hypothèses de la Touche droite ou plate, &

celles de la Touche courbe. Cet examen & les différents cas qui y sont renfermés ne fourniroient seuls la matière d'un Mémoire assés étendu, si le temps de nôtre départ qui approche, & les préparatifs qu'entraîne nécessairement un voyage*, tel que celui auquel nous sommes destinés, ne laissent le loisir de mettre en œuvre tous les matériaux que j'ai rassemblés depuis que j'ai entrepris ces recherches. Je me contenterai donc d'en donner ici un extrait abrégé, & d'y joindre quelques Problemes.

Jusqu'à présent la base de la Courbe du Tour a toujours été le contour même de la Rosette, ainsi qu'il a été démontré, le point parcourant dans l'hypothèse de la Touche pointuë n'étant autre chose que la pointe même de la Touche qui suivoit le contour de la Rosette. Mais si on suppose que la touche est une ligne droite AT (*Fig. 14.*) ce n'est plus le point T qui appuie sur le bord de la Rosette, la courbe qu'il décrit est donc différente du contour de la Rosette, & c'est cette courbe qu'il faut chercher, si l'on veut avoir, dans les différents cas que peut fournir la touche rectiligne, la base de la Conchoïde décrite par l'outil du Tour.

La touche étant droite, le côté de la Rosette ne peut être que droit ou courbe; s'il est droit, il peut être plus petit, plus grand ou égal à la ligne droite qui représente la touche. Qu'il soit égal ou plus petit, on verra que cela revient au même. Si le contour de la Rosette est courbe, la touche rectiligne, si petite qu'elle soit, est plus longue qu'un côté de la Rosette, qui alors est infiniment petit, mais la touche peut être ou extérieure ou intérieure à la courbe. Ce sont quatre cas différents à examiner.

* Voyage de trois Académiciens envoyés par le Roy pour faire des Observations sous l'Equateur.

Hypothese de la Touche rectiligne.

PROBLEME X.

Trouver la Courbe décrite par le point T (Fig. 14.) intersection de la Touche ab & de la droite CT , le côté de la Rosette étant AB , le centre C , & la Touche étant la droite ab égale au côté AB de la Rosette. Fig. 14.

SOLUTION.

Ce n'est plus ici comme dans l'hypothese de la Touche pointuë, le côté AB , dont tous les points rencontrent successivement le point T de la touche, ce sont au contraire les angles de la Rosette, par exemple, l'angle A qui glisse le long de la touche, & rencontre successivement tous les points depuis a jusqu'à b . Ce mouvement peut être remplacé, en faisant mouvoir l'équerre aTO sur les points C & A , en sorte que le côté TO porte toujours sur C , & le côté aT toujours sur A . Il est clair qu'en ce cas le point T ou le sommet de l'équerre décrira un arc de cercle sur le point I qui partage AG en deux également.

Si la touche ab étoit oblique au côté AB de la Rosette, l'angle aTO ne seroit plus droit, mais le point T n'en décriroit pas moins un arc de cercle (par la 23^{me} proposition du 3.^{me} Livre d'Euclide).

La courbe du Tour ou la courbe décrite par le point O fera donc en ce cas la Conchoïde, dont l'arc de cercle décrit par le point T sera la base. Cette Conchoïde sera *directe* ou *oblique*, selon que le point décrivant O sera placé ou sur la règle ou hors de la règle TC .

On voit que soit que la touche soit égale à ab , soit qu'elle soit plus longue, comme FD , cela revient au même, puisque l'angle A de la Rosette ne peut jamais rencontrer la touche qu'au point a , & la quitte au point B .

PROBLEME XI.

Fig. 15. *Trouver la Courbe décrite par le point T (Fig. 15.) le côté de la Rosette étant AB, le centre C, & la Touche étant DF, plus courte que AB côté de la Rosette.*

SOLUTION.

On remarquera que ce n'est plus ici le point *T*, mais le point *D* ou *F* qui porte sur le bord de la Rosette. Le point *D* ou *F* est donc le point parcourant qui se trouve ici transporté hors de la règle. Ainsi pour avoir un mouvement équivalent à celui du Tour, au lieu de faire tourner la ligne *TCO* sur le point *C*, en faisant suivre au point *T* le bord de la Rosette, c'est l'équerre entière *OTD* qu'il faut faire mouvoir sur le même point *C*, en faisant décrire au point *D* ou *F* le contour de la Rosette. Le Probleme se réduit donc à celui-ci.

Fig. 16. *Trouver la Courbe décrite par le sommet de l'équerre DTO (Fig. 16.) dont la branche TO, prolongée indéfiniment, glisse sur le point fixe C, tandis que le point D de la branche TD parcourt une droite AB.*

On fera $CT = a$; $TD, td = b$; $CL, TG = x$; $GT = y$; $Lt = a + y$; $dG = \sqrt{bb - yy}$, & on dira $LC, x . Lt, a + y :: GT, y . dG, \sqrt{bb - yy}$. D'où l'on tire $x\sqrt{bb - yy} = ay + yy$ & $bbxx - xxyy = aay^3y + 2ay^3 + y^4$, équation générale de cette courbe qui donne pour les différents cas des figures très-différentes, selon que $a > b$ ou $= b$. Ce détail nous meneroit trop loin.

Fig. 15. Le point *T* (Fig. 15.) ne décrit réellement sur le Tour que la portion supérieure à la ligne *AB*, commençant au point *D*, & finissant lorsque le point *D* de l'équerre rencontre le point *A* ou l'angle de la Rosette; alors c'est le point *A* qui glisse le long de la branche de l'équerre *DT*, & on retombe dans le cas du Probleme X. Ainsi lorsque la
touche

touche DF est plus courte que le côté AB de la Rosette, le point quelconque O décrit à chaque demi-pan de la Rosette deux portions de Conchoïde, l'une qui a pour base la courbe précédente, l'autre qui a pour base un arc de cercle.

Si la touche DF n'étoit pas perpendiculaire à la règle CT ; si, par exemple, elle faisoit avec CT l'angle CQF , le sommet T de la fausse équerre décrirait une courbe d'un degré plus élevé, dont la précédente n'est qu'un cas particulier; la recherche de cette courbe seroit absolument étrangère à notre objet, & inutile pour parvenir à la courbe du Tour décrite par le point O dans le cas même où la touche seroit oblique. Il suffit que quel que soit l'angle en T , l'équation précédente donnera toujours la courbe décrite par T , point de concours de la règle CT , & de la perpendiculaire DT tirée du point décrivant D sur la règle, & cette courbe sera toujours la base de la Conchoïde, soit directe, soit oblique, décrite par le point O .

PROBLEME XII.

Trouver la courbe décrite par le point T (Fig. 17.) la courbe AB étant le côté de la Rosette, le centre étant C , & la touche étant une droite quelconque DF , tangente à la Rosette successivement dans tous ses points. Fig. 17.

SOLUTION.

Pour remplacer ici le mouvement ordinaire du Tour, la double équerre $DTCF$, composée de la règle TC , & de la touche DF doit se mouvoir, en sorte que le point D , par exemple, suive le contour AB de la Rosette, sans que le côté DT coupe jamais la courbe; ce qui est nécessaire, puisque la touche du Tour ne peut que s'appuyer sur le bord intérieur de la Rosette. On voit que dans ce cas, la touche DF , dans toutes ses situations possibles, sera toujours tangente à la Rosette dans le point E , & que la règle passant

* *Recherches
sur les Courbes
à double cour-
bure, p. 106.*

toûjours par le point C , dans toutes les situations de DF , lui demeure toûjours perpendiculaire en T . Or M. Clairaut a démontré *, qu'en tirant des perpendiculaires d'un point fixe sur les tangentes successives d'une courbe quelconque, les points de concours de ces perpendiculaires & des tangentes, seront dans une Épicycloïde. Le point T , ou le sommet de notre équerre mobile étant le point de concours de la tangente & de la perpendiculaire, décrira donc une Épicycloïde, & il suit de la même démonstration, que cette Épicycloïde sera sôûdouble de celle que décrirait le centre de la Rosette, en la faisant rouler sur sa pareille. La courbe du Tour, ou la courbe décrite par le point O sera donc en ce cas la Conchoïde directe ou oblique, dont l'Épicycloïde précédente sera la base.

Il reste un quatrième cas dans la supposition de la touche rectiligne, c'est celui où la touche seroit intérieure à la courbe qui sert de Rosette. Ce cas n'a pas lieu dans la pratique ordinaire du Tour où la touche, quelle que soit sa figure, ne porte jamais que sur le bord extérieur de la Rosette. Mais il seroit possible de pratiquer un rebord de champ à la Rosette, & en coudant la touche, de faire porter son plat sur ce rebord par dedans, ce qui fournit la matière d'un nouveau Probleme; on va examiner ce cas, parce qu'il en résulte une nouvelle espece de Conchoïde plus générale encore que celle de M. de la Hire.

PROBLEME XIII.

Fig. 18.

Trouver la courbe décrite par le point M (Fig. 18.) la courbe AB étant le côté de la Rosette, le centre étant C, & la touche étant une droite quelconque DMT, qui porte toûjours par un point T sur le contour AB de la Rosette, du côté concave vers C.

SOLUTION.

On voit que la différence du cas présent à celui de la touche pointuë, consiste en ce que le point parcourant qui,

dans le premier cas, étoit pris dans la règle, comme en M , est ici transporté hors de la règle en T , en sorte que la courbe donnée AB n'est pas, à proprement parler, & suivant la définition précédente, la vraie base des Conchoïdes tracées par les points O, o , mais une base empruntée, pour ainsi dire, que nous nommerons *fausse base*, pour la distinguer de l'autre qu'on appellera la *vraie base*. Le Problème se réduit donc à trouver la courbe que décrit le point M , ou la tête de l'équerre CMT , tandis que le point T parcourt la courbe donnée AB .

Soit $MT=a$, $CQ=p$, & $TQ=q$, coordonnées de la courbe donnée AB , parcourue par le point T ; $CP=r$, & $PM=f$, coordonnées de la courbe cherchée, tracée par le point M , on aura $MC \sqrt{rr+ff}$, & on fera les analogies suivantes, pour avoir les valeurs de p & q , exprimées en f & r .

$$MC, \sqrt{rr+ff}. MP, f :: MT, a. TR = PQ = \frac{af}{\sqrt{rr+ff}}$$

$$MC, \sqrt{rr+ff}. CP, r :: MT, a. MR = \frac{ar}{\sqrt{rr+ff}}.$$

$$\text{Or } CQ = CP + PQ. \text{ Donc } p = r + \frac{af}{\sqrt{rr+ff}}, \text{ \& } TQ \\ = MP - MR. \text{ Donc } q = f - \frac{ar}{\sqrt{rr+ff}}.$$

Ces deux valeurs de p & de q , substituées dans l'équation supposée donnée de la fausse base AB , donneront la courbe tracée par le point M , laquelle sera la base de toutes les Conchoïdes tracées par les points O, o , &c.

Si on veut trouver ces courbes O, o , directement, sans chercher la base Mm , on le pourra par le Problème suivant,

PROBLEME XIV.

Fig. 19.

La fausse base, ou la courbe AB (Fig. 19.) tracée par le point parcourant T, pris hors de la règle CM, étant donnée, le pole étant C; trouver immédiatement la courbe du Tour, ou la Conchoïde tracée par un point quelconque S, sans chercher préalablement la courbe tracée par le point M servant de base à la Conchoïde SF.

SOLUTION.

Soit $SN=a$, $MT=b$, $MN=c$, $CR=p$, $RT=q$, $CP=x$, $PS=y$, $PO=z$; on pourroit se passer de cette troisième inconnue, mais on l'introduit pour la facilité du calcul, & on la fera disparaître ensuite. On aura aussi PR, ou $QH=p+x$, & $CO=\sqrt{xx+zz}$. On pourra faire les analogies suivantes,

$$CP, x . PO, z :: CR, p . RH, \frac{pz}{x}.$$

$$CP, x . CO, \sqrt{xx+zz} :: SN, a . SO, \frac{a\sqrt{xx+zz}}{x}.$$

$$CP, x . PO, z :: MT, b . HM, \frac{bz}{x}.$$

$$CP, x . PO, z :: SN, a . ON, \frac{az}{x}.$$

$$CP, x . CO, \sqrt{xx+zz} :: MT, b . HT, \frac{b\sqrt{xx+zz}}{x}.$$

$$CP, x . CO, \sqrt{xx+zz} :: HQ, p+x . HO, \frac{p+x}{x} \sqrt{xx+zz}.$$

D'où l'on tirera ces trois équations

$$SO + OP = PS.$$

$$\text{Donc } \frac{a\sqrt{xx+zz}}{x} + z = y, \text{ ou } a\sqrt{xx+zz} + zx = xy.$$

$$RH + HT = RT.$$

$$\text{Donc } \frac{pz}{x} + \frac{b}{x} \sqrt{xx + zz} = q,$$

$$\text{ou } pz + b\sqrt{xx + zz} = xq.$$

$$ON + OH + HM = MN.$$

$$\text{Donc } \frac{az}{x} + \frac{p+x}{x} \sqrt{xx + zz} + \frac{bz}{x} = c,$$

$$\text{ou } a + bz + p + x\sqrt{xx + yy} = cx.$$

Il est évident qu'avec ces trois équations on peut faire évanouir z , & tirer les valeurs de p & q , coordonnées de la courbe donnée Tt , en x & y , coordonnées de la courbe cherchée Sf , qu'il n'y aura plus qu'à substituer dans l'équation donnée, pour avoir celle de la courbe Sf que l'on cherche.

COROLLAIRE.

En faisant $a = 0$, le point S deviendra le point N , & donnera, au lieu de la Conchoïde oblique Sf , la Conchoïde directe Nn , tracée par le point N situé dans la regle MCN .

Remarqués que la courbe Sf ni la courbe Nn , ne sont Conchoïdes qu'à l'égard de la courbe que trace le point M , qui peut leur servir de base; mais considérée par rapport à la *fausse base* Tt , ce n'est plus une Conchoïde, ou ç'en est une d'une nouvelle espece, dont les Conchoïdes de M. de la Hire ne sont qu'un cas particulier. Au lieu d'une ligne droite, comme Nicomède, l'Auteur moderne prend pour base une ligne quelconque, & au lieu de prendre le point décrivant sur la regle, il le prend dans un point quelconque du plan. Nous ajoutons quelque chose de plus, ou plutôt nous retranchons une condition qui restreint encore la Conchoïde de M. de la Hire; car s'il laisse la liberté de prendre le point décrivant S , hors de la regle MCN , il prend du moins son

point parcourant M , toujours dans la règle, au lieu que le point parcourant de la nouvelle Conchoïde, peut, ainsi que le point décrivant, être pris dans un point quelconque du plan, sans aucune restriction.

On en pourra trouver les tangentes & les perpendiculaires, soit par la méthode ci-devant indiquée, soit par celle de M. de la Hire, en réduisant auparavant la nouvelle Conchoïde à l'espece dont il a traité, par la recherche de la courbe M , qui lui servira de base, comme on l'a enseigné Probleme XII. Quant à la rectification & à la quadrature de la nouvelle courbe, voici le moyen d'en trouver les éléments, & le Probleme proposé dans toute la généralité.

PROBLEME XV.

Fig. 20. *Trouver les éléments Mm , Nn , Tt (Fig. 20.) des courbes tracées sur le plan immobile, par les points M , N , T , du plan mobile, tandis que le point S du même plan parcourt la courbe donnée Sf . Trouver de plus la valeur des éléments $tTmM$, $SfnN$, pour avoir la quadrature des espaces renfermés entre les courbes Tt , Mm , Nn & Sf .*

SOLUTION.

Soit $MT=a$, $MCN=b$, $NS=c$, $CP=x$, $PS=y$,
on aura $CS=\sqrt{xx+yy}$; CN , $\sqrt{xx+yy-bb}=z$,
 $CM=b-z$.

Le rayon étant supposé égal à l'unité, on trouvera la tangente de l'angle $SCP=\frac{y}{x}=t$. Donc la différentielle du même angle $\frac{dt}{1+t^2}$. Par la même raison, la tangente de l'angle $SCN=\frac{c}{z}$. Donc la différentielle de l'angle SCN
 $=\frac{\frac{-cdz}{z^2}}{1+\frac{cc}{z^2}}=\frac{-cdz}{z^2+cc}$. Donc la différentielle de l'angle NCP , ou le petit angle $NCn=\frac{dt}{1+t^2}-\frac{cdz}{z^2+cc}$.

Maintenant pour avoir l'arc Nq , dont le rayon est CN , on fera $1 \cdot \frac{dt}{1+tt} - \frac{cdz}{zz+cc} :: z \cdot \frac{zdt}{1+tt} - \frac{zcdz}{zz+cc} = Nq$,

& comme mO , Nq sont des arcs de cercle, & que $MN = mn$, il suit que $MO = nq = dz$. Pour avoir uM , je me fers des triangles semblables uIM , NCq ; car nIM est semblable à OrM , celui-ci à MCO , & MCO à MCq ; on fera donc $CN \cdot NQ :: ul = MT \cdot uM$. Retranchant uM de OM , j'aurai uO ou tl , & je trouverai mO , en faisant $Cq \cdot Nq :: Cm \cdot mO = lT$.

Ayant les valeurs de NQ , nq , mO , OM , tl , lT , on aura tous les éléments des courbes cherchées Nn , Mm , Tt .

Voilà ce qui regarde la Touche rectiligne, il reste à examiner les effets de la Touche courbe.

Hypothèse de la Touche courbe.

Au lieu de supposer la touche pointuë ou rectiligne, on peut supposer que c'est une portion de courbe; cette supposition n'a lieu dans la pratique, qu'à l'égard du cercle, puisque, comme on a déjà remarqué, pour rendre le mouvement du Tour plus doux, la touche porte ordinairement à son extrémité une petite poulie ou roulette, contre laquelle s'appuie le côté de la Rosette.

Tous les cas de l'hypothèse de la touche courbe se peuvent réduire à deux; celui où le côté de la Rosette est une droite, & celui où le côté de la Rosette est une courbe.

Si le côté de la Rosette est une droite, il est clair que cette droite sera tangente successivement aux divers points de la courbe qui forme la touche. Le mouvement du Tour, en ce cas, sera remplacé, en supposant que l'angle mixtiligne FTC (Fig. 21.) composé de la courbe TF qui représente la touche, & de la règle TCO , se meut en glissant sur le point C , en sorte que le côté AB de la Rosette est toujours tangent à la courbe TF .

Fig. 21.

On voit qu'il n'y a en ce cas aucun point de la touche qui

parcours le côté AB de la Rosette; la ligne AB n'est donc point ici la base de la courbe tracée par l'outil du Tour situé en quelque point O ou o . Pour avoir cette courbe, il n'est question que d'en trouver une qui puisse lui servir de base, & il suffit pour cela de connoître une des courbes qui, dans le mouvement prescrit, seroit tracée par un des points de la règle TC . Nous choisirons comme la plus simple, celle que trace T , ou le point de concours de la règle OT , & de la touche TF .

PROBLEME XVI.

Fig. 21.

Soit la courbe TF donnée (Fig. 21.) attachée en T à la règle TC , prolongée indéfiniment vers O , & mobile sur le point fixe C . La droite TCO passant toujours par le point C , qu'on fasse mouvoir la courbe DF le long de la ligne donnée AB , qui lui sera tangente dans ses divers points Ff successivement; on demande quelle est la courbe Tt tracée pendant ce mouvement par le point T .

SOLUTION.

Soient $HG = x$, $GT = y$, coordonnées de la courbe cherchée Tt , $PF = u$ & $TP = z$, coordonnées de la courbe donnée TF , dont on connoît par conséquent la tangente $LF = t$, & la sous-tangente $LP = f$, on aura $LT = f - z$, & la distance donnée du point C à la ligne AB sera $HC = a$, on cherche l'équation de la courbe Tt .

Les triangles CTQ , CHL , LPF , LTG sont semblables, on aura donc

$$\begin{aligned} PF, u . LF, t &:: HC, a . CL, \frac{at}{u}; \\ LF, t . LP, f &:: CL + LT, \frac{at}{u} + f - z . CQ, x \\ &= \frac{at + uf - ufz}{ut}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{On aura aussi } LF, t . PF, u &:: LT, f - z . GT, y \\ &= \frac{fu - uz}{t}. \end{aligned}$$

Ayant

Ayant les valeurs de x & y en u & z , avec l'équation de la courbe TF , on aura de quoi faire disparaître u & z , & il restera l'équation de la courbe cherchée Tt , qui étant prise pour base, servira à trouver toutes les courbes que peut tracer l'outil dans ses diverses situations Oo , &c. On eût pû tirer ici, comme dans les Problemes précédents, les valeurs de u & z en x & y ; mais elles eussent été mêlées de t & f , tangente & soultangente de la courbe TF , desquelles on n'a la valeur qu'en u & z .

Enfin, si le côté de la Rosette est une courbe, la touche étant à roulette, c'est comme si la regle MCO étoit attachée au cercle IND , & qu'on fît rouler ce cercle sur la courbe AB , en faisant glisser la regle MCO , sans jamais quitter le point C . Tous les points de la regle décriront en ce cas diverses courbes qui seront mutuellement les bases & les Conchoïdes les unes des autres. Nous chercherons, comme la plus simple, celle qui est décrite par le point M , centre du cercle qui forme la roulette de la touche. Fig. 22.

PROBLEME XVII.

Trouver la courbe tracée par le point M (Fig. 22.) centre du cercle IND, qui roule sur la courbe donnée AB, tandis que MIO, diametre prolongé du même cercle, glisse sur le point fixe C, sans jamais s'en écarter. Fig. 22.

SOLUTION.

Le cercle IND touche la courbe AB en un point quelconque N , par où passe la tangente commune LN . Tirés LF à volonté, pour servir d'axe à la courbe donnée AB , & à la courbe cherchée MD , dont les coordonnées auront leur origine commune au point fixe C . Soit donc $CP=x$, $PM=y$, $CQ=u$, $QN=z$, MK parallèle à PQ , sera $u-x$. NK , prolongement de QN , sera $y-z$. Le cercle IND , & la courbe AB étant donnés, on aura le rayon $MN=a$, la perpendiculaire $NS=p$, & la souperpendiculaire $QS=f$.

On fera $NS, p \cdot QS, f :: MN, a \cdot MK, u - x = \frac{af}{p}$.

Donc $x = u - \frac{af}{p}$.

$NS, p \cdot NQ, z :: MN, a \cdot NK, y - z = \frac{az}{p}$.

Donc $y = z + \frac{az}{p}$.

La relation entre u & z étant connue par l'équation de la courbe donnée AB , on fera disparaître u & z , & on aura l'équation cherchée en x & y de la courbe MD . Cette courbe peut servir de base à toutes les Conchoïdes décrites par les points O, o , &c. Et en donnant la courbure MD à la Rosette, & supposant la touche pointuë, l'outil traceroit les mêmes courbes que dans le cas présent de la touche en roulette, & de la Rosette AB .

Si la regle prolongée IM ne passoit pas par le centre du cercle, mais en étoit une corde, ou si on supposoit à la touche une autre courbure que la circulaire, supposition qui n'a pas lieu dans la pratique, on ne pourroit employer avec le même avantage la perpendiculaire & la souperpendiculaire de la courbe AB . Il faudroit chercher plusieurs analogies entre les coordonnées des trois courbes, & on pourroit se servir des méthodes employées dans quelques-uns des Problemes précédents; mais le calcul en seroit long, & d'ailleurs inutile au but que nous nous sommes proposés, ainsi nous nous en tiendrons là.

On a donc démontré que dans le cas de la touche pointuë, la courbe tracée par l'outil du Tour étoit toujours une Conchoïde prise suivant la définition de M. de la Hire; & quoi-que cela ne soit plus vrai hors de cette hypothese, pour ramener la courbe du Tour au même point de vûe dans toutes les suppositions qu'on peut faire sur les diverses figures de la touche, on a donné le moyen de considérer toujours la courbe tracée par l'outil, comme une Conchoïde, en cherchant dans les divers cas de la touche rectiligne ou curviligne,

la courbe qui peut servir de base à celle du Tour prise pour Conchoïde, c'est-à-dire, pour en faire l'application au Tour, la courbe dont il faudroit que la Rosette eût la figure, pour faire suivre à l'outil le même trait, en supposant la touche pointuë.

Quelle que soit la figure de la Rosette & de la touche, & quelle que soit la position de l'outil, on a donc le moyen de reconnoître la nature & l'espece de courbe tracée par l'outil du Tour, ce qui est l'objet qu'on s'étoit proposé.

Je n'ai point parlé des Tours dont l'arbre fixe par une extrémité, n'est mobile que par l'autre, comme un levier de la seconde espece. La seule différence entre l'effet de ceux-ci, & l'effet du Tour parallele que nous avons décrit, consiste en ce que dans ceux dont il est ici question, la figure tracée peut, en conservant ses proportions, devenir plus ou moins grande, en approchant ou en éloignant seulement l'ouvrage de la Rosette; au lieu que dans le Tour parallele, la distance de la Rosette à l'outil, n'apporte aucun changement dans les dimensions de la figure.

Il y a aussi des Tours dans lesquels l'arbre, au lieu de se mouvoir parallelement à lui-même, est porté par deux poupées mobiles, sur un axe commun parallele à l'arbre, en sorte que l'axe de l'arbre, au lieu de se mouvoir dans un plan, se meut dans la superficie d'un cylindre, & que le centre de la Rosette, au lieu de décrire une droite, comme il la décrit dans son mouvement alternatif de parallelisme, que nous avons expliqué, décrit un arc de cercle. Il est vrai que la hauteur des poupées étant d'un ou deux pieds, le rayon de ce cercle est si grand par rapport au petit arc que décrit le centre de la Rosette, que cet arc peut être pris sensiblement pour une ligne droite; & la construction de ce Tour n'est faite que pour en éviter une plus composée que demanderoit le mouvement de parallelisme proprement dit.

A l'égard de la courbe du Tour qui en résulte, c'est une Conchoïde plus composée encore que toutes celles dont

nous avons parlé, puisque cette construction du Tour fait à l'égard de la courbe tracée, le même effet que si la règle que nous avons toujours supposée droite, devenoit circulaire. Les mêmes méthodes que nous avons employées feroient trouver l'équation de cette nouvelle Conchoïde; le calcul seulement en seroit plus long, & il n'a rien qui invite à en surmonter les difficultés.

Au lieu de supposer la règle circulaire, on pourroit la supposer courbe d'une courbure quelconque, supposition très-éloignée de la pratique, & qui ne feroit que des cas particuliers de tout ce que nous avons donné de plus général, mais ce Mémoire n'est déjà que trop long.



Fig. B

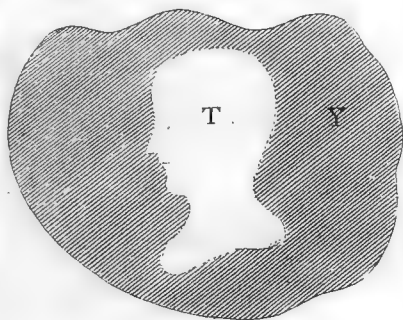


Fig. A

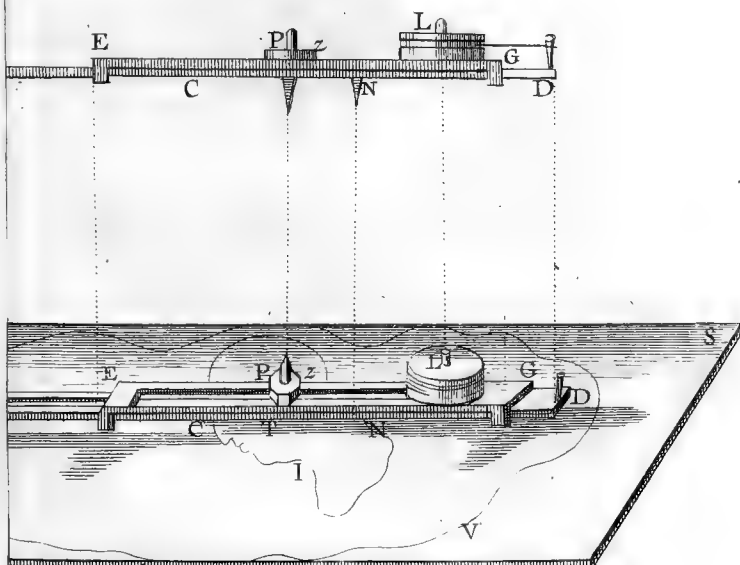


Fig. B



Fig. A

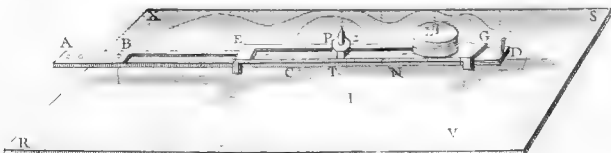


Fig. 2

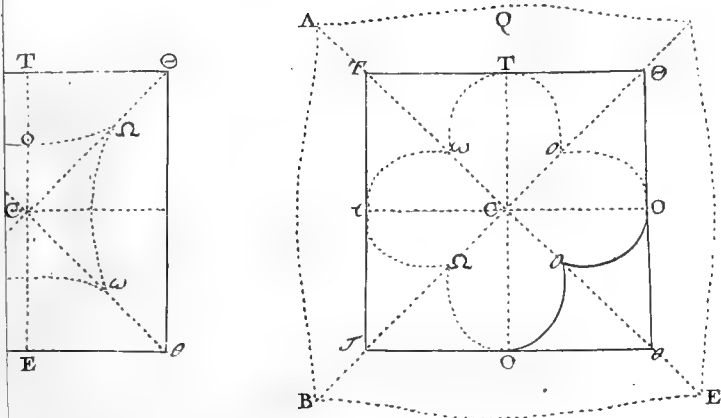


Fig. 3

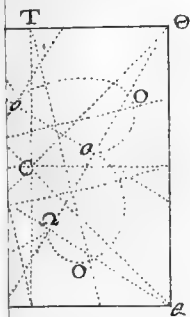


Fig. 4

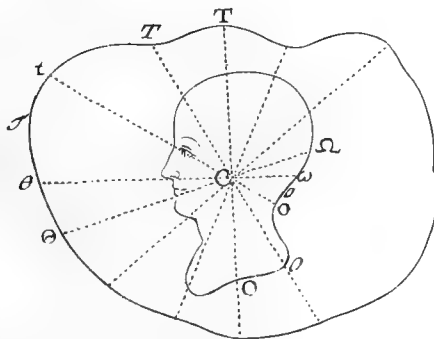
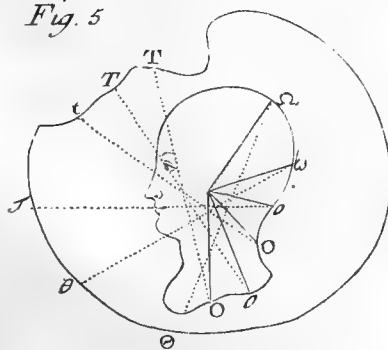
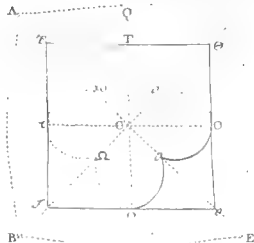
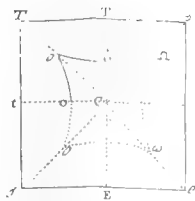


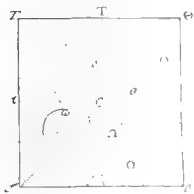
Fig. 5



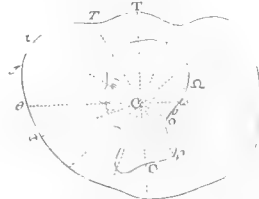
Flg 1



Flg 3



Flg 4



Flg 5



Fig. 6

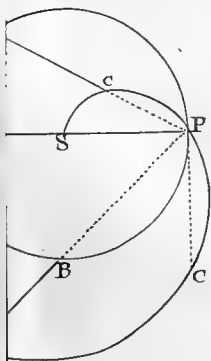
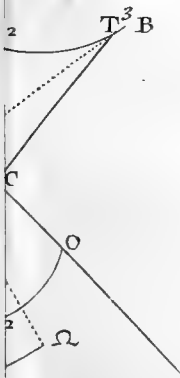
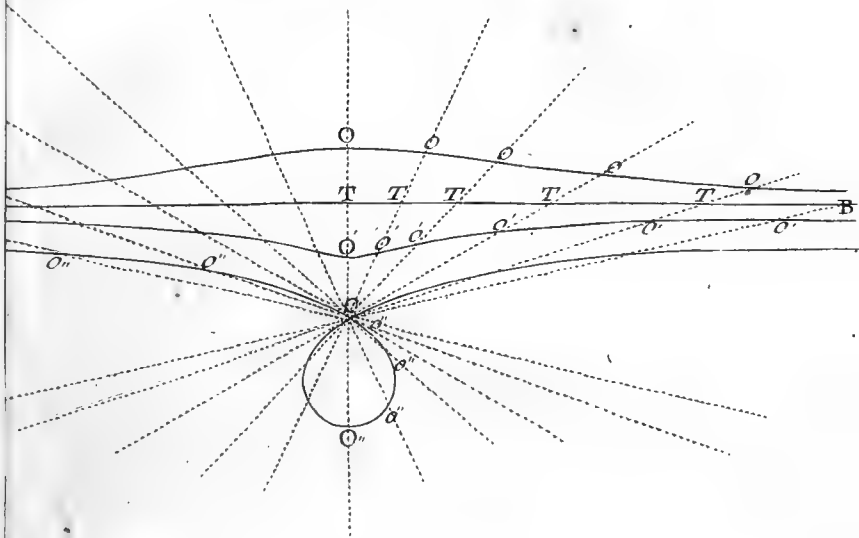
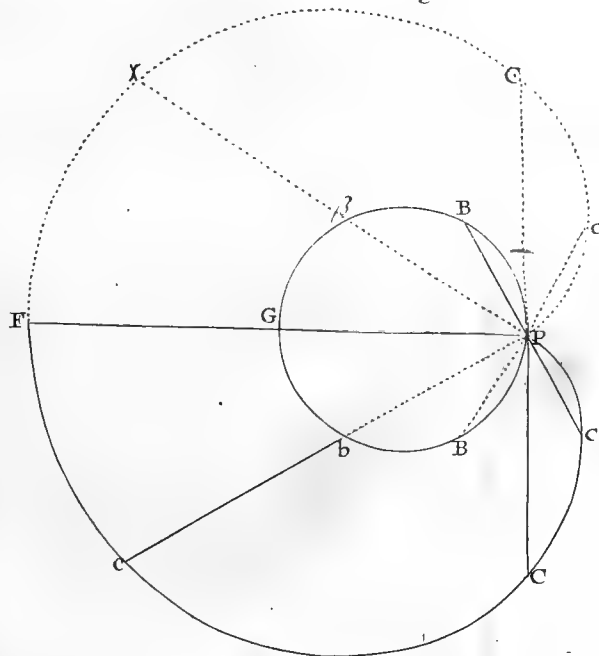


Fig. 8



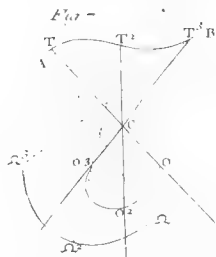
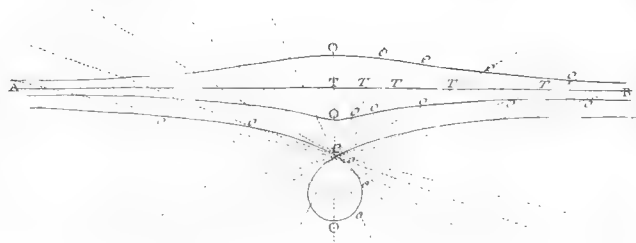


Fig. 8

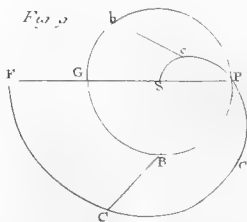
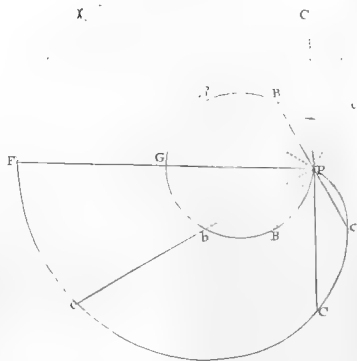


Fig. 13

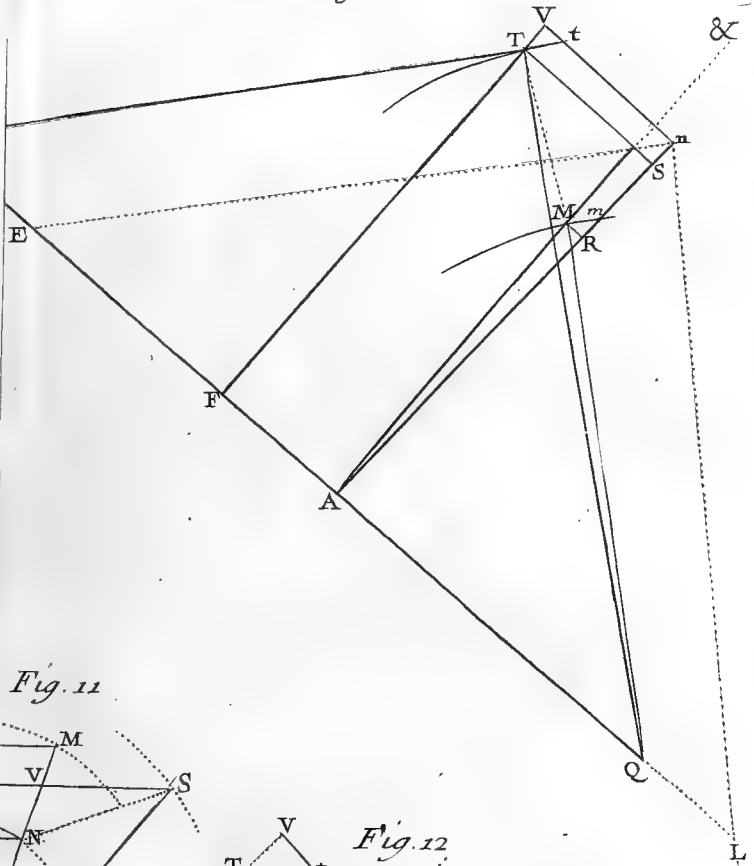


Fig. 11

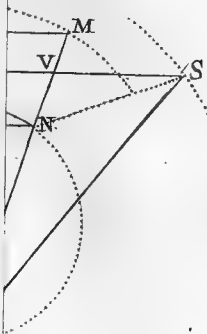


Fig. 12

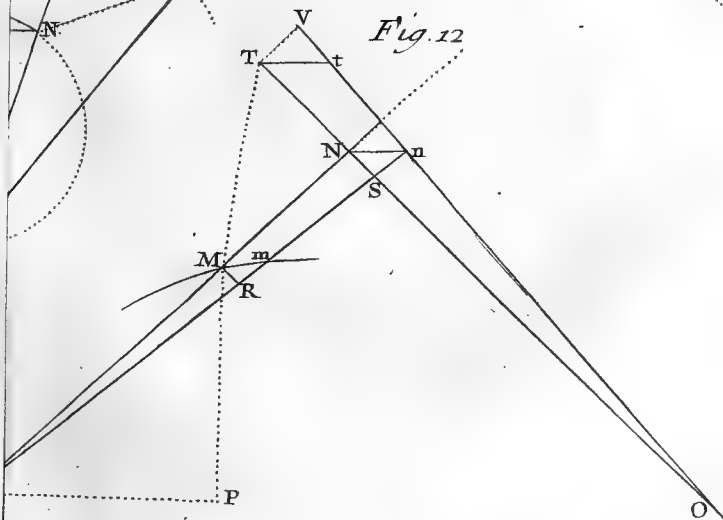


Fig 13

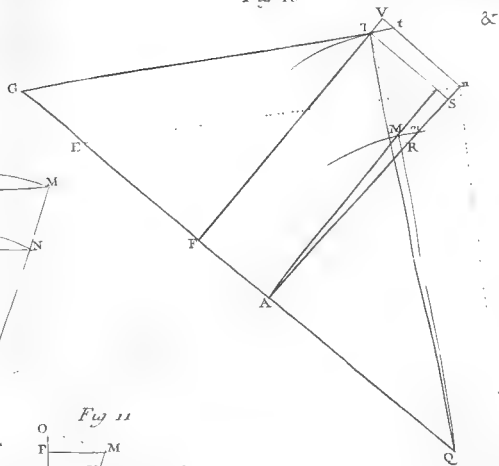


Fig 10



Fig 11

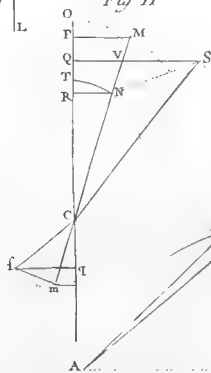


Fig 12

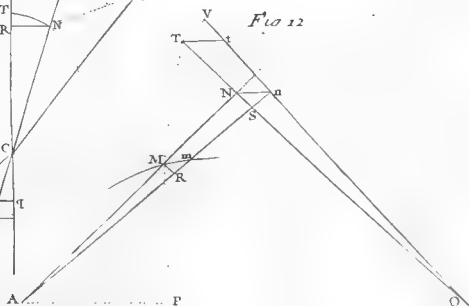


Fig. 14

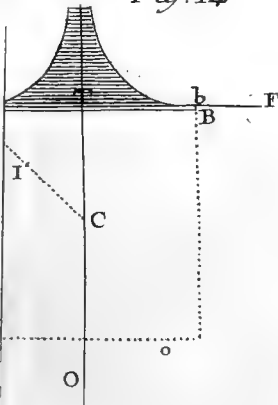


Fig. 15

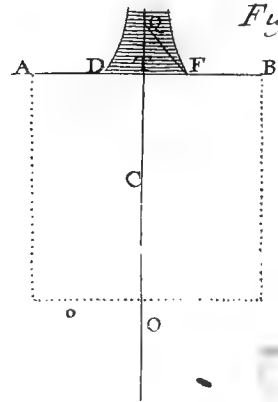


Fig. 16

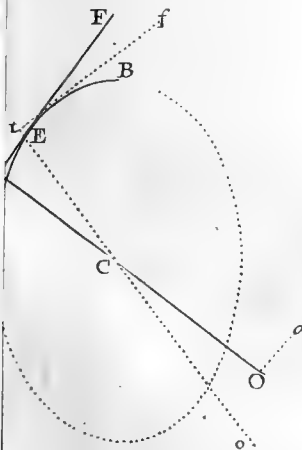
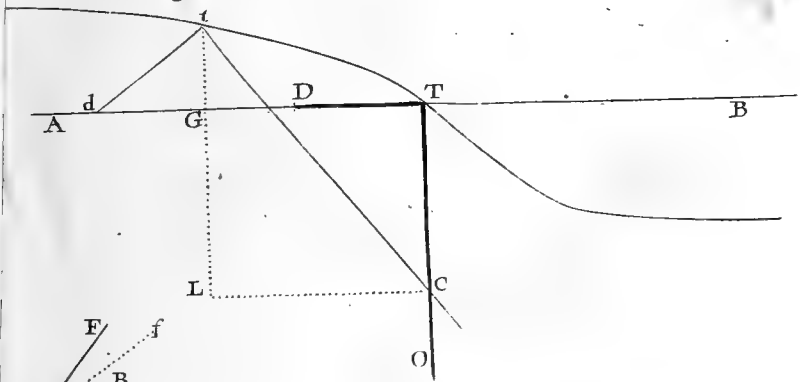


Fig. 18

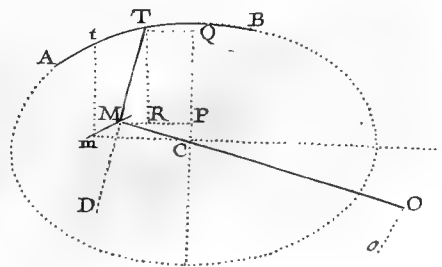


Fig 14

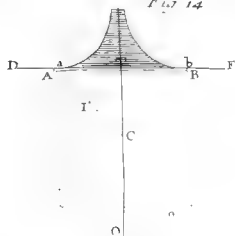


Fig 15

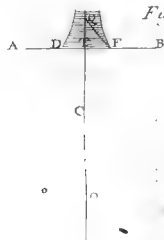


Fig 16

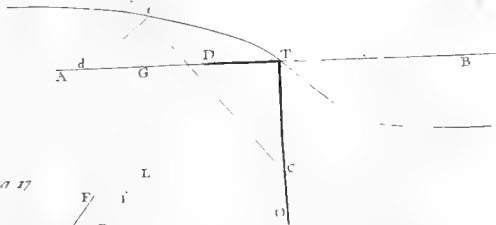


Fig 17

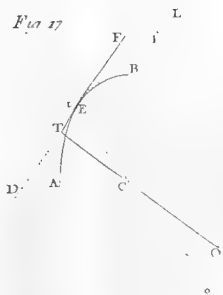
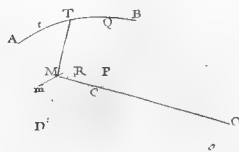
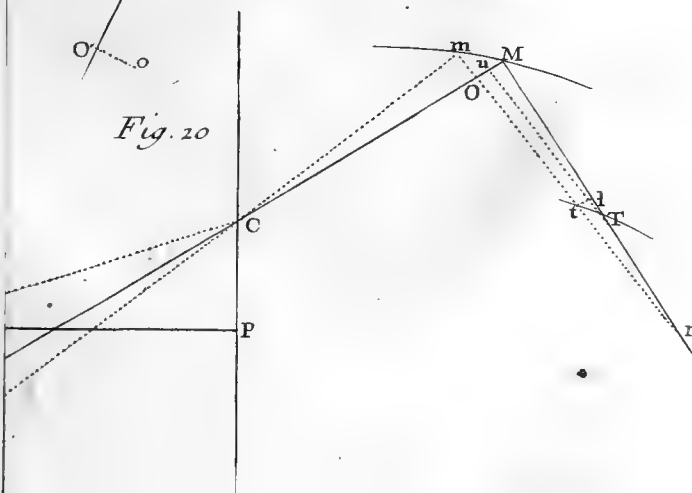
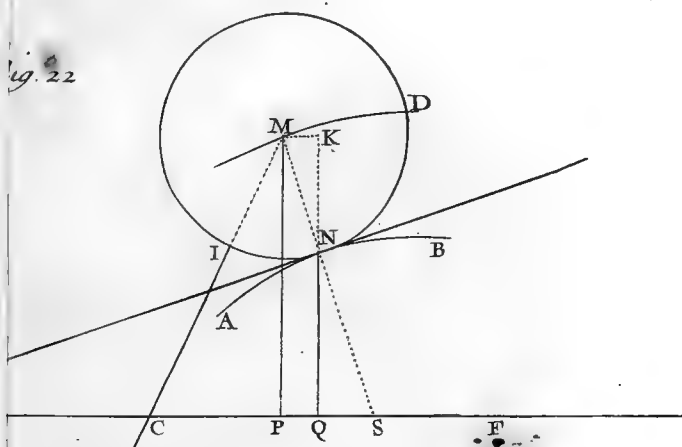
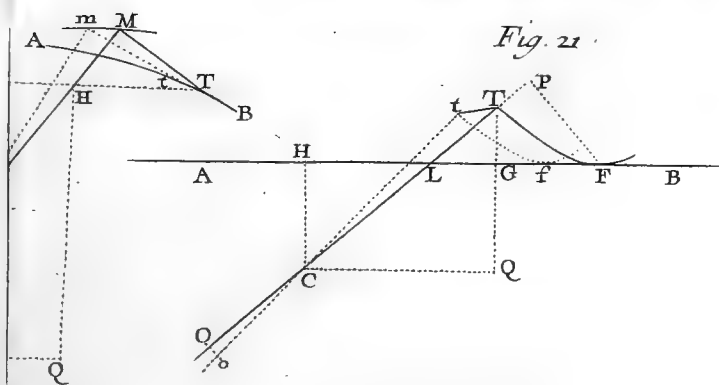
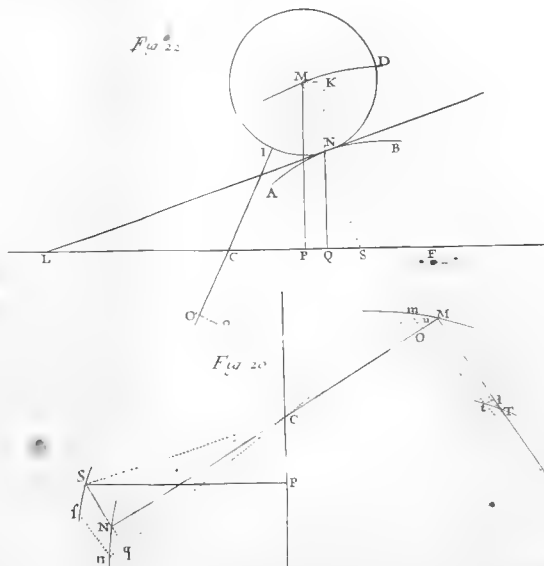
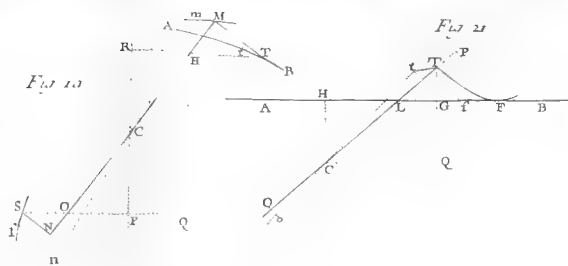


Fig 18







CINQUIEME MEMOIRE

SUR L'ELECTRICITE,

Où l'on rend compte des nouvelles découvertes sur cette matière, faites depuis peu par M. Gray;

Et où l'on examine quelles sont les circonstances qui peuvent apporter quelque changement à l'Electricité pour l'augmentation ou la diminution de sa force, comme la température de l'air, le vuide, l'air comprimé, &c.

Par M. DU FAY.

PENDANT que je travaillois aux expériences dont j'ai rendu compte à l'Académie dans mes précédents Mémoires, M. Gray a continué ses recherches à Londres, & il a publié ses découvertes dans les Transactions Philosophiques, N.^{os} 423. & 426, je vais en donner un extrait en peu de mots; premièrement, parce qu'ayant donné dans mon premier Mémoire, la suite historique de tout ce qui avoit été fait sur cette matière jusqu'au moment que j'ai commencé d'y travailler, il est nécessaire de faire voir les progrès qui ont été faits depuis; & en second lieu, parce qu'on trouvera que ces découvertes sont très-curieuses, & qu'elles concourent avec les miennes pour donner quelques idées sur les causes de l'Electricité.

M. Gray a trouvé dans l'Electricité deux propriétés nouvelles, l'une qu'elle est permanente, c'est-à-dire, qu'elle peut subsister dans les corps très-long-temps après qu'elle y a été excitée, & l'autre qu'elle s'y trouve dans certains cas, sans que les corps ayent été frottés. Voici de quelle manière il a éprouvé que l'Electricité étoit permanente; il a fait fondre dans une cuillier de fer différentes matières résineuses séparément, comme de la résine blanche, de la noire, de la poix,

21 Juillet
1734.

Transf. Philos.
N.^o 423.

de la gomme-lacque, de la cire & du soufre. Lorsque ces différentes matières avoient pris la forme de la cuillier en s'y refroidissant, il chauffoit de nouveau la cuillier un moment, afin d'en faire détacher les matières qui se trouvoient de cette manière conserver la forme d'un segment de sphere.

M. Gray a remarqué que lorsqu'il frottoit ces corps, tandis qu'ils étoient encore chauds, ils ne devenoient point électriques, & ils ne commençoient à avoir une vertu sensible que lorsque leur chaleur étoit à peu-près celle d'un œuf qui sort de dessous la poule. La vertu électrique augmentoit ensuite à mesure que le corps refroidissoit, & paroissoit décuple de ce qu'elle avoit été d'abord. M. Gray enveloppoit alors ces différents corps dans du papier, dans de la flanelle, ou dans toute autre matière semblable, & ils y ont conservé leur électricité pendant plusieurs mois, & même jusqu'au temps qu'il écrit, qui étoit environ un an & demi après ses premières expériences. Il a fait la même chose avec un cone de soufre, & avec un cylindre de même matière, ce dernier moulé dans un tube de verre, & le premier dans un verre à boire. D'où il résulte que l'électricité n'est point une qualité qui se dissipe peu de temps après avoir été excitée, comme on l'avoit cru jusqu'à présent, mais qu'elle est permanente, & se peut conserver très-long-temps dans les corps. J'ai vérifié ces expériences, qui m'ont réussi de même qu'à M. Gray, & j'ignore, aussi-bien que lui, quel terme on peut assigner à la durée de la vertu électrique.

Il y a encore un fait très-curieux que M. Gray a remarqué, qui est qu'il y a des corps qui n'ont pas besoin d'être frottés pour devenir électriques; M. Hauksbée avoit déjà remarqué que la poix étant encore chaude, attiroit les feuilles d'or à la distance d'un ou de deux doigts, sans avoir été frottée, & cela lui a paru très-singulier; il en est néanmoins demeuré-là, & s'il eût poussé ses observations aussi loin que M. Gray, il auroit reconnu qu'il y a plusieurs matières dans le même cas, & que tous les corps résineux sont de ce nombre. Voici de quelle manière on doit procéder pour s'en apercevoir.

Après avoir fondu dans une cuillier de fer, comme nous venons de le dire, quelque corps résineux, comme de la poix, de la gomme-lacque, de la cire, &c. & l'avoir fait sortir de la cuillier en la chauffant un moment, si on le laisse refroidir dans cet état posé sur une table ou sur toute autre matière, il devient électrique de lui-même & sans qu'on y touche en aucune façon, & cependant il ne commence à le devenir que lorsqu'il est presque froid. Pour s'appercevoir, dans ces expériences, de la plus petite électricité sensible, M. Gray attache un fil très-délié & un peu long au bout d'un bâton, & l'approchant peu-à-peu du corps électrique, on remarque très-facilement la moindre vertu qu'il peut avoir.

Pour faire cette expérience avec un cone de soufre, il n'y a qu'à verser le soufre fondu dans un verre à boire bien sec & un peu chauffé, on peut le laisser refroidir dans cet état même pendant plusieurs jours, ainsi que je l'ai observé, on renverse ensuite le verre, & on l'enleve de dessus le cone de soufre; si l'on en approche alors un fil, il l'attire fortement; & comme on pourroit soupçonner qu'en retirant le verre, on feroit l'effet d'une espee de frottement sur le cone, j'ai pris toutes les précautions nécessaires pour m'assurer qu'il n'y en avoit point, & le soufre a toujours été électrique, & même l'électricité a été sensible à travers le verre, ainsi que l'a remarqué M. Gray, car le fil étoit attiré avant qu'on eût ôté le verre de dessus le cone de soufre, mais cette attraction est très-foible, & au bout de quelques jours elle ne m'a plus paru sensible, tandis qu'elle étoit encore très-forte dans le cone de soufre, lorsque j'en ôtois le verre duquel j'avois soin de le recouvrir pour conserver son électricité qu'il a encore depuis plus d'un an, & qu'il conservera encore très-long-temps suivant toutes les apparences, à en juger par le peu de diminution qui y est arrivé pendant cet espace de temps. M. Gray a aussi remarqué qu'un gâteau de soufre d'environ douze onces, conservoit très-long-temps une foible électricité sans être enveloppé ni couvert d'aucune matière;

il avertit ensuite qu'il travaille actuellement sur l'attraction du Verre & de quelques autres corps pour la rendre permanente de même que celle de ces premiers, & il soupçonne que la température de l'air y apporte plus de dérangement qu'aux autres.

M. Gray rapporte à la fin de ce Mémoire les expériences suivantes qu'il a faites avec la Machine pneumatique. Il a frotté une boule de verre de deux pouces de diametre, & l'ayant renduë électrique, il l'a suspenduë par un fil de cuivre au haut d'un récipient, en sorte qu'on la pouvoit facilement abbaissier ou élever pour l'approcher plus ou moins de feuilles d'or qu'il avoit placées sur un papier soutenu par une soucoupe posée sur la platine de la Machine pneumatique; après avoir pompé l'air, il n'a trouvé dans la vertu électrique de cette boule aucun changement sensible, non plus que lorsqu'il y a laissé rentrer l'air. Il a fait la même expérience avec du soufre, de la gomme-lacque, de la résine & de la cire blanche, sans que l'attraction d'aucune de ces matières parût moins forte dans le vuide que dans le plein; il a même pris pour faire ces expériences avec précision, toutes les mesures que l'on peut attendre de son exactitude & de son attention. On trouve dans Boyle & dans le Livre de M. Hauksbée plusieurs expériences dans le même genre, mais nous aurons occasion d'en parler dans la suite de ce Mémoire, lorsque nous examinerons les changements qui arrivent à l'électricité dans le vuide. Nous devons maintenant suivre le travail de M. Gray, & dire un mot de ses dernières découvertes.

On les trouve dans deux Lettres insérées dans les Transactions philosophiques, N.º 426. Dans la première, il rapporte qu'ayant suspendu un fil dans le récipient de la Machine pneumatique, & ayant ensuite frotté ce récipient pour le rendre électrique, après en avoir pompé l'air, le fil avoit été attiré avec beaucoup de vigueur. Le tube électrique attiroit aussi ce fil suspendu dans le vuide, & on lui communiquoit divers mouvements suivant que l'on en approchoit, ou que l'on en éloignoit avec plus ou moins de vitesse le tube,

tube, ou simplement la main : le fil étoit pareillement attiré, lorsqu'il y avoit deux récipients l'un sur l'autre, & même M. Wheler, au rapport de M. Gray, ayant mis l'un dans l'autre cinq récipients, le fil étoit également attiré, quoiqu'ils fussent tous vuides d'air. Il est à observer que pour mieux réussir dans ces expériences, il faut que le récipient soit joint à la Machine pneumatique avec un ciment de cire & de thérébentine, & non simplement posé sur un cuir mouillé à la manière ordinaire, parce qu'en pompant l'air, il s'élève de ce cuir des vapeurs aqueuses qui diminuent considérablement l'électricité.

M. Gray a aussi remarqué que les corps opaques n'arrêtoient point la vertu électrique, en sorte qu'un morceau de liège barbouillé de miel suspendu sous une cloche de métal posée sur une glace, attiroit les feuilles d'or, lorsqu'on approchoit le tube de la cloche. Je rapporte cette expérience de M. Gray, quoique le résultat n'en soit que le même que celui de plusieurs expériences insérées dans mon troisième Mémoire, mais je suis très-aise de la conformité qui se trouve entre les siennes & les miennes, cela ne peut que confirmer la vérité des unes & des autres ; il est même arrivé, comme on le va voir, que nous en avons fait chacun de notre côté, qui sont presque entièrement semblables, & il n'est pas impossible que cela ne nous arrive encore très-souvent, si nous continuons l'un & l'autre à suivre le même travail, mais cette espece de concurrence, dont en mon particulier je suis extrêmement flatté, ne peut que tourner au profit des Sciences, & nous faire avancer plus promptement dans la connoissance des phénomènes de l'électricité.

M. Gray passe ensuite à diverses expériences sur la transmission de l'électricité au moyen de deux enfants, dont l'un étoit suspendu sur des cordes de crin, & l'autre avoit sous chacun de ses pieds un gâteau de résine de huit pouces de diamètre, & de deux pouces d'épaisseur. En approchant le tube de l'un de ces enfants, l'électricité se communiquoit à l'autre, soit qu'ils se tinssent par la main, ou qu'ils tinssent

chacun un bout d'une longue perche ou d'une corde; il les a mis ensuite tous deux sur des gâteaux de résine, & les a fait communiquer l'un avec l'autre de diverses manières, soit avec le doigt, avec des cordes, ou seulement par les plis de leurs habits. Après avoir fait ainsi plusieurs combinaisons différentes & très-curieuses de cette expérience, il fait voir que l'électricité se peut communiquer sans que ce soit par un corps continu, & pour cela il suspend horizontalement sur deux foyes une perche de deux pièces de 34 pieds de long, & à deux pieds de distance d'un des bouts de cette première il en suspend une seconde de 5 pieds de long qui fait un angle droit avec la première; lorsqu'on approche le tube du bout de l'une de ces perches, l'électricité se communique au bout le plus éloigné de la seconde malgré le changement de direction, & l'interruption de deux pieds qui est entre l'une & l'autre. On peut voir dans mon troisième Mémoire que j'ai fait la même chose avec des cordes, & ce qui est arrivé lorsque j'ai interposé différents corps entre les bouts des deux cordes. M. Gray finit cette Lettre par le détail des expériences qu'il a faites, en éloignant plus ou moins l'une de l'autre les baguettes ou les ficelles, & il a trouvé que l'attraction étoit encore sensible après les avoir éloignées à 47 pouces Anglois l'une de l'autre.

Dans la seconde Lettre, M. Gray rapporte encore quelques expériences singulières sur la communication de la vertu électrique, sans que ce soit par un corps continu. Il fait passer une corde vers le centre d'un cerceau de 20 pouces de diamètre, suspendu par des foyes, ou soutenu sur un piédestal de résine dans une situation verticale, & ayant rendu la corde électrique par l'approche du tube, tout le cerceau s'est devenu, quoique sa circonférence fût éloignée d'environ 10 pouces de la corde qui passoit par son centre. On voit dans la suite de cette Lettre, que la même expérience a réussi avec un cerceau de 40 pouces de diamètre, soutenu verticalement par un cylindre ou gros tuyau de verre, & que toute sa circonférence est devenue assez sensiblement

électrique pour attirer un fil blanc à un demi-pouce de distance.

La vertu électrique donnée par le moyen du tube à une corde tendue, s'est pareillement communiquée à une boule de liege soutenuë par un roseau vertical qui avoit pour pied un entonnoir de verre renversé, & l'attraction de la boule a été sensible, quoiqu'elle fût distante de la corde d'environ deux pieds. Enfin M. Gray termine sa seconde Lettre par une expérience un peu différente des précédentes, & qui mérite attention. Il posa son cerceau de 40 pouces de diamètre sur le gros cylindre de verre dans une situation verticale, & fit passer à l'ordinaire une ficelle par le centre, il approcha le tube du cerceau, alors non-seulement toute la circonférence du cerceau devint électrique, mais la ficelle & une boule d'yvoire qui étoit à son autre extrémité le devinrent aussi; il fit ensuite glisser la boule dans le centre même du cerceau, mais alors le fil qu'il présentoit, pour éprouver la force de l'attraction, fut repoussé par la boule, au lieu d'en être attiré; & lorsqu'il présentoit ce même fil aux autres parties de la corde, il en étoit attiré à l'ordinaire, comme dans les expériences précédentes.

Ce fait qui paroît très-singulier s'explique naturellement par le principe que j'ai établi dans mon quatrième Mémoire, & l'on peut le regarder comme une nouvelle preuve de mon hypothèse; car, lorsque la boule est placée au centre du cerceau, & qu'elle est rendue électrique par la communication du cerceau qui l'est devenu lui-même par l'approche du tube, on ne peut approcher le fil de cette boule, qu'en le plongeant dans le tourbillon électrique qui circule sans cesse de la boule au cerceau; ce fil doit donc devenir lui-même électrique, & suivant l'hypothèse que j'ai avancée, il sera repoussé par la boule, puisque j'ai fait voir que deux corps empreints d'une électricité de même nature se repoussent au lieu de s'attirer. Ce fil, au contraire, sera attiré par la ficelle dans tous les points qui seront éloignés du cerceau, parce qu'alors étant hors de l'étendue du tourbillon

électrique du cerceau, il ne contracte aucune vertu, & par conséquent il doit être attiré par la ficelle ou par la boule, si on l'éloigne du centre du cerceau, & qu'on le promène le long de la corde.

Je me suis un peu étendu sur l'explication de cette expérience, parce que, comme c'est à M. Gray que nous la devons, & que même elle lui a paru singulière, j'ai cru qu'il étoit important de faire voir combien elle s'accorde naturellement avec mon hypothèse qui ne se trouve jusqu'à présent contredite par aucune expérience, & qui, au contraire, quadre avec toutes celles dont l'explication avoit paru jusqu'à présent la plus difficile.

Après avoir rendu compte des découvertes de M. Gray, qui, jusqu'à ce jour, sont venues à ma connoissance, je vais continuer le plan que je me suis proposé de suivre, & rapporter en peu de mots les observations que j'ai faites sur les divers changements que la température de l'air peut causer à l'Électricité. La plupart des Physiciens ont remarqué que l'air humide apportoit beaucoup d'obstacle aux expériences de l'Électricité, M. Gray l'a pareillement observé, & il ajoute dans une des Lettres dont nous venons de rendre compte, que l'attraction du verre est encore plus susceptible de ces changements que celle de l'ambre & des autres corps semblables. J'avois dessein de faire sur ce sujet des observations exactes, mais cela n'est pas possible, à cause de plusieurs difficultés qui sont absolument insurmontables; premièrement, on ne sauroit s'assurer de frotter plusieurs fois de suite le tube, ou tout autre corps électrique, d'une force à peu près égale, ainsi cela fait une première cause d'irrégularité; secondement, les corps que l'on présente pour être attirés, sont de nature à ne pouvoir pas être toujours disposés de la même manière; s'ils sont suspendus, le moindre mouvement dans l'air les agite; s'ils sont posés sur quelque corps que ce soit, ils y adhèrent plus ou moins fortement, suivant des circonstances qui nous sont absolument imperceptibles. Enfin le lieu où l'on conserve le tube cause encore des variations;

s'il a été quelque temps à l'air, sa vertu est plus difficile à exciter que s'il a été enveloppé; la matière dont on se sera servi pour l'envelopper, apporte encore du changement, de même que le froid ou le chaud du lieu où on l'a conservé; toutes ces difficultés m'ont empêché de faire ces observations avec autant d'exactitude que je me l'étois proposé, & je m'en suis tenu à celles qui sont assez sensibles pour être facilement apperçûes, je doute même qu'il fût d'aucune utilité de les faire avec plus de précision, & je ne crois pas que cela nous donnât plus de connoissance sur la nature des écoulements électriques.

Il est certain que l'humidité nuit infiniment à l'action des corps électriques, cet obstacle est tel que lorsque le temps est humide, on frotte quelquefois le tube pendant 4 ou 5 minutes, sans lui avoir communiqué aucune vertu, & même celle qu'il acquiert, lorsqu'on s'obstine à le frotter, est toujours très-peu de chose en comparaison de celle qu'il a dans un beau temps. On doit aussi observer que quoique le temps soit, lors de l'expérience, beau, sec, & tel qu'on le peut désirer, on a quelquefois de la peine à exciter la vertu du tube, ce qui vient de ce que les jours précédents auront été humides, & que l'humidité s'est attachée aux parois intérieures du tube, il faut alors le nettoyer soigneusement, en y introduisant avec une baguette un peu de coton sec & un peu chaud; il est bon aussi de l'essuyer par dehors avec un linge, ou une étoffe de laine un peu chauffée, cela le met en état de devenir plus promptement électrique.

J'ai aussi remarqué que le temps chaud n'est pas le plus propre à l'Electricité, soit que cela vienne des vapeurs insensibles qui sont alors plus abondamment élevées de la terre, soit que l'on s'échauffe trop vite en frottant le tube, & que la transpiration du corps ralentisse le cours de la matière électrique, ou en occupe une partie; quoi qu'il en soit, il est certain que les expériences ne réussissent jamais si bien dans un jour fort chaud, ni dans les heures les plus chaudes d'un jour ordinaire.

On auroit pû croire que le vent eût été un obstacle aux écoulements électriques, on a vû cependant dans mon troisième Mémoire, que lorsque je fis l'expérience dans laquelle la vertu électrique fut transmise le long d'une corde, à la distance de 1256 pieds, il faisoit un vent très-violent, ce qui n'empêcha pas néanmoins qu'elle ne réussît parfaitement ; d'où il résulte que l'air agité n'entraîne point la matière électrique, ou du moins s'il y apporte quelque dérangement, il n'est pas assés considérable, pour qu'on s'en apperçoive sensiblement.

Enfin pour réunir toutes les circonstances qui m'ont paru les plus favorables à l'Electricité, il faut choisir un temps sec & serein, un vent de Nord, & un jour médiocrement chaud, ou même une belle gelée, qui pourroit bien être le temps de tous qui y seroit le plus propre, on trouvera que dans ces circonstances, l'électricité est infiniment plus forte que dans les temps couverts, ou humides. Voilà tout ce dont j'ai pû m'assurer par rapport à la température de l'air, & ces observations sont conformes à celles de M. Hauksbée, & de M. Gray. Voyons maintenant quels changements le vuide, ou du moins l'air extrêmement rarefié peut apporter dans les expériences de l'Electricité.

*Exper. Physico-
mechan. p. 39.*

M. Hauksbée rapporte qu'ayant ajusté à un tube de verre un robinet, pour le pouvoir appliquer à la Machine pneumatique, & en ayant pompé l'air, le tube, quoique frotté à l'ordinaire, n'avoit presque aucune vertu sensible, il agitoit seulement les plus petites feuilles de laiton, lorsqu'on l'en approchoit très-près, mais ayant laissé rentrer l'air, le tube devint tout à coup électrique, sans l'avoir frotté de nouveau, & il attiroit les feuilles à la même distance à laquelle il ne leur donnoit aucun mouvement, étant vuide d'air; il n'avoit pas cependant autant de vertu qu'à l'ordinaire, mais ayant été ensuite frotté de nouveau, il recouvra toute son électricité.

P. 108.

Le même Auteur ajoute dans un autre endroit, qu'ayant enduit intérieurement un globe de verre de cire d'Espagne, & l'ayant fait tourner sur son axe, après en avoir pompé

l'air, ce globe étoit devenu électrique, en posant la main dessus pendant son mouvement de rotation, mais qu'il ne l'étoit qu'aux endroits qui étoient intérieurement enduits de cire d'Espagne, n'ayant aucune vertu dans quelques autres où il n'y avoit point de cire. Il est vrai que laissant rentrer l'air dans le globe, les endroits enduits de cire devenoient encore plus électriques qu'auparavant, ce qu'il reconnoissoit par des fils qu'il laissoit pendre librement au dessus de ce globe.

M. Hauksbée a dit aussi qu'un tube rempli d'air libre, ou un cylindre de verre solide, frotté dans un récipient vuide d'air, n'acqueroit aucune vertu; d'où il conclut que l'air a beaucoup de part aux phénomènes de l'électricité; il pense, par exemple, que lorsqu'il y a de l'air dans l'intérieur du tube, cet air empêche la matière électrique d'y entrer si librement, & par conséquent la fait agir au dehors; au contraire, lorsque le tube est vuide d'air, cette même matière s'y porte avec beaucoup de facilité, & par conséquent n'a plus d'action au dehors. A l'égard de l'air qui environne le tube extérieurement, M. Hauksbée pense que c'est lui qui transporte les corps légers vers le tube, & qui est cause de tous leurs mouvements; d'où il conclut que si on vient à ôter cet air extérieur, ou, ce qui est la même chose, si l'on frotte le tube dans le vuide, tout l'effet apparent de l'électricité doit être anéanti. Il explique par les mêmes principes, la tendance, ou la direction des fils vers le centre du globe de verre rendu électrique, lorsque l'expérience est faite dans l'air libre, & la cessation de cette tendance lorsque le globe est vuide d'air, ou lorsqu'en étant rempli à l'ordinaire, on ôte l'air extérieur en faisant l'expérience dans le vuide.

Ces dernières expériences de M. Hauksbée ne paroissent pas trop s'accorder avec celle de M. Gray que je viens de rapporter, qui consiste à rendre une boule de verre électrique par le frottement, & la suspendre ensuite dans le récipient de la Machine pneumatique, & il a remarqué qu'alors l'électricité ne souffroit aucune diminution, soit que le récipient

fût rempli d'air ordinaire, soit qu'il en fût vuide, ou qu'en-suite on le fît rentrer; ces especes de contrariétés m'ont engagé à apporter l'attention la plus scrupuleuse, lorsque j'ai refait ces expériences, & même à les combiner de différentes manières, ainsi qu'on le va voir.

J'ai commencé par celles de M. Hauksbée avec le tube de verre, & elles m'ont réussi de même qu'à lui, en sorte qu'il est constant que lorsque ce tube est vuide d'air, il n'acquiert presque point d'électricité, & qu'il la recouvre dès qu'on y laisse rentrer l'air, quand même on ne le froteroit pas de nouveau; j'ai observé de plus que lorsqu'il est vuide d'air, il ne produit point, à l'approche des mains, ou du visage, ces petillements qui arrivent toujours lorsqu'il est rempli d'air à l'ordinaire, mais cette observation tient à celles qui concernent la lumière, & qui doivent faire le sujet d'un autre Mémoire.

Pour faire avec plus de commodité & d'exactitude les expériences dans le vuide, je me suis servi d'un petit Barometre que M. de Mairan a eu la bonté de me communiquer, & qui rend toutes les expériences du vuide infiniment plus faciles à faire qu'elles ne le sont avec un récipient, auquel est ajusté un Barometre ordinaire, ou même avec le tube appliqué à la Machine pneumatique, comme cela se pratique en Angleterre, & dans lequel le Mercure s'élève à proportion que le ressort de l'air diminué dans le récipient.

Le Barometre de M. de Mairan est semblable pour la forme aux Barometres ordinaires, si ce n'est qu'il n'a en tout que 3 pouces de long ou environ; on le remplit tout entier de Mercure; ainsi que la partie inférieure de la boule, & on l'ajuste sur un petit pied, afin qu'il puisse demeurer dans une situation verticale. Lorsqu'on veut connoître par le moyen de cet instrument, la quantité dont l'air est dilaté dans le récipient, on le pose sous ce récipient sur la platine de la Machine pneumatique; on conçoit aisé que les premiers coups de piston ne font aucun effet sur ce Barometre, mais lorsque l'air est dilaté au point que le Barometre
ordinaire

ordinaire seroit descendu de 24 pouces ou environ, celui-ci commence à agir, & si on le fait descendre de 2 pouces, on doit juger que le Barometre ordinaire seroit descendu de 26 pouces, & ainsi du reste. On ajuste à ce Barometre une petite regle de cuivre divisée en pouces & en lignes, & si l'on veut que les opérations soient faites avec toute la justesse que l'on peut désirer, il faut avoir égard à la hauteur actuelle du Barometre ordinaire lors de l'expérience, mais communément il n'est pas nécessaire d'apporter une si grande précision. Pour celles dont il est question présentement, il ne s'agit que de juger de la quantité d'air qui reste dans le récipient, & il est très-aisé de le faire, au moyen de la petite regle de cuivre qui indique en lignes la différence de hauteur entre le Mercure contenu dans le vuide du tube, & celui qui est dans la boule.

On seroit de pareils Barometres un peu plus longs, si on avoit besoin de connoître les degrés d'un vuide moins parfait, mais il arrive rarement qu'on en ait besoin; il n'y a que ceux qui sont dans l'habitude de faire de pareilles expériences, qui puissent connoître le prix d'une invention aussi simple, mais pour moi j'avouë que je l'ai trouvée d'une commodité infinie, & j'ai cru ne pas devoir negliger l'occasion de la rendre publique.

Pour m'assurer ensuite si les différents corps frottés dans le vuide acquéreroient de l'électricité ou non, j'ai pris un récipient ouvert par le haut; une boîte de bois cylindrique d'environ 4 pouces de haut entroit dans cette ouverture du récipient, & y étoit exactement cimentée; le fond & le couvercle de la boîte étoient percés d'un trou d'une ligne & demie de diametre, & elle étoit entièrement remplie de plusieurs cuirs appliqués les uns sur les autres, percés aussi dans le milieu, & graissés de façon que l'air ne pût s'introduire ni entre les cuirs, ni entr'eux & les parois de la boîte; un fil de fer poli traversoit d'un bout à l'autre la boîte & tous ces cuirs, & l'un de ces bouts qui entroit dans le récipient, étoit taillé en vis pour, au moyen d'un peu de filasse

y ajuster une boule percée d'ambre, de verre, ou tout autre corps semblable; le bout supérieur de ce fil de fer qui étoit au-dessus de la boîte, & hors du récipient, étoit garni d'une petite bobine, ou poulie de bois, on faisoit tourner cette bobine avec un archet, & par ce moyen le fil de fer & la boule qui y étoit attachée, tournoient dans le récipient avec beaucoup de rapidité, sans que l'air pût en aucune façon y entrer.

Pour que cette boule pût être frottée par ce mouvement, j'avois ajusté une espee de pince platte & recourbée, garnie d'étoffe qui embrassoit la boule & la ferroit foiblement, cette pince étoit attachée fixement au tuyau de la platine de la Machine pneumatique, enfin il y avoit des fils suspendus au dedans du récipient, pour pouvoir reconnoître si la boule étoit devenuë électrique.

Tout étant ainsi disposé, je commençai par faire l'expérience sur une boule d'ambre, je l'ajustai pour cet effet au bout du fil de fer, & je la fis descendre entre les branches de la pince garnie d'étoffe; je pompai l'air alors jusqu'à ce que le Mercure fût descendu dans le petit Barometre à 3 lignes près du niveau, je frottai ensuite la boule d'ambre en faisant tourner la bobine par le moyen de l'archet, après quoi soulevant la bobine, je retirai la boule d'entre les branches de la pince, ce qui la fit rencontrer vis-à-vis des fils que j'avois disposés à cet effet, elle les attira fortement, & tout de même, à ce que j'en puis juger, qu'elle auroit fait dans l'air libre. Il rentra si peu d'air dans le récipient pendant le cours de cette expérience, que le Barometre ne monta que d'environ une demi-ligne. J'ai répété plusieurs fois cette expérience, & elle a toujours réussi de la même manière, en sorte qu'il peut demeurer pour constant que l'ambre frotté dans le vuide devient électrique de même que dans l'air ordinaire.

J'ai fait la même expérience avec une boule de cristal de roche, après avoir garni de papier les branches de la pince, parce qu'il m'a paru que le papier faisoit mieux que l'étoffe pour le verre & les matières semblables; ayant pompé l'air

au même point que dans l'expérience précédente, j'ai trouvé que la vertu électrique étoit considérablement diminuée, & qu'elle étoit rétablie, lorsqu'ayant laissé rentrer l'air, je frottois la boule de nouveau; d'où il résulte que le verre & les corps semblables frottés dans le vuide n'acquièrent que très-peu d'électricité, quoiqu'ils la conservent dans le vuide, s'ils ont été précédemment frottés dans l'air libre, & que les corps, dont l'électricité est de la nature de celle que nous avons appelée *résineuse*, acquièrent cette vertu étant frottés dans le vuide, de même qu'ils feroient dans l'air libre, ce qui établit encore une nouvelle différence entre ces deux électricités.

Ayant fait ces expériences dans le vuide, j'ai voulu voir ce qui arriveroit en comprimant l'air dans le tube; & pour connoître exactement la quantité dont l'air seroit comprimé, j'ai cherché une machine qui me pût donner les degrés de condensation, comme celle que je viens de décrire me donnoit ceux de dilatation.

La voye la plus simple n'est pas pour l'ordinaire celle qui se présente la première; il me vint d'abord des idées assez compliquées, & d'une execution difficile, enfin je m'arrêtai à un moyen très-facile, & plus simple encore, s'il est possible, que le Barometre dont je viens de parler; c'est un Tube de 5 ou 6 pouces de long, de demi-ligne ou environ de diamètre intérieur, ouvert par un de ses bouts, & fermé par l'autre. Ce Tube est porté par une petite monture de cuivre divisée en pouces & en lignes, & dans laquelle il peut glisser avec un peu de force, en sorte que l'on place l'une de ses extrémités sur la division que l'on veut, & qu'il y demeure. La monture de cuivre qui enveloppe le tube, est fendue suivant sa longueur, en sorte qu'on voit le tube d'un bout à l'autre par cette fente.

J'ai vû depuis dans le Livre de M. Halès sur l'Analyse de l'Air, une méthode qu'il employe pour connoître la profondeur de la Mer, qui a quelque rapport à cette machine, & qui auroit pû m'en faire naître l'idée, si je l'avois

connuë plutôt, mais qui est encore moins simple que celle que je propose ici. Ayant disposé le tout de la manière que je viens de le décrire, on fait entrer dans le tube une goutte de mercure, & avec un fil de fer on la place vis-à-vis une des divisions de la monture; comme on peut mouvoir le tube dans la monture, & la goutte de mercure dans le tube, on arrange l'un & l'autre en sorte que l'air compris entre le bout fermé du tube & la surface inférieure de la goutte de mercure réponde à un certain nombre de lignes sur la monture; le tout étant disposé de la sorte, on l'ajuste sur le canal du robinet, & on l'introduit dans le tube.

On conçoit facilement que lorsque l'air viendra à être comprimé dans le tube, il pesera sur la goutte de mercure, & la fera baisser dans le petit tuyau de verre jusqu'à ce que l'air contenu sous la goutte soit dans un degré de condensation égal à celui du tube; or comme ce degré de condensation est très-aisé à connoître par la quantité de lignes dont le mercure descend, on connoît pareillement la condensation de l'air du grand tube.

On me peut faire une objection qui est bien fondée, mais qui est de très-peu de conséquence, cependant je n'ai pas cru devoir négliger d'y répondre. On peut dire que le poids de la goutte de mercure comprime un tant soit peu l'air du petit tuyau, & qu'ainsi cet air n'est pas précisément dans le même degré de dilatation que l'air extérieur; on adjointera que lorsque l'air est comprimé à un certain point, cette même pesanteur ne fait presque plus aucun effet sur la petite colonne inférieure, en sorte que cela ne peut pas indiquer bien précisément le degré de condensation, mais je répons à cela que l'erreur est trop légère pour mériter qu'on y fasse attention; de plus, pour peu que l'on voulût s'y arrêter, il seroit facile de la corriger par le calcul; enfin, si l'on veut entièrement l'éviter, il n'y a qu'à poser le petit tube dans une situation horisontale.

Avec ce petit instrument, que j'appellerai *Elaterometre*; j'ai fait les expériences suivantes. Par un beau temps, le tube

Étant fort électrique, en sorte qu'à la distance de 33 pouces il attiroit un assés gros fil suspendu librement, j'introduisis avec la pompe de l'air dans le tube, en sorte que l'espace entre le fond du petit tube & la surface inférieure de la goutte de mercure, qui étoit de 54 lignes dans son état ordinaire, fut réduit à 18 lignes, l'air étoit donc alors trois fois plus comprimé que dans son état ordinaire; je fermai ensuite le robinet, & ayant frotté le tube, il n'attiroit qu'à peine le fil à la distance de 3 pouces, mais je n'en fus pas surpris, parce que cela me paroissoit très-sensiblement venir d'une vapeur grasse que l'air avoit entraînée avec lui en passant par la pompe, & qui s'étoit attachée aux parois intérieures du tube; l'ayant frotté pendant quelque temps, il a recouvré assés d'électricité pour attirer le fil à la distance de 20 pouces, ce qui n'est néantmoins arrivé qu'après que la vapeur, dont je viens de parler, a été dissipée, & a monté vers le haut du tube. J'ai ensuite ouvert le robinet pour laisser sortir l'air, & le tube, après l'avoir frotté, est devenu aussi électrique qu'il l'étoit auparavant.

Ayant réitéré l'expérience, & comprimé l'air au même point, il est arrivé précisément la même chose que la première fois. Quelques heures après je l'ai répétée une troisième fois, & le succès a été à peu-près le même.

La quatrième fois je comprimai l'air un peu davantage, en sorte que la goutte de mercure baissa de 39 lignes, c'est dire que l'air qui dans son état de liberté occupoit 54 lignes, & dans les expériences précédentes n'en occupoit plus que 18, étoit dans celle-ci réduit à 15, ce qui est à peu-près tout ce que je puis faire avec ma pompe, car les derniers coups de piston ne font plus d'effet sensible, d'ailleurs je craindrois qu'une plus forte compression ne brisât le tube. Je frottai le tube dans cet état, & il n'attira que très-faiblement le fil à la distance de 3 pouces. J'ouvris alors le robinet, & je laissai sortir l'air avant que le nuage intérieur fût disparu, & que la vertu fût recouvrée, comme il étoit arrivé dans les premières expériences; je voulois voir s'il

n'attiroit pas par ce moyen le fil de plus loin sans l'avoir refrotté de nouveau, mais cela n'arriva point, & sa vertu resta aussi peu considérable; il est vrai que venant ensuite à le frotter pendant quelques instants, il acquit autant d'électricité qu'il en avoit jamais eu.

Il semble qu'il résulte de-là que l'air introduit dans le tube par le moyen d'une pompe, y porte avec lui une vapeur grasse qui nuit à l'électricité, & on ne peut pas empêcher que cela n'arrive, car si l'intérieur de la pompe & le piston n'étoient enduits de graisse, l'air ne pourroit y être contenu lorsqu'on vient à le comprimer, & cet air appuyant fortement contre les parois onctueuses, il se charge nécessairement de quelques parties grasses qu'il porte avec lui dans l'intérieur du tube; si l'on mouilloit la pompe au lieu de la graisser, l'air porteroit pareillement dans le tube une vapeur aqueuse qui nuirait pour le moins autant que celle-ci à l'électricité.

Ces raisons m'ont obligé d'avoir recours à d'autres moyens pour comprimer l'air dans le tube, sans y introduire d'humidité, ni de vapeurs grasses. Je me suis d'abord servi de l'expédient le plus simple de tous, qui est de chauffer le tube après lui avoir ôté la communication avec l'air extérieur en fermant le robinet. Il est vrai que de cette manière je n'augmentois pas la quantité d'air dans le tube, mais je rendois sa compression plus considérable, en augmentant son élasticité; j'ai donc chauffé le tube le plus qu'il m'a été possible, ou plutôt autant que j'en ai pu supporter la chaleur au travers du papier dont je me servois pour le frotter, mais la compression de l'air a beaucoup moins augmenté que je ne l'aurois cru, car la goutte de mercure n'a descendu que de 6 lignes, ce qui ne dénote que l'augmentation d'un neuvième dans le ressort de l'air; dans cet état, le tube frotté attiroit le fil à la distance de 36 pouces, ce qui est de 3 pouces plus loin que dans les expériences précédentes, mais il est à croire qu'une aussi petite augmentation de la compression ou du ressort de l'air, n'étoit pas la cause de ce que le tube attiroit

le fil plus loin ; il est plus naturel d'attribuer ce fait à la chaleur du tube, parce que j'ai remarqué que dans tous les cas la chaleur augmentoit l'action des corps électriques ; la crainte que j'ai eüe de casser le tube en l'exposant à une plus forte chaleur, jointe à la difficulté de le frotter quand il est fort chaud, a fait que je n'ai pas tenté d'augmenter davantage par cette voye, le ressort de l'air intérieur, & j'ai imaginé de me servir de la manière suivante.

J'ai fait faire un globe de cuivre creux d'environ 10 pouces de diametre, à ce globe étoit soudé un tuyau de 3 pieds de long, recourbé par son extrémité, le tout étoit très-exactement soudé de soudure forte, & je me servis de ce globe de cuivre, comme d'un éolipile, pour introduire de l'air & le comprimer dans le tube. Pour cet effet, le bout recourbé du tuyau de cuivre portoit une vis qui s'ajustoit au robinet du tube de verre, & cette extrémité du tuyau étoit recourbée, afin qu'on eût la commodité de chauffer la boule de cuivre, & que son tuyau étant horisontal, le tube de verre pût être dans une situation verticale, & qu'ainsi on pût distinguer facilement les degrés de condensation, par le moyen du petit Elatérometre dont nous venons de parler.

Je pris d'abord toutes les précautions nécessaires, pour que l'air qui passeroit de la boule dans le tube ne fût chargé d'aucune humidité, & pour cela je la fis bien chauffer d'abord sans y ajuster le tube de verre, & en ayant fait sortir le plus d'air qu'il me fut possible par ce moyen, je la retirai du feu pour la faire refroidir, mais afin qu'il n'y rentrât qu'un air très-sec, je mis le bout recourbé du tuyau de cuivre très-proche du feu jusqu'à ce que la boule fut entièrement refroidie, & que par conséquent elle fut remplie de tout l'air qu'elle pouvoit contenir dans son état naturel, je bouchai ensuite exactement le tuyau jusqu'au moment que je fis l'expérience.

Ayant alors débouché ce tuyau, j'y ajustai le tube garni de son robinet & de l'Elatérometre, & ayant mis la boule sur le feu, je condensai l'air dans le tube jusqu'à ce que le

mercure fut descendu de 27 lignes, c'est-à-dire, précisément du double de ce qu'il étoit dans l'état naturel, je fermai alors le robinet, & je détachai le tube du tuyau de la boule, je le frottai à l'ordinaire, & même beaucoup plus long-temps que je n'avois coûtume de faire, il n'acquît cependant qu'une très-médiocre électricité, je continuai à le frotter, mais sa vertu demeura toujours très-foible; j'ouvris alors le robinet pour laisser sortir l'air qui y étoit retenu, l'ayant ensuite frotté pendant quelques instants, il recouvra son électricité ordinaire, je refis trois fois de suite la même expérience, & elle réussit toujours de la même manière.

Je voulus voir ce qui arriveroit en la faisant dans l'obscurité; lorsque l'air fut condensé du double de l'état naturel, j'eus beau frotter le tube, je ne pus pas appercevoir la moindre lumière, & il ne parut aucune étincelle lorsque j'approchois du tube les doigts ou le visage, mais à peine eus-je fait sortir l'air condensé, que le tube devint lumineux au moindre frottement, & que tous les autres phénomènes qui accompagnent l'électricité reparurent comme à l'ordinaire.

Il demeure donc pour constant, que l'air comprimé dans le tube, nuit considérablement à son électricité; j'avoué que je m'attendois à un effet tout contraire, & que je pensois avec M. Hauksbée, que si le tube perdoit son électricité lorsqu'il est vuide d'air, c'est que la matière électrique trouvant plus de facilité à se mouvoir par l'absence de l'air, se portoit en abondance dans l'intérieur du tube, & par conséquent agissoit plus faiblement au dehors; j'inferois de-là qu'en augmentant dans l'intérieur du tube la quantité de l'air, on multiplioit les obstacles qui s'opposoient aux écoulements électriques, & que par conséquent leur action devoit se porter au dehors, & faire un effet plus considérable que lorsque le tube ne contenoit que de l'air dans son état naturel. Lorsque je trouvois que l'expérience étoit contraire à ma conjecture, je l'attribuois à la qualité de l'air humide ou gras que j'avois introduit dans le tube, mais je ne puis rien soupçonner de semblable dans cette dernière expérience, j'ai
pris

pris toutes les précautions possibles pour que l'air que j'y introduisois fût dénué de graisse & d'humidité, & cependant l'électricité a été très-sensiblement arrêtée. Peut-être dira-t-on que l'air qui sort de la boule de cuivre échauffée, porte avec lui quelques parties sulphureuses qui nuisent à l'électricité; mais comme ce n'est-là qu'une conjecture faite au hazard, & que je n'imagine aucune manière d'introduire de l'air dans le tube qui ne soit sujette à plus d'inconvénients que cette dernière, je me contenterai de dire que l'air comprimé dans le tube nuit à l'électricité, puisque toutes les expériences concourent à me le prouver. Il est vrai qu'il paroît fort singulier que l'air comprimé & l'air dilaté produisent un effet semblable par rapport à l'électricité, & que cet effet soit précisément le contraire de ce qui arrive dans l'air libre; mais l'explication de ce fait tient peut-être à quelque principe qui ne nous est pas encore connu, & loin d'être découragés par ces especes de contrariétés apparentes, cela nous doit animer de plus en plus dans nos recherches, nous prouver la nécessité de l'examen scrupuleux des faits; & nous faire tenir en garde contre les conséquences que nous sommes souvent tentés de tirer d'une expérience à une autre par le rapport & l'analogie que nous croyons trouver entr'elles, & qui pourroient nous induire en erreur, parce que ce rapport ne nous est presque jamais connu dans toutes ses parties.



DE LA GRANDEUR
DES SATELLITES DE JUPITER,

*Et des erreurs qui se glissent dans les Observations
de ces Satellites.*

Par M. MARALDI.

Les Satellites de Jupiter sont si éloignés de la Terre, qu'ils sont invisibles à la vûe simple, & ils nous paroissent même très-petits avec les plus longues & les plus excellentes Lunettes ; l'angle que leurs images font au foyer de ces Lunettes, ne sçauroit être mesuré par le Micrometre dont on se sert ordinairement pour mesurer les diametres des corps célestes.

Simon Marius, peu de temps après la découverte de ces Satellites, en détermina fort grossièrement la grandeur. On ne pouvoit pas alors avoir beaucoup de précision. On jugeoit du rapport des Satellites à Jupiter seulement par estime & conjectures ; les Lunettes, qui venoient d'être inventées, n'avoient pas la perfection des nôtres, & ne pouvoient pas donner le moyen de déterminer la grandeur des Satellites qu'elles nous fournissent aujourd'hui. On voit par nos Lunettes, les Satellites entrer sur le disque de Jupiter, & en sortir ; ainsi en observant le temps qu'ils employent à entrer sur le disque de Jupiter, ou à en sortir, & le comparant à celui qu'ils mettent à le parcourir, lorsqu'ils passent par le centre, on aura les diametres de ces Satellites. Il paroît que feu M. Cassini a employé cette méthode pour trouver le temps de la demi-demeure des centres de ces Satellites sur le disque de Jupiter, & le temps qu'ils employent à entrer sur ce disque, & à en sortir, dont il nous a donné des Tables. Il s'en est servi pour trouver le rapport du diametre du 1^{er} Satellite au diametre de Jupiter, qu'on voit dans une Lettre

écrite au P. Gottignés, imprimée à Bologne en 1665.

Il est très-difficile de faire ces observations avec exactitude; j'ai voulu essayer d'en faire, mais j'avoué que je n'y ai pas réussi. La lumière de Jupiter les rend très-douteuses. On hésite pendant long-temps si le Satellite touche le bord de Jupiter, & s'il est entièrement entré sur le disque. J'ai souvent perdu de vûe un Satellite qui n'étoit pas à moitié entré sur le disque, & je n'ai pû le voir à sa sortie que lorsqu'il étoit à moitié sorti. Cependant on trouve plusieurs de ces observations dans les Registres de l'Observatoire, qui paroissent avoir été faites avec précision. J'en rapporterai trois faites par feu M. Cassini, qui m'ont paru les plus propres pour déterminer les diametres des Satellites.

En 1695.

Le 8 de Février, à 10^h 46' 20" le 1.^{er} Satellite touche le bord de Jupiter.

10 53 20 il entre entièrement.

13 13 21 il commence à sortir.

13 20 30 il se sépare de Jupiter.

Le 9 de Février, à 8^h 35' 30" le 2.^d Satellite touche le bord de Jupiter.

8 45 15 il se cache derrière le disque.

11 45 0 il est à moitié sorti.

11 49 35 il sort entièrement.

Le 9 de Février, à 10^h 1' 55" le 3.^{me} Satellite touchoit le bord de Jupiter.

10 11 45 il est entré.

13 53 17 il commence à paroître.

14 5 23 il se détache du bord de Jupiter.

Jupiter étoit au temps de ces observations à 21° $\frac{1}{2}$ du Lion, à 7 degrés du nœud descendant des Satellites. On

Z z ij

voit par ces observations que le 1.^{er} Satellite a employé 7 minutes à entrer sur le disque de Jupiter, & qu'il y est resté $2^h 27'$; que le 2.^d Satellite a été $9' 40''$ à entrer, & qu'il a employé $3^h 4' 20''$ à parcourir le disque, & que le 3.^{me} a été $12' 6''$ à sortir du disque de Jupiter, & qu'il y a demeuré $3^h 43' 38''$; à l'égard du 4.^{me} j'ai conclu des Tables qu'il est environ 15 minutes à entrer sur le disque de Jupiter, & qu'il lui faut 5 heures pour le parcourir. Le temps que ces Satellites demeurent sur le disque de Jupiter étant divisé par le temps de leur entrée ou de leur sortie, donne pour le 1.^{er}, le 2.^d & le 4.^{me} Satellite 20 au quotient, & 18 un peu plus pour le 3.^{me}; d'où j'ai conclu que le diametre du 3.^{me} Satellite est la 18.^{me} partie du diametre de Jupiter, & les diametres des trois autres en sont la 20.^{me} partie.

Pour comparer la grandeur de ces Satellites à la grandeur de la Terre, & à celle de la Lune, qui est le Satellite de la Terre, il est nécessaire de connoître la grandeur de Jupiter, que divers Astronomes ont donné différente, & comme la différence est grande, je rapporterai l'observation dont je crois que M. Cassini s'est servi pour déterminer le diametre de Jupiter, car elle est très-rare par rapport aux circonstances qui l'accompagnent.

En 1690, le 27 de Septembre, feu M. Cassini ayant mesuré la distance entre les foyers d'une Lunette de 34 pieds, il la trouva de 404 pouces, & il remarqua que l'image de Jupiter comprise entre deux fils paralleles qui étoient au foyer de l'oculaire dressés suivant le cercle du mouvement journalier de Jupiter, entre lesquels il marchoit, touchant l'un & l'autre, étoit précisément la 10.^{me} partie d'un pouce, qui étant comparée à la distance des foyers de la Lunette, donne par la Trigonométrie un angle de 51 secondes qui mesure le diametre apparent de Jupiter.

Cette Planete avoit été le jour précédent à $7^h 18'$ du soir en opposition avec le Soleil, & elle étoit très-proche de son périhélie; deux circonstances favorables pour observer les diametres des Planetes: en toute autre situation il faut avoir

égard, 1.^o à leurs aspects avec le Soleil, car ils sont plus ou moins éclairés suivant leur éloignement, mais le défaut de lumière dans Jupiter ne peut jamais être par cette raison que comme dans la Lune un jour avant ou après son plein, ou comme le sinus verse de 11 degrés, qui est la parallaxe annuelle de cette Planete dans les quadratures. Il faut avoir égard en second lieu à leur distance à la Terre, car les diametres apparents des Planetes varient en raison réciproque des distances à la Terre. La variation du diametre de Jupiter peut monter jusqu'à 19"; car par les hypotheses de feu M. Cassini, la plus petite distance de Jupiter à la Terre, qui est dans l'opposition avec le Soleil qui arrive dans le périhélie, est à sa plus grande distance qui est dans la conjonction avec le Soleil qui arrive dans l'aphélie, comme 43450 à 70950, ou comme 29 à 47; & supposé que ce diametre apparent soit de 51 secondes quand il est le plus grand, il sera de 32 secondes quand il sera le plus petit, de sorte que la variation qui peut arriver au diametre de Jupiter est de 19 secondes. Mais toute cette variation ne lui sçauroit arriver qu'en six années, qui est l'intervalle entre la conjonction qui arrive à l'aphélie, & l'opposition qui arrive au périhélie; cependant elle peut monter à 17 secondes dans l'espace de six mois, qui est entre l'opposition de Jupiter avec le Soleil & sa conjonction, car dans cet intervalle de temps la variation de la distance de Jupiter à la Terre, en l'année que Jupiter est dans son périhélie, est comme 43450 à 65637, ou environ comme 4 à 6; donc la variation de son diametre sera comme 6 à 4, ou comme 51 secondes à 34 secondes.

Comme la différence du lieu de Jupiter au temps de cette opposition, au lieu de son périhélie, n'est tout au plus que de 5 degrés, & la distance de Jupiter à la Terre ne varie pas sensiblement par cet éloignement du périhélie, nous avons supposé que Jupiter étoit à sa moindre distance de la Terre au temps de cette observation, & que le diametre observé étoit le plus grand qu'il est possible.

Or la moindre distance de Jupiter à la Terre est à la moyenne distance du Soleil à la Terre, suivant M. Cassini, comme 43450 à 11000, ou comme 79 à 20, ou environ comme 4 à 1. Donc le diametre de Jupiter, vû d'une distance égale à la distance moyenne du Soleil à la Terre, seroit de quatre fois 51 secondes, qui font 3' 24".

Mais le diametre de la Terre, vû de la même distance, selon la détermination de feu M. Cassini, qui est à la fin de la recherche de la Parallaxe de Mars, est égal à la 100^{me} partie du diametre du Soleil, qui dans les moyennes distances est de 32' 10", ce qui fait $19'' \frac{3}{10}$ pour le diametre de la Terre, d'où l'on tire que le diametre de la Terre est un peu moins de la 10^{me} partie du diametre de Jupiter. Nous avons trouvé que le diametre du 3^{me} Satellite est la 18^{me} partie du diametre de Jupiter, & que les diametres des trois autres sont la 20^{me} partie de celui de Jupiter; donc leurs diametres sont au moins la moitié de celui de la Terre, leurs surfaces sont le quart de celle de la Terre, & les globes sont la 8^{me} partie du globe de la Terre. Mais on trouvera que les globes de ces Satellites sont plus de six fois plus grands que celui de la Lune; car, suivant M. Cassini, le diametre de la Lune est au diametre de la Terre comme 27 à 100, les diametres des Satellites sont la moitié du diametre de la Terre; donc le diametre de la Lune sera aux diametres de ces Satellites comme 27 à 50, les surfaces comme 729 à 2500, & les globes comme 19683 à 125000, c'est-à-dire, comme 1 à 6, un peu plus; d'où il paroît que ces Satellites sont plus petits que la Terre, mais plus grands que la Lune.

On a remarqué, & il est rapporté dans plusieurs endroits des Mémoires de l'Académie, que la proportion des Satellites entr'eux ne se trouve pas toujours la même. Le 4^{me} Satellite, qui le plus souvent paroît plus petit que les autres, paroît quelquefois le plus grand; le 3^{me}, qui ordinairement paroît le plus grand, paroît quelquefois égal aux autres, & même plus petit. Ces Satellites paroissent aussi plus petits,

lorsqu'ils sont proche de Jupiter, que quand ils en sont éloignés, ce qui fut d'abord remarqué par Galilée; dont on a attribué la cause à la lumière prochaine de Jupiter, qui offusque à notre égard celle des Satellites, comme fait la Lune aux Astres dont elle approche. Feu M. Cassini a de plus remarqué que le temps qu'un Satellite met à entrer dans le disque de Jupiter, ou à en sortir, ne paroît pas avoir toujours la même proportion au temps qu'il met à parcourir le diamètre de Jupiter, & la durée de l'immersion qui dans la même conjonction devoit être égale à la durée de l'émer-sion, se trouve souvent inégale.

Il est vrai que l'obliquité de la ligne du mouvement d'un Satellite à la circonférence du disque de Jupiter, à mesure qu'un Satellite passe plus ou moins éloigné du centre, cause un peu de différence; comme aussi le défaut de lumière d'un Satellite & de Jupiter, dont ils doivent manquer vers les quadratures avec le Soleil, comme nous avons dit ci-dessus. Mais ces causes n'étant pas suffisantes pour expliquer la différence considérable du temps qu'un même Satellite met à entrer sur le disque de Jupiter & à en sortir, M. Cassini a cru pouvoir en attribuer une partie aux taches des Satellites, comme M. Godin l'a expliqué dans l'Histoire de l'Académie de 1694; il en rejette une autre partie sur la grande difficulté de déterminer précisément l'instant des phases de ces Satellites. Je suis persuadé que cette cause est la principale, & qu'il se glisse, dans les observations des Satellites de Jupiter, des erreurs qu'il est impossible d'éviter, & dont j'ai remarqué un effet très-singulier dans les différences des Méridiens qu'on conclut des observations des Immersions des Satellites dans l'ombre, & de leurs Emer-sions.

La différence des Méridiens entre Greenwich & Paris, déterminée par les Éclipses des Satellites de Jupiter, résulte sensiblement plus grande par les observations des Immersions des Satellites dans l'ombre que par les Emer-sions, comme on peut voir par la comparaison que nous avons faite des unes & des autres. Il n'y a pas de doute que la différence

ne vienne des erreurs glissées dans les observations ; il paroît que les erreurs sont dans les observations faites à Greenwich. Car puisque la différence des Méridiens qui résulte des observations des Immersions est plus grande que celle qu'on conclut des observations des Emerfions, c'est une marque qu'on a observé à Greenwich les Immersions trop tôt, & les Emerfions trop tard. En voici la preuve. Greenwich est plus occidental que Paris, & par conséquent on compte moins de temps dans le même instant à Greenwich qu'à Paris, il faut donc soustraire le temps d'une observation faite à Greenwich, du temps de la même observation faite à Paris, pour avoir la différence des Méridiens ; donc la différence sera plus grande, lorsque le temps observé à Greenwich sera moindre qu'il ne doit être, & elle sera plus petite, lorsque le temps observé à Greenwich sera plus grand. Mais la plus grande différence des Méridiens résulte des observations des Immersions, donc le temps auquel on a marqué ces phases à Greenwich a été moindre qu'il ne doit être, donc on a observé les Immersions trop tôt, & la plus petite différence des Méridiens résulte des observations des Emerfions, donc le temps auquel on a marqué ces phases à Greenwich a été plus grand qu'il ne doit être, donc on a vû les Emerfions trop tard. Nous allons appliquer ce raisonnement à un exemple tiré des deux premières observations, afin de le rendre plus clair.

En l'année 1677 on observa à Greenwich l'Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter le 16 de Juin à $14^h 5' 46''$, & à Paris à $14^h 16' 10''$, qui donne la différence des Méridiens de $10' 24''$. Si au lieu d'avoir marqué à Greenwich l'Immersion totale à $14^h 5' 46''$, on eût vû le Satellite une minute plus tard à Greenwich, & qu'on n'eût marqué l'Immersion qu'à $14^h 6' 46''$, la différence ne seroit que de $9' 24''$; de même dans l'Emerfion du même Satellite du 18 Septembre de la même année, si au lieu d'avoir vû le Satellite à $11^h 42' 56''$ à Greenwich, & à Paris à $11^h 51' 46''$, ce qui donne $8' 50''$ seulement pour la différence
des

des Méridiens, on eût vû le Satellite plutôt à Greenwich, & marqué l'Emerfion à $11^h 41' 56''$, on auroit eu la différence des Méridiens de $9' 50''$, à 26 secondes près de celle qui réfulte des observations des Immerfions, au lieu qu'il y a une différence d'une minute 30 secondes. Si on fuppofe que les erreurs font dans les observations faites à Paris, & qu'on y applique le même raifonnement, on augmentera l'erreur dans la différence des Méridiens, au lieu de la diminuer. On m'a affûré qu'à Londres & aux environs l'air eft moins pur qu'à Paris, ce qui peut être une fource de ces erreurs. La différence des Lunettes pourroit auffi y avoir quelque part ; car M. Caffini, étant à Londres en 1698, observa une Immerfion du 1^{er} Satellite avec une Lunette de 16 pieds, pareille à celles dont on fe fert à l'Observatoire de Paris, & détermina par la comparaifon de l'observation correfpondante faite à Paris, la différence des Méridiens, entre Londres & Paris, de $9' 41''$, & celle entre l'Observatoire de Greenwich & celui de Paris de $9' 10''$, qui s'accorderoit à la différence moyenne qui réfulte de nos Observations comparées à celles qui font rapportées dans le Livre de l'Hiftoire Célefte de M. Flamfteed, telles qu'on les a marquées ci-deffous.

*OBSERVATIONS des Eclipses des Satellites de Jupiter
faites à Paris,
Avec les Correfpondantes faites à Greenwich.*

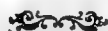
IMMERIONS.

Immerfions observées à Paris.						Les mêmes observées à Greenwich.				Differ. des Merid.	
<i>Jours. H. M. S.</i>						<i>Jours. H. M. S.</i>				<i>M. S.</i>	
1677	Juin	16	14	16	10 Im. P.	16	14	5	46	10	24
	Juillet	2	12	29	0 Im. P.	2	12	18	56	10	4
1680	Oct.	21	14	56	48 Im. P.	21	14	47	20	9	28
	Oct.	23	9	25	44 Im. P.	23	9	15	46	9	58
1681	Oct.	26	12	39	46 Im. P.	26	12	29	36	10	10

Immersion observées à Paris.					Les mêmes observées à Greenwich.				Differ. des Merid.	
	<i>Jours.</i>	<i>H.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>		<i>J.</i>	<i>H.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>	<i>M.</i> <i>S.</i>
1681	Nov.	18	12	47	48 Im. P.	18	12	37	40	10 18
	Dec.	21	8	43	40 Im. S.	21	8	33	15	10 25
1682	Oct.	29	15	45	21 Im. P.	29	15	35	18	10 3
	Dec.	7	14	0	25 Im. P.	7	13	50	12	10 13
	Dec.	14	15	50	17 Im. P.	14	15	41	0	9 17
1684	Fevr.	12	9	36	52 Im. P.	12	9	27	10	9 42
1690	Août	30	11	30	58 Im. P.	30	11	21	26	9 32
1691	Oct.	9	7	33	42 Im. P.	9	7	23	40	10 2
1692	Août	14	12	47	34 Im. P.	14	12	36	45	10 49
1694	Mars	27	13	37	24 Im. T.	27	13	27	44	9 40
1695	Janv.	21	18	11	29 Im. P.	21	18	1	32	9 57
	Oct.	19	17	34	24 Im. P.	19	17	24	6	10 18
1697	Mars	14	11	12	50 Im. S.	14	11	1	23	11 27
1698	Fevr.	9	14	44	28 Im. P.	9	14	34	24	10 4

E M E R S I O N S.

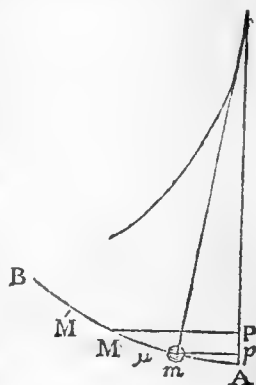
Emerfions observées à Paris.					Les mêmes observées à Greenwich.				Differ. des Merid.	
	<i>Jours.</i>	<i>H.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>		<i>J.</i>	<i>H.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>	<i>M.</i> <i>S.</i>
1677	Sept.	18	11	51	46 Em. P.	18	11	42	56	8 50
	Sept.	27	8	18	30 Em. P.	27	8	9	40	8 50
1682	Mars	15	10	12	40 Em. S.	15	10	3	53	8 47
1688	Sept.	6	9	46	7 Em. T.	6	9	36	40	9 27
1690	Nov.	9	9	5	20 Em. P.	9	8	56	8	9 12
1691	Fevr.	13	6	42	14 Em. S.	13	6	33	20	8 54
	Dec.	19	11	55	15 Em. S.	19	11	47	17	7 58
1693	Mars	4	9	15	25 Em. P.	4	9	5	54	9 31
1694	Mai	1	9	31	51 Em. P.	1	9	24	8	7 43
1695	Avril	11	12	3	13 Em. T.	11	11	54	47	8 26
1696	Juin	23	10	4	53 Em. P.	23	9	56	40	8 13
1697	Avril	27	8	33	38 Em. P.	27	8	25	25	8 13
	Mai	17	13	5	38 Em. S.	17	12	56	56	8 42
1701	Nov.	8	10	25	43 Em. P.	8	10	16	28	9 15



Ap, les lignes AM , AP , & on auroit généralement pour toute courbe le temps de A en M , on égaleroit ce temps à la fonction donnée, & cette équation détermineroit la courbe $AMM'B$, mais 1.° il n'y a que quelques hypothèses où l'on puisse avoir la vitesse; 2.° Quand bien même on auroit cette vitesse, on ne pourroit pas intégrer l'élément du temps. Dans les cas où l'on peut avoir la vitesse, voyons ce que M.^{rs} Newton & Bernoulli nous ont donné.

Soit, en premier lieu, le milieu sans résistance, & soit la force telle qu'on voudra, décrivés une courbe, telle que la partie de cette force qui retardera le long de ses petits côtés soit toujours comme l'arc parcouru, cette courbe sera tantochrone.

Car soit l'arc à parcourir AM
 $\equiv X$, l'arc parcouru $Am \equiv x$,
 l'arc que le corps parcourt actuel-
 lement $\equiv \dot{x}$, la vitesse qu'a le
 corps en $m \equiv y$, celle qu'il perd
 de m en $\mu \equiv \dot{y}$, le temps total
 de A en $M \equiv T$, le temps écoulé
 de A en $m \equiv t$, le temps présent
 $\equiv \dot{t}$, & soit la force $\equiv nx$, on
 aura $(-nx) \cdot \frac{\dot{x}}{y} = \dot{y}$, ou $nx\dot{x}$
 $+ y\dot{y} = 0$, donc $nx^2 + \frac{1}{2}y^2$



$$\equiv nX^2, \text{ \& } y = n^{\frac{1}{2}}(X^2 - x^2)^{\frac{1}{2}}, \text{ donc } \dot{t} = \frac{n^{-\frac{1}{2}}\dot{x}}{\sqrt{X^2 - x^2}} \text{ \&}$$

$$t = FL \left(\frac{n^{-\frac{1}{2}}\dot{x}}{\sqrt{X^2 - x^2}} \right), \text{ mais } FL \left(\frac{n^{-\frac{1}{2}}\dot{x}}{\sqrt{X^2 - x^2}} \right) \text{ est une}$$

fonction de dimension nulle de X & de x ; donc si on avoit cette FLuente, & qu'on substituât pour x , X , on auroit T égal à une fonction de dimension nulle de X , c'est-à-dire, à un nombre constant.

Soit en second lieu la résistance du milieu $\equiv \frac{y^2}{v}$, &

soit la force égale à la gravité ordinaire $= g$, l'abscisse verticale $Ap = z$, on aura $(-\frac{gz}{x} \pm \frac{y^2}{n}) \cdot \frac{x}{y} = \dot{y}$,

$$\text{ou } g\dot{z} \mp \frac{1}{n} y^2 \dot{x} + y\dot{y} = 0,$$

$$\text{ou } gC^{\mp \frac{2}{n}x} \cdot \dot{z} \mp \frac{1}{n} C^{\mp \frac{2}{n}x} \cdot y^2 \dot{x} + C^{\mp \frac{2}{n}x} y\dot{y} = 0,$$

(par C j'entends le nombre dont le logarithme est 1) ou

$$gFL(C^{\mp \frac{2}{n}x} \dot{z}) + \frac{1}{2} C^{\mp \frac{2}{n}x} \cdot y^2 = gFL(C^{\mp \frac{2}{n}x} \dot{z})$$

donc

$$y = \sqrt{2g} \cdot C^{\pm \frac{1}{n}x} \cdot \sqrt{FL(C^{\mp \frac{2}{n}x} \dot{z}) - FL(C^{\mp \frac{2}{n}x} \dot{z})}$$

$$\& \dot{t} = \frac{C^{\mp \frac{1}{n}x} \cdot \dot{z}}{\sqrt{2g} \cdot \sqrt{FL(C^{\mp \frac{2}{n}x} \dot{z}) - FL(C^{\mp \frac{2}{n}x} \dot{z})}}$$

Pour que T soit un nombre constant, il faut 1.° que la quantité précédente soit une fonction de dimension nulle de deux autres fonctions; 2.° que l'une de ces fonctions devienne l'autre, lorsque x deviendra $= X$, & que toutes les deux soient $= 0$, lorsque x & X seront $= 0$.

Soit $\dot{z} = \mp \frac{2n}{mm} x \pm \frac{2n}{mm} C^{\pm \frac{1}{n}x} \cdot \dot{x}$, & on trouvera

$$\text{que } \frac{C^{\mp \frac{1}{n}x} \cdot \dot{z}}{\sqrt{FL(C^{\mp \frac{2}{n}x} \dot{z}) - FL(C^{\mp \frac{2}{n}x} \dot{z})}} \text{ est une}$$

fonction de dimension nulle de $(\mp \frac{n}{m} C^{\mp \frac{1}{n}x} \pm \frac{n}{m})$

& de $(\mp \frac{n}{m} C^{\mp \frac{1}{n}x} \pm \frac{n}{m})$, & que par conséquent la courbe est tautochrone.

Maintenant voici une méthode qui ne demande point qu'on ait la vitesse, & qui paroît générale pour tous les Problemes de ce genre; mais avant tout je dois avertir que

comme j'ai été obligé, dans mes calculs, de faire varier les mêmes lignes de deux manières différentes, il a fallu que je désigne leurs variations différemment; j'ai marqué les unes à la façon des Anglois par des *fluxions*, les autres par des *différences*, à notre manière, en sorte qu'ici dx ne sera pas la même chose que \dot{x} , $d\dot{x}$ que \ddot{x} , &c.

E X E M P L E I.

Dans l'hypothèse de la gravité ordinaire & d'un milieu sans résistance, on demande que T

$$= \frac{X^n}{A^n}.$$

Soient ici les mêmes dénominations que précédemment; & soit de

$$\text{plus } \dot{z} = p\dot{x}, \dot{p} = q\dot{x}, \dot{q} = r\dot{x}, \&c.$$

$$\text{on aura } (-gp). \frac{\dot{z}}{y} = \dot{y}, \text{ ou } gp\dot{x}$$

$$+ y\dot{y} = 0. \text{ Il faut à présent faire en sorte que lorsque } x \text{ deviendra } = X,$$

$$FL\left(\frac{\dot{z}}{y}\right) \text{ devienne } = \frac{X^n}{A^n}.$$

Pour cet effet, je prends sur la courbe $AMM'B$ un autre arc AM' infiniment peu différent du premier, & je fais ce nouvel arc à parcourir

$$AM' = X', \text{ le temps pour le parcourir } T' = \frac{X'^n}{A^n},$$

$$\text{l'arc parcouru } Am' = x', \text{ la vitesse au point } m' = y',$$

$$\text{le petit arc } m'\mu' = \dot{x}', \text{ la vitesse que le}$$

$$\text{corps perd de } m' \text{ en } \mu' = \dot{y}', \& \text{ on aura}$$

$$\text{ici, comme dans l'autre arc, } gp'\dot{x}'$$

$$+ y'\dot{y}' = 0. \text{ Soit } X' - X = dX,$$

$$x' - x = dx, y' - y = dy, \dot{x}' - \dot{x} = d\dot{x}, \dot{y}' - \dot{y} = d\dot{y}.$$



Et on aura $(gp\dot{x}' + y'\dot{y}') - (gp\dot{x} + y\dot{y}) = d(gp\dot{x} + y\dot{y}) = 0$. Donc $gp d\dot{x} + gq\dot{x} dx + y d\dot{y} + \dot{y} dy = 0$. Je suppose $dx = \phi dX$, & par ϕ , j'entends une fonction de X & de x . Soit $\phi = \gamma \dot{x}$, $\dot{\gamma} = \lambda \dot{x}$, $\dot{\lambda} = \mu \dot{x}$, &c. Donc $d\dot{x} = \gamma \dot{x} dX$. Pour avoir dy , je fais la proportion suivante qui renferme les conditions du Problème,

$FL(\frac{\dot{x}}{y}) : FL(\frac{\dot{x}}{y}) :: T'$, ou $(\frac{X'^m}{A^n}) : T$, ou $(\frac{X^m}{A^n})$. Ou, en divisant, $dFL(\frac{\dot{x}}{y}) : FL(\frac{\dot{x}}{y}) :: m dX : X$. Donc

$dFL(\frac{\dot{x}}{y}) = \frac{m dX}{X} FL(\frac{\dot{x}}{y})$. Donc $d(\frac{\dot{x}}{y}) = \frac{m dX}{X} (\frac{\dot{x}}{y})$.

Donc $y d\dot{x} - \dot{x} dy = \frac{m dX}{X} y \dot{x}$. Donc $dy = \gamma y dX - \frac{m y dX}{X}$

& $\dot{y} = \gamma \dot{y} dX + \lambda y \dot{x} dX - \frac{m y dX}{X}$. Substituons ces

valeurs dans notre équation fluxio-différentielle, & elle deviendra $gp\gamma \dot{x} + gq\phi \dot{x} + 2\gamma y \dot{y} + \lambda y^2 \dot{x} - \frac{2m y \dot{y}}{X} = 0$,

ou $g(\frac{p\gamma + q\phi}{2\gamma - \frac{2m}{X}}) \dot{x} + \frac{\lambda}{2\gamma - \frac{2m}{X}} y^2 \dot{x} + y \dot{y} = 0$. Faisons

que cette équation soit la même, terme à terme, que celle-ci,

$gp\dot{x} + y\dot{y} = 0$, & par-là nous aurons les deux équations

suivantes, $\lambda = 0$, $\frac{p\gamma + q\phi}{2\gamma - \frac{2m}{X}} = p$. Donc $\lambda \dot{x} = 0$.

Donc $\gamma = M$. Donc $\gamma \dot{x} = M \dot{x}$. Donc $\phi = Mx + N$.

Mais ϕ doit être $= 0$ lorsque $x = 0$, & $= 1$ lorsque $x = X$; car au commencement du mouvement, la différence des arcs parcourus en temps proportionnels est nulle, & à la fin elle est égale à la différence totale des deux arcs. Donc $N = 0$

& $M = \frac{1}{X}$. Donc $\phi = \frac{x}{X}$ & $\gamma = \frac{1}{X}$. Je substitue ces

valeurs dans la seconde équation, & elle devient $\frac{p + qx}{2 - 2m} = p$,

ou $(1 - 2m)p = qx$. Donc $(1 - 2m)\frac{\dot{x}}{x} = \frac{q\dot{x}}{p}$, & par conséquent $(1 - 2m)lx - (1 - 2m)lb = lp$. Donc $b^{2m-1}x^{1-2m} = p$. Donc $p\dot{x} = \dot{z} = b^{2m-1}x^{1-2m}\dot{x}$. Donc enfin $z = e^{2m-1}x^{2-2m}$. Si $m = 0$, on aura $e\dot{z} = \dot{x}^2$, comme on le sçait depuis long-temps; si $m = \frac{1}{2}$, on aura $z = x$, ou en général, si nous eussions pris la fluente autrement, $z = nx$.

E X E M P L E I I.

Supposons à présent que le mouvement se fasse dans un Milieu qui résiste en raison de la vitesse, & qu'on veuille une Courbe où tous les temps soient égaux, l'équation sera $(-gp \pm ny)\frac{\dot{x}}{y} = \dot{y}$, ou $gp\dot{x} \mp ny\dot{x} + y\dot{y} = 0$, & sa différence $gpd\dot{x} + gq\dot{x}dx \mp nyd\dot{x} \mp n\dot{x}dy + yd\dot{y} + \dot{y}dy = 0$. Substituons pour dx & $d\dot{x}$, dy & $d\dot{y}$ leurs valeurs, & nous aurons cette équation cy

$$gp\gamma\dot{x} + gq\phi\dot{x} \mp 2n\gamma y\dot{x} + 2\gamma y\dot{y} + \lambda y^2\dot{x} = 0,$$

ou $g \cdot \left(\frac{p\gamma + q\phi}{2\gamma}\right)\dot{x} \mp ny\dot{x} + \frac{\lambda}{2\gamma}y^2\dot{x} + y\dot{y} = 0$, dont les termes, comparés avec ceux de la première, donneront $\lambda = 0$ & $\frac{p\gamma + q\phi}{2\gamma} = p$.

Si on suit ces deux équations, comme dans l'exemple précédent, on trouvera $z = e^{-x}x^2$.

E X E M P L E I I I.

Soit la résistance $= \frac{\dot{x}^2}{n}$, & qu'on veuille la Tautochrone de cette hypothèse, l'équation sera $(-gp \pm \frac{1}{n}y^2)\frac{\dot{x}}{y} = \dot{y}$, ou $gp\dot{x} \mp \frac{1}{n}y^2\dot{x} + y\dot{y} = 0$, sa différence sera $gpd\dot{x} + gq\dot{x}dx \mp \frac{1}{n}y^2d\dot{x} \mp \frac{2}{n}y\dot{x}dy + yd\dot{y} + \dot{y}dy = 0$,
& après

& après la substitution on aura

$$gp\gamma\dot{x} + gq\phi\dot{x} - \frac{3}{n}\gamma y^2\dot{x} + 2\gamma y\dot{y} + \lambda y^2\dot{x} = 0,$$

$$\text{ou } g\left(\frac{p\gamma + q\phi}{2\gamma}\right)\dot{x} + \left(\frac{-\frac{3}{n}\gamma + \lambda}{2\gamma}\right)y^2\dot{x} + y\dot{y} = 0;$$

$$\& \text{ en comparant } \frac{-\frac{3}{n}\gamma + \lambda}{2\gamma} = -\frac{1}{n} \& \frac{p\gamma + q\phi}{2\gamma} = p,$$

$$\text{donc } 1.^{\circ} -\frac{1}{n}\gamma\dot{x} + \lambda\dot{x} = 0, \text{ donc } -\frac{1}{n}\phi + \gamma = M,$$

$$\text{ou } \pm\frac{1}{n}\dot{x} = \frac{\gamma\dot{x}}{\phi \pm nM}, \text{ donc } \pm\frac{1}{n}x = l(\phi \pm nM)$$

$$+ lN, \& \text{ par conséquent } N\phi \pm nNM = C^{\pm\frac{1}{n}x},$$

& en remplissant les conditions que ϕ soit $= 0$ au commencement & $= 1$ à la fin, on aura $\pm nNM = 1$

$$\& N \pm nMN = C^{\pm\frac{1}{n}x}, \text{ d'où l'on tirera}$$

$$M = \pm \left(\frac{1}{nC^{\pm\frac{1}{n}x} - n} \right) \& N = C^{\pm\frac{1}{n}x} - 1,$$

$$\text{donc } \phi = \frac{C^{\pm\frac{1}{n}x} - 1}{C^{\pm\frac{1}{n}x} - 1} \& \gamma = \frac{\pm\frac{1}{n}C^{\pm\frac{1}{n}x}}{C^{\pm\frac{1}{n}x} - 1}. \text{ Donc}$$

$$2.^{\circ} \frac{\pm\frac{1}{n}C^{\pm\frac{1}{n}x}\dot{x}}{C^{\pm\frac{1}{n}x} - 1} = \frac{q\dot{x}}{p}, \text{ donc } l(C^{\pm\frac{1}{n}x} - 1)$$

$$= lp + lm, \& \text{ par conséquent } mp = C^{\pm\frac{1}{n}x} - 1,$$

$$\text{donc } mp\dot{x} = m\dot{z} = C^{\pm\frac{1}{n}x}\dot{x} - \dot{x}, \text{ donc } m\dot{z} = \pm$$

$$nC^{\pm\frac{1}{n}x} - x \mp n; \& \text{ si l'on veut avoir une équation}$$

sans quantité exponentielle, il n'y aura qu'à faire

$$\pm nC^{\pm\frac{1}{n}x} = m\dot{z} \pm n + x \& \pm nC^{\pm\frac{1}{n}x} =$$

$$\frac{\pm mn\dot{z} \pm nx}{x}, \& \text{ on tirera } \pm mn\dot{z} = m\dot{z}x + x\dot{x}.$$

E X E M P L E I V.

Soit la résistance $= \frac{y^2 + my}{n}$, & trouvons encore la Tautochrone de cette hypothèse, qui est celle de la nature, quoiqu'apparemment cette courbe ne puisse être d'aucun usage, attendu que si les oscillations de gauche à droite sont isochrones, celles de droite à gauche ne le seront pas. Dans ce cas-ci, nous aurons $(-gp \pm \frac{1}{n}y^2 \pm \frac{m}{n}y) \frac{\dot{x}}{y} = \dot{y}$, ou $gp\dot{x} \mp \frac{1}{n}y^2\dot{x} \mp \frac{m}{n}y\dot{x} + y\dot{y} = 0$. Prenons la différence $gp d\dot{x} + gq\dot{x}dx \mp \frac{1}{n}y^2 d\dot{x} \mp \frac{2}{n}y\dot{x}dy \mp \frac{m}{n}y d\dot{x} \mp \frac{m}{n}\dot{x}dy + y d\dot{y} + \dot{y}dy = 0$. Substituons, & elle deviendra $gp\gamma\dot{x} + gq\phi\dot{x} \mp \frac{3}{n}\gamma y^2\dot{x} \mp \frac{2m}{n}\gamma y\dot{x} + 2\gamma y\dot{y} + \lambda y^2\dot{x} = 0$, ou $g(\frac{p\gamma + q\phi}{2\gamma})\dot{x} + (\mp \frac{\frac{3}{n}\gamma + \lambda}{2\gamma})y^2\dot{x} \mp \frac{m}{n}y\dot{x} + y\dot{y} = 0$. Comparons, & nous trouverons les mêmes équations que dans l'hypothèse précédente, ce qui prouve que la Tautochrone l'est aussi de celle-ci.

P R E M I È R E R E M A R Q U E.

Soit en général la force le long des petits côtés de la courbe $= f$, la résistance $= \rho$, le temps $= T$, & $dT = S dX$, & on aura $(-f \pm \rho) \frac{\dot{x}}{y} = \dot{y}$, ou $f\dot{x} \mp \rho\dot{x} + y\dot{y} = 0$, & $dy = \gamma y - \frac{S}{T}y$, mais il arrivera très-souvent que les deux équations fluxionnelles qui dans les exemples précédents ont toujours été comparables, ne le seront pas, alors il faudra, par le moyen de ces deux équations, faire disparaître les y ; & ensuite T ou γ étant donné, tâcher de déterminer l'autre par les méthodes ordinaires, & en remplissant les deux conditions de ϕ .

SECONDE REMARQUE.

Il est évident que si au lieu de l'équation des forces, on avoit toute autre équation entre le parametre A de la courbe AB , l'abscisse totale X , l'abscisse partielle x & l'ordonnée y , en termes finis ou en fluxions, il est évident que la méthode précédente pourroit également servir non seulement à trouver ce que deviendrait $FL(\frac{\dot{x}}{y})$, mais toute autre fonction donnée de ces lignes (comme $FL(y\dot{x})$ ou $FL(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{\frac{1}{2}}$ ou, &c.) lorsque x deviendrait $= X$, ou réciproquement à faire que cette fonction devint une quantité donnée, x devenant $= X$, & qu'ainsi il peut y avoir une infinité de Problemes qui dépendent de cette méthode fluxio-différentielle.



ANALYSE DES PLÂTRAS.

Par M. PETIT le Médecin.

26 Juin
1734.^a V. les Mem.
de l'Académie,
an. 1729.
p. 225.^b p. 230.

J'AI donné un Mémoire^a sur la précipitation du Sel marin dans la fabrique du Salpêtre, dans lequel j'ai dit^b que la liqueur qui fournit le Salpêtre est *une lessive faite avec de l'eau passée plusieurs fois sur des Cendres, & des Plâtras brisés presque en poussière. Les Cendres fournissent un sel fixe. Les Plâtras sont empreints de deux especes de sel armoniac, l'un nitreux, & l'autre salin; ce qui sera prouvé dans un Mémoire que je donnerai sur cette matière.* Ce Mémoire est l'analyse de l'eau-mere de salpêtre, que je m'étois proposé de donner, j'y ai travaillé; mais j'y ai trouvé tant de choses à examiner, que je me suis trouvé obligé de le diviser en trois parties. La première sera l'analyse des Plâtras. La seconde sera un détail des expériences faites sur le Sel fixe de bois neuf & de bois flotté, & de plusieurs autres sels fixes de plantes capables de produire du salpêtre avec l'imprégnation de Plâtras, & avec l'esprit de nitre. La troisième sera sur l'Eau-mere de Salpêtre. Je vais donner l'analyse des Plâtras.

Il s'agit d'abord de sçavoir si le salpêtre se trouve dans les plâtras, comme le croient les salpêtriers, & comme ils l'ont fait croire au public, ou dans les cendres, ou bien s'il se forme de la combinaison des parties salines qui sont contenues dans l'un & dans l'autre, & c'est ce que nous pouvons découvrir par l'analyse de l'un & de l'autre.

Les salpêtriers croient que les plâtras contiennent du salpêtre, parce qu'ils en ont effectivement retiré sans le secours des cendres, mais ils n'ont pas pris garde qu'ils avoient mis eux-mêmes le salpêtre dans les plâtras qu'ils avoient en réserve dans leurs hangars, & sur lesquels ils ont coutume de jeter les écumes & les fondrilles de leur cuite, & le plus souvent leur eau-mere. Toutes ces matières contiennent beaucoup

de salpêtre & de sel marin, qu'ils peuvent retirer sans le secours des cendres. Mais comme ce salpêtre ne leur paroissoit pas si beau que celui où l'on a employé la cendre, ils ont cru que cette cendre ne servoit qu'à dégraisser les plâtras. Ainsi lorsqu'on se propose de travailler sur les plâtras, il ne faut pas en prendre chez les salpêtriers, il vaut mieux prendre immédiatement ceux que l'on trouve dans les démolitions des maisons; mais il y a un choix à faire. Les salpêtriers disent que pour connoître les bons plâtras il faut en mettre sur la langue, & que ceux qui ont le goût piquant & salé, sont les meilleurs. Il faut joindre à cela que ces plâtras sont un peu gris, & qu'étant mis en poudre & jettés sur les charbons ardents, ils produisent des étincelles de feu; plus ils en produisent, meilleurs ils sont. Ils ont outre cela une certaine onctuosité en les frottant entre les doigts, que les autres plâtras n'ont pas. On les trouve dans les vieilles maisons, dans les lieux bas, où le Soleil ne donne pas, & où l'on ne fait point de feu, & même dans les maisons de moyen âge, principalement si on les prend des démolitions des murailles d'écuries & de latrines, & ce sont de ces plâtras que j'ai choisis dans la maison où je demeure, où l'on a été obligé d'abattre une cloison de plâtre qui séparoit l'écurie des latrines. J'ai trouvé ces plâtras très-bons & très-propres à exécuter le dessein que j'avois d'en faire l'analyse.

J'ai pris douze livres de ces plâtras battus en poudre grossière, je les ai mis dans une grande bassine d'étain avec 18 livres d'eau, je les ai fait chauffer sur un fourneau pendant 3 ou 4 heures, en les remuant de temps en temps, pour tirer plus promptement la teinture des plâtras; je l'ai filtré par le papier gris. On peut se dispenser de la faire chauffer si l'on veut; car soit que l'on fasse couler de l'eau froide ou chaude dessus ces plâtras en manière de lessive, soit qu'on les mette tremper à froid dans des vaisseaux de terre ou d'étain pendant 8 ou 10 jours, en remuant les plâtras plusieurs fois dans la journée, on tire toujours la même teinture, qui est plus ou moins forte selon la bonté des plâtras, & selon la quantité

d'eau qu'on employe. Je l'ai fait de toutes ces manières, j'ai trouvé peu de différence dans la teinture qui est ordinairement jaune, transparente, amere & d'une légere âcreté.

Sa pesanteur spécifique est pour l'ordinaire à celle de l'eau, comme 38 à 37, ou comme 32 à 31, & quelquefois comme 27 à 26.

Après bien des essais, j'ai tiré à plusieurs fois la teinture de 50 livres de plâtras avec 72 livres d'eau; j'ai filtré cette teinture par le papier gris, je l'ai fait évaporer jusqu'à ce que je me suis apperçu qu'elle étoit bien chargée de parties salines*, ce qui est marqué par une âcreté plus forte & une plus grande amertume, & la couleur rougeâtre; sa pesanteur spécifique étoit à celle de l'eau comme 4 à 3; il y en avoit 4 livres, elle étoit limpide, gris-de-lin, je l'ai fait évaporer jusqu'à consistance d'extrait liquide; car je n'ai pû la faire évaporer jusqu'à siccité; mais lorsqu'elle a été refroidie, elle s'est trouvée plus ferme que du beurre. Cette matière se résout facilement à l'air en une liqueur qui a la consistance de sirop. Je l'ai filtrée, sa pesanteur est à l'eau comme 5 à 3, & plus. Si l'on continué de la laisser à l'air, elle s'imbibe de plus en plus de l'humidité de l'air, & diminue de pesanteur spécifique. C'est avec cette imprégnation que j'ai fait les expériences suivantes.

1.° Elle rougit le papier bleu d'un rouge pourpre. Il y a des imprégnations qui le rougissent plus les unes que les autres.

2.° Mêlée avec partie égale d'esprit de nitre, elle n'a produit aucun changement. La même chose est arrivée avec l'esprit de sel.

3.° J'ai mis une feuille d'or dans le mélange d'imprégnation & d'esprit de nitre, elle se dissout en 5 ou 6 minutes, si on la remue pendant ce temps-là. La liqueur étoit plus transparente deux heures après avoir mis cette feuille, qu'elle n'étoit auparavant.

* C'est le seul moyen de la faire très-forte, & l'on n'en viendrait pas à bout, en reverfant plusieurs fois la même imprégnation ou teinture sur

de nouveaux plâtras, l'on consomeroit beaucoup de plâtras inutilement, & l'on perdrait bien du temps.

J'ai mis une feuille d'or dans le mélange d'imprégnation & d'esprit de sel, cette feuille s'est dissoute de même en 5 ou 6 minutes. Je n'ignore pas que de très-habiles Chimistes ont cru * que l'esprit de sel seul dissolvoit l'or, mais ils n'avoient pas pris garde apparemment que cet esprit de sel étoit peut-être fait avec du sel marin des salpêtriers. J'ai même pris de l'esprit de sel chés de fameux Chimistes, qui dissolvoit l'or*. Mais M. Geoffroy & M. Boulduc ont apporté à l'Académie, chacun en particulier, de l'esprit de sel qu'ils avoient fait eux-mêmes, qui n'a pû dissoudre des feuilles d'or, quoiqu'on l'ait fait chauffer très-fort; j'ai adjointé de l'imprégnation de plâtras à cet esprit de sel, qui a pour lors dissous les feuilles d'or.

* V. les mem.
de l'Académie.
1700. p. 65.
1706. p. 102.

* Mem. 1711.
p. 67.

4.° J'ai fait dissoudre une feuille d'argent dans l'esprit de nitre, j'y ai mêlé de l'imprégnation. Le mélange s'est troublé, il s'est fait un précipité blanc dont une partie est tombée au fond de la liqueur, & l'autre a nagé dessus.

5.° Notre imprégnation s'est coagulée avec partie égale d'huile de vitriol^a, le mélange a fermenté avec une grande chaleur, & a donné des vapeurs rouges qui sentoient l'eau forte, & en a donné pendant plusieurs jours toutes les fois que j'ai remué ce mélange. Si l'on adjointe encore de l'huile de vitriol, elle fermente avec chaleur & fumée, le tout devient plus liquide & fait un précipité très-blanc au fond de la liqueur transparente.

Si l'on met une feuille d'or sur ce mélange, elle se dissout presque par la vapeur qui s'en exhale.

J'ai fait le même mélange, j'ai mis de l'eau pour dissoudre les sels, & retenir les vapeurs, je l'ai laissé jusqu'au lendemain, j'ai tiré la liqueur fumageante & claire, j'y ai mis une feuille d'or, elle s'y est dissoute en 12 heures, du moins elle a été divisée en une poussière très-menuë^b.

^a Cette huile de vitriol étoit concentrée, & sa pesanteur spécifique étoit à l'eau commune comme 28 à 15.

^b L'esprit de nitre ne fait aucun effet sur le coagulum produit par le mélange d'imprégnation de plâtras avec l'huile de vitriol, il n'en

6.^o L'imprégnation ne s'est point d'abord mêlée avec l'huile de tartre par défaillance, & ces deux liqueurs se sont tenues séparées *, il ne s'est pour lors exhalé aucune odeur urineuse; j'ai mêlé les deux liqueurs, je les ai bien remuées avec une verge de verre, le mélange s'est coagulé en consistance de beurre blanc, & avoit l'odeur urineuse.

Si on adjoute à ce mélange un peu de dissolution de sublimé corrosif, on ne s'apperçoit plus d'odeur urineuse; la même chose arrive, si au lieu d'imprégnation on se sert de dissolution de sel armoniac; si l'on remuë très-fort le mélange, elle se fait encore sentir, mais elle cesse en adjoutant de la solution de sublimé corrosif: c'est sans doute parce que l'esprit de sel & de nitre s'unit avec les sels volatils, & les empêche de s'exhaler; & une preuve de cela, c'est que l'esprit de nitre ou de sel mis à la place de la solution de sublimé, produit le même effet, mais il fermente avec l'huile de tartre, & dissout le coagulum, puis il se fait un précipité salin.

Si on adjoute de l'huile de vitriol au mélange de l'imprégnation de plâtras & d'huile de tartre par défaillance, le tout fermente avec une grande chaleur, il se fait beaucoup de précipité.

L'esprit de nitre produit le même effet, mais il dissout le coagulum sans laisser de précipité, à moins d'y adjouter beaucoup d'esprit de nitre. L'on demande la raison pourquoi le mélange d'imprégnation de plâtras & d'huile de vitriol, ou bien d'huile de tartre, produit un coagulum, je crois que cela

fait point du tout, ni sur la liqueur transparente en particulier, ni sur le précipité.

L'esprit volatil d'urine fermente très-fort avec le mélange d'imprégnation de plâtras & d'huile de vitriol, mais sans produire beaucoup de chaleur, tout le coagulum se dissout, & ne laisse qu'un très-leger précipité.

L'esprit de sel armoniac par la chaux n'a produit qu'un peu de chaleur & de fumée, sans fermentation.

Si l'on adjoute de l'huile de tar-

tre au mélange d'imprégnation & d'huile de vitriol, il se fait une grande fermentation, puis beaucoup de précipité.

* L'imprégnation est tombée au fond de l'huile de tartre, parce qu'elle étoit plus pesante, sa pesanteur étoit à celle de l'eau commune, comme 5 à 3, & celle de l'huile de tartre étoit comme 3 à 2, ainsi la pesanteur de l'imprégnation étoit à celle de l'huile de tartre comme 50 à 45, ou comme 10 à 9.

ne vient que de la quantité de parties salines que ces matières contiennent, mais principalement de la quantité de terre plâtreuse qui se trouve dans l'imprégnation ; & ce qui le prouve très-bien, c'est que si l'on prend la dissolution de la matière qui reste dans la cornue dans laquelle on a distillé l'esprit de sel armoniac avec la chaux, cette dissolution fait un coagulum très-épais avec l'huile de tartre par défaillance ; voici encore une autre preuve. J'ai pris une once & demie de sel de chaux, c'est cette matière qui se forme sur l'eau de chaux, je l'ai mis dans deux onces & demie d'esprit de nitre qui a dissout ce sel avec chaleur & une grande effervescence, il s'est fait un précipité. J'ai adjointé de l'eau, je l'ai filtrée & évaporée de manière qu'elle étoit bien chargée de matière dissoute, j'en ai mêlé avec l'huile de tartre par défaillance, je l'ai bien remuée, elle est devenuë épaisse comme du beurre, ce qui est une seconde preuve que la partie terreuse est la principale matière qui fait ce coagulum. On peut adjointer à ceci que l'imprégnation fait un coagulum avec les fortes dissolutions de vitriol d'Angleterre, de vitriol de Chypre, de vitriol blanc, & avec la dissolution d'alun, toutes matières qui contiennent beaucoup de terre.

J'ai dit ci-dessus qu'il faut bien remuer le mélange d'imprégnation & d'huile de tartre par défaillance, sans cela on ne feroit point de coagulum, ce que j'ai voulu expérimenter. J'ai mis de l'imprégnation dans un gobelet, j'y ai versé partie égale d'huile de tartre, je ne les ai point remuées, ces deux liqueurs se sont toujours tenuës séparées sans se mêler, on voyoit au contact des deux liqueurs une légère coagulation. Quinze jours après, l'imprégnation étoit séchée en un sel blanc qui n'avoit aucune âcreté, il avoit un goût de salpêtre terreux mêlé de lixiviel, j'en ai mis sur les charbons ardens, il n'a jetté que quelques étincelles, & a bouilli ; ce sel en se formant, avoit laissé des vuides qui étoient entre des lames & des aiguilles, ce qui marque une cristallisation. J'ai mis de ce sel dans de l'esprit de nitre, il a fermenté comme du sel fixe de tartre, & a produit un peu de précipité salin. L'huile

de tartre qui étoit au fond du gobelet, dessous le sel dont je viens de parler, étoit devenuë jaune & âcre, elle a fermenté avec l'esprit de nitre, comme l'huile de tartre ordinaire, & a fait un précipité salin. J'ai brouillé ensemble ce qui me restoit d'huile de tartre, de sel & d'imprégnation dans le gobelet, pour voir si j'en formerois un coagulum en forme de beurre, mais il ne s'en est point produit, le sel est tombé au fond de la liqueur jaune, & ne s'y est point dissout.

7.^o Si l'on mêle de l'imprégnation avec partie égale de dissolution de sublimé corrosif, il n'arrive aucun changement, quelqu'agitation que vous donniés à ce mélange; mais si on adjoute de l'huile de tartre par défaillance, le mélange se trouble, & en le remuant avec un stilet ou verge de verre, il devient comme du beurre très-blanc *. Si on y adjoute de la solution de sublimé corrosif, il devient oranger, & à force de le remuer il devient blancheâtre, & enfin fait un précipité blanc au fond de la liqueur transparente. Ainsi on ne sera pas étonné de voir que le mélange d'huile de tartre & de solution de sublimé corrosif, qui devient d'abord oranger, devienne blanc après y avoir adjouté de l'imprégnation de plâtras. On ne sent aucune odeur urineuse dans ces mélanges, à moins qu'on y ait mis trop peu de solution de sublimé, car pour lors cette odeur se fait sentir en remuant très-fort & un peu long-temps le mélange, mais on la fait cesser dans l'instant, en y adjoutant un peu de solution de sublimé, pour les raisons que j'ai dites ci-devant.

8.^o On produit les mêmes changemens, si au lieu d'huile de tartre, on employe l'eau de chaux; elle y a de même excité une odeur urineuse, & toute la différence qu'il y a, c'est que le mélange ne devient pas épais, comme il devient avec l'huile de tartre, & que lorsque l'on mêle d'abord l'eau de chaux avec la solution de sublimé, & qu'on y adjoute après cela

* Cette expérience est équivoque par rapport à la blancheur qui y arrive, & si ce n'étoit l'odeur urineuse que l'on y apperçoit, cela ne pour-

roit prouver que l'imprégnation contient du sel armoniac, puisqu'on produit la même blancheur avec la dissolution de sel marin.

l'imprégnation, le mélange ne devient pas blanc avec autant de facilité, il faut plus de temps & plus de mouvement qu'avec l'huile de tartre *.

9.° L'imprégnation de plâtras a produit le même coagulum avec l'esprit d'urine, qu'elle a produit avec l'huile de tartre par défaillance, mais elle n'a fait aucun coagulum avec l'esprit de sel armoniac fait par la chaux, ce qui n'est arrivé que parce que l'esprit d'urine étoit très-chargé de sel volatil, & que l'esprit de sel armoniac en contenoit peu. On s'imagine pour l'ordinaire que l'esprit volatil de sel armoniac ou d'urine, & le plus vif à l'odorat & le plus pénétrant, est plus chargé de parties salines, ce qui ne se trouve pas vrai, car l'esprit volatil de sel armoniac, ou l'esprit d'urine par la chaux, est plus pénétrant que l'esprit de sel armoniac par le sel fixe de tartre, qui est plus chargé de parties salines, & que l'esprit d'urine fait sans aucun mélange.

10.° Si on trempe dans l'imprégnation, du linge ou du papier, que l'on les laisse sécher, ce linge ou ce papier allumé fûle comme s'il avoit été trempé dans la dissolution de salpêtre.

Il paroît par la 2.^{de} 3.^{me} 4.^{me} 5.^{me} 6.^{me} 7.^{me} & 10.^{me} expérience que l'imprégnation de plâtras contient un sel armoniac salin & nitreux. Car si l'on substituë la dissolution de sel armoniac salin, & qu'on y ajoute de l'esprit de nitre

* L'eau de chaux que j'ai employée dans ces expériences, a été faite avec une livre de chaux & quatre livres d'eau, & pesoit plus que l'eau, sa pesanteur spécifique étoit à celle de l'eau comme 56 à 57.

La solution de sublimé corrosif contient une partie de sublimé sur 15 parties d'eau, qui n'en a pas pu tenir davantage en dissolution à froid. J'ai eu des sublimés dont la dissolution étoit transparente, chaude ou froide, *tel étoit celui du Frere Simon, Charreux*. J'en ai eu d'autres dont la dissolution étoit très-transparente pendant qu'elle étoit chaude, & qui peu

à peu devenoit blanche-opaque en refroidissant, *tel étoit celui de M. Boulduc*.

J'observerai encore que j'ai eu des sublimés dont une partie s'est tenuë en dissolution à froid dans 12 parties d'eau, d'autres dans 14, d'autres dans 16 parties, plus ou moins : ces dissolutions étant faites dans la même température d'air, les cristaux de sublimé sont fort différents, il y en a de grêles & longs depuis 2, 3, 4 lignes, jusqu'à 2 pouces ; il y en a d'autres plus courts qui se forment en éventail, & cela arrive suivant le plus ou le moins de sublimé qui se cristallise.

empreint de sels volatils urineux à la place de l'imprégnation, elle produit dans toutes ces expériences les mêmes changements, & toute la différence que j'y ai trouvée, c'est que la dissolution de sel armoniac blanchit plus vivement & plus promptement avec la dissolution de sublimé, & elle ne se coagule pas avec l'huile de tartre par défaillance, ni avec l'huile de vitriol, ni avec l'esprit d'urine, comme fait l'imprégnation de plâtras, parce que cette solution n'est pas si chargée de sel & de bitume que l'imprégnation de plâtras.

Piton de Tournefort ^a a fait quelques-unes de ces expériences, par lesquelles il a reconnu que l'infusion de plâtras contient du sel armoniac ^b, (son infusion étoit très-foible, eu égard à celle que j'ai employée) mais je ne crois pas qu'il ait eu raison de dire que cette infusion ou imprégnation contient un sel alkali fixe, parce que l'infusion de noix de galles fait un coagulum avec cette imprégnation, & qu'elle en fait un avec l'huile de tartre par défaillance. Il n'a pas fait attention que l'infusion de noix de galles se trouble avec la solution de sel commun.

On devroit dire par la même raison, que l'imprégnation contient de l'alun, puisque l'huile de tartre par défaillance se coagule avec la dissolution d'alun, & que l'imprégnation se coagule avec l'un & avec l'autre.

L'imprégnation se coagule avec la dissolution de vitriol verd, de vitriol bleu & de vitriol blanc, comme elle fait avec l'huile de tartre par défaillance; dira-t-on pour cela que cette imprégnation contient des especes de vitriol; ce qui est d'ailleurs une preuve assez certaine que ces sortes de coagulations se produisent par la quantité de sels qui se trouvent dans les dissolutions.

Il dit que l'on sépare du sel marin de l'imprégnation ou infusion de plâtras, & que l'on y reconnoît le salpêtre par la détonation.

^a Célèbre par le nouveau système qu'il a donné sur la Botanique, & qui a été de cette Académie.

^b Dans la Préface de son Histoire des Plantes des environs de Paris.

Je n'y ai trouvé ni salpêtre ni sel marin, par aucun procédé, il n'est pas possible d'en retirer des plâtras, à moins d'y adjoûter un sel fixe; l'on voit seulement que le linge ou le papier trempés dans l'imprégnation & séchés, ont fusé vivement sur les charbons ardents, mais ce n'est point du salpêtre, c'est du sel armoniac nitreux; on produit la même chose avec le mélange d'esprit de nitre & d'esprit volatil d'urine fermentés ensemble; si l'on fait brûler du linge ou du papier trempés dans cette liqueur, il se fait une déflagration très-vive.

Si l'on fait évaporer jusqu'à pellicule le mélange d'esprit de nitre & de sel volatil d'urine, on en retire des cristaux en longues aiguilles qui se terminent en pointe; ils sont quelquefois formés par des pieces articulées, principalement dans les dernières cristallisations : mais ces cristaux ne sont pas hexagones, on ne peut les avoir bien secs, ils se fondent facilement à l'air, & encore plus facilement à la chaleur; ils fusent très-vivement sur les charbons ardents. J'en ai mis sur une pelle que j'ai exposée au feu, les cristaux se sont fondus, puis ils se sont enflammés avec détonation; ils ne fulminent quelquefois pas sur la pelle, mais très-vivement sur les charbons ardents.

Il résulte des expériences que je viens de rapporter, qu'il y a dans les plâtras un esprit de nitre & un esprit de sel, qui avec des sels volatils urineux forment un sel armoniac nitreux, & un sel armoniac salin, & c'est ce que nous allons encore prouver par la distillation de l'imprégnation de plâtras.

Je me suis porté d'autant plus volontiers à ce travail, que je m'étois apperçu que cette imprégnation contient un bitume qui se fait sentir en faisant évaporer cette liqueur. Outre cela, j'avois lieu de croire qu'elle contenoit quelqu'autre matière avec le sel armoniac, & que je pourrois découvrir par la distillation.

J'ai d'abord voulu voir quelle liqueur je retirerois en faisant distiller l'imprégnation dans une cucurbite des plus hautes à un feu très-lent, mais il n'a distillé que du flegme qui

sen toit le bitume; & après bien des essais, j'ai reconnu que plus je retirois de flegme, plus il avoit l'odeur de bitume, ce qui me faisoit présumer que ce bitume étoit aussi volatil que l'eau, ou bien si adhérent à l'eau, qu'il ne pouvoit s'en séparer, & il m'a paru égal de distiller cette imprégnation dans une cucurbite ou dans une cornuë.

J'ai donc rempli une grande cornuë de verre d'imprégnation qui n'étoit point évaporée, je l'ai mise dans le sable, j'y ai joint un récipient sans le lutter, j'ai fait un feu lent, il a distillé une liqueur claire transparente, ayant l'odeur de bitume & d'un goût très-désagréable. La liqueur qui a distillé le second jour avoit une odeur de bitume plus forte, ce qui m'a obligé de lutter le récipient le troisiéme jour. J'ai continué de la distiller pendant deux jours, il distilloit peu de chose la nuit, car j'y mettois seulement du charbon en me couchant; & enfin le quatriéme jour je me suis aperçu qu'il ne distilloit plus rien. Je voyois pourtant la matière bouillir dans la cornuë, comme une bouillie très-épaisse. J'ai cessé le feu; la cornuë étant refroidie, je l'ai retirée du sable, & j'ai vû au fond de cette cornuë une matière qui paroissoit dure & jaunâtre. Je l'ai remise dans le sable, j'y ai lutté le même récipient vuide de la liqueur qu'il contenoit. Elle sentoit très-fort le bitume *, elle n'a fait aucun changement avec le vinaigre ni l'esprit de vinaigre, elle avoit la même pesanteur que l'eau commune.

J'ai mis le feu au fourneau, je l'ai poussé par degrés le plus fort que j'ai pu; les vapeurs se sont élevées fort rouges dans la cornuë & dans le récipient, dans lequel elles ont eu de la peine à passer. Il a distillé peu de liqueur, les vapeurs ont subsisté toute la journée dans la cornuë & dans le récipient, de manière que je n'y decouvris ni sel ni liqueur. Ces vaisseaux

* Il m'est arrivé dans cette occasion, ce qui est arrivé à ceux qui ont voulu adoucir l'eau de la mer, & la rendre potable, en la faisant distiller: mais ils n'ont pû empêcher le bitume que l'eau de la mer contient, de s'é-

lever avec l'eau, & c'est ce bitume qui la rend d'un très-mauvais goût; ce qui me fait soupçonner que le bitume qui est dans notre imprégnation, est semblable à celui de l'eau de la mer.

se font éclaircis le soir; j'ai remarqué que le récipient s'est éclairci le premier, & que les vapeurs ont subsisté encore quelque temps dans la cornuë. J'y ai vû un sel blanc, dont une partie s'étoit rangée & comme sublimée sur les côtés de la cornuë. Le tout étant refroidi le lendemain, j'ai retiré le récipient dans lequel il y avoit seulement cinq gros de liqueur, qui, à toute épreuve, s'est trouvée de l'eau régale^a. J'ai mis de l'eau chaude dans la cornuë pour dissoudre le sel blanc; la dissolution étoit toute blanche comme du lait, il s'est précipité une terre blanche au fond de la liqueur, qui est restée transparente. Je les ai séparés l'un de l'autre, j'ai bien lavé la terre, & après l'avoir séchée, elle ne m'a paru être que du plâtre^b.

La dissolution de ce sel étoit transparente & sans couleur, âcre & amere, avec une odeur aromatique. Si l'on frotte cette liqueur entre les doigts, on lui trouve une onctuosité semblable à celle de l'huile d'olive ou de l'huile de tartre par défaut; elle est très-pesante, sa pesanteur spécifique est à l'eau comme 11 à 6.

J'ai répété cette distillation deux fois, mais je n'en ai retiré que de l'esprit de nitre à toute épreuve, au lieu d'eau régale. J'en donnerai la raison, lorsque je parlerai ci-après de la distillation des plâtras dont je n'ai tiré que de l'esprit de nitre. Au reste, j'ai retiré dans les deux dernières distillations de l'imprégnation de plâtras, le même sel blanc, âcre & amer. Je me suis imaginé que l'odeur aromatique qu'il avoit, ne lui venoit que d'un peu d'esprit de nitre ou d'eau régale mêlée avec du bitume qui n'est que la vapeur rouge que l'on voyoit dans la cornuë, & qui n'ayant pû être poussée dans le récipient, est retombée sur le sel qui étoit dans la cornuë; & voici des observations qui peuvent rendre cette idée vraisemblable.

1.° Ayant exposé cette liqueur à l'air, elle a perdu peu à peu son odeur aromatique au bout de trois jours.

^a M. Lémery en a aussi tiré de l'eau régale. *V. Mem. 1717. p. 49.* | ^b C'est ce qui produit la magnésie dans l'eau-mère.

2.^o Si l'on mouille du papier bleu avec cette liqueur avant qu'elle ait perdu son odeur, elle rougit ce papier, mais elle ne le rougit plus lorsqu'elle a perdu son odeur.

3.^o J'ai fait rougir un creuset entre les charbons ardents, j'y ai jetté peu à peu six onces d'imprégnation de plâtras évaporée autant qu'il a été possible; je l'ai calciné à blancheur, j'ai dissout, filtré & évaporé cette dissolution, elle n'avoit aucune odeur aromatique, parce qu'étant calcinée à l'air, le bitume a enlevé avec lui toute l'eau forte qu'il a pu enlever, & dont les acides ne sont point bien unis avec les sels alkalis volatils; ainsi cette liqueur ne rougit point le papier bleu, & ne diffère point de celle que j'ai retirée après la distillation de la même imprégnation, & qui exposée à l'air, a perdu son odeur aromatique*. L'une & l'autre de ces deux liqueurs ont produit les mêmes effets que l'imprégnation de plâtras avec les esprits de nitre & de sel qu'elles ont rendu capables de dissoudre l'or. Elles ont fait le même coagulum avec l'huile de vitriol, & la même fermentation. La chose a été un peu différenciée avec l'huile de tartre par défaillance, & avec l'esprit volatil d'urine; car quoiqu'il se fasse le même coagulum, il arrive pourtant une fermentation après le coagulum formé par le mélange de cette huile & de la dissolution de sel de plâtras, qui n'arrive pas avec le mélange de cette huile & de l'imprégnation de plâtras. L'esprit d'urine produit le même effet que l'huile de tartre avec ces liqueurs; le coagulum qui est très-blanc se dissout par la fermentation, & le mélange devient liquide comme de la crème de lait; & enfin il se fait un précipité blanc: cette fermentation n'arrive pour lors, que parce que les acides nitreux & salins sont plus à

* J'ai retiré du flegme de l'imprégnation de plâtras qui rougissoit bien le papier bleu, & qui avoit l'odeur de bitume. J'en ai mis pendant quinze jours à l'air dans un gobelet, il a perdu cette odeur; il rougit encore le papier bleu, mais pas si bien. J'en ai, qui depuis deux ans étoit dans une fiole, qui

n'étoit pas exactement bouchée, qui rougit bien le papier bleu; mais il faut prendre garde que c'est de l'esprit de nitre qui est dans le flegme, & qui est séparé des autres matières, au lieu que dans la dissolution de ce sel il n'y a plus d'esprit de nitre séparé, & que ce qu'il y en a s'évapore.

découvert

découvert dans ce sel, que dans l'imprégnation qui contient du bitume.

Cette dissolution de sel de plâtras a la même pesanteur que l'imprégnation de plâtras. Nous examinerons la cause de cette pesanteur en parlant de l'eau-mere. J'oubliois de dire que la dissolution du sel de plâtras, mêlée avec la dissolution de sublimé corrosif, ne fait aucun changement; si l'on y adjoute de l'huile de tartre, le mélange devient oranger; mais à force de le remuer il devient blanc, puis il se fait un précipité blanc.

Voilà donc encore une fois les sels armoniacs nitreux & salins bien démontrés dans notre imprégnation de plâtras; & en conséquence, j'ai voulu voir si le sel de plâtras pourroit se sublimer comme le sel armoniac; j'en ai rempli la moitié d'une fiole; je l'ai mis dans le sable, & j'ai poussé le feu par degrés autant qu'il m'a été possible; le sel s'est fondu, & s'est affaissé en se séchant; il s'y est formé plusieurs trous, d'où sortoient des vapeurs qui avoient l'odeur d'eau forte, mais il ne s'est fait aucune sublimation.

Après les expériences que je viens de rapporter sur l'imprégnation de plâtras, j'ai voulu voir si je ne retirerois point de l'eau régale de la distillation de pareils plâtras. J'en ai mis 14 livres dans une grande cornuë de grès, que l'on a placée dans un fourneau de reverbere; on y a adapté un balon, on a mis le feu au fourneau à 8 heures du matin, que l'on a augmenté par degrés jusqu'à 11 heures, c'est-à-dire, pendant 3 heures: il y avoit déjà beaucoup de liqueur distillée, mais qui n'avoit produit aucune vapeur apparente. On a ensuite poussé le feu le plus fort qu'on a pu, ce qui a donné des vapeurs rouges jusqu'à 4 heures après midi qu'elles ont cessé, & l'on n'a plus continué le feu; on n'a retiré les vaisseaux que le lendemain; la cornuë s'est trouvée fêlée, ce qui a causé la perte de quantité de vapeurs, comme nous l'allons voir.

Je cassai tout-à-fait la cornuë pour en retirer les plâtras, il y en avoit 9 livres 8 onces, & il n'y avoit que 2 livres

14 onces de liqueur dans le balon, ce qui fait en tout 12 livres 6 onces; il y a donc eu 26 onces de perte, soit esprit, soit flegme.

Cette liqueur distillée avoit l'odeur d'eau forte, mais foible, elle étoit à l'eau, pour la pesanteur, comme 61 à 60, ce qui m'a obligé de la déflegmer, & pour cela je l'ai fait distiller dans une cucurbite, j'en ai tiré 24 onces 4 gros de liqueur qui n'avoit pas plus de pesanteur que de l'eau commune, & qui avoit une très-légère odeur d'esprit de nitre, elle n'a fait aucun changement au papier bleu, elle n'a causé aucun mouvement avec l'huile de tartre par défaillance; il est resté dans la cucurbite 21 onces 3 gros de liqueur qui sentoient bien l'esprit de nitre, & qui a fermenté foiblement avec l'huile de tartre, elle a rougi le papier bleu, elle étoit à l'eau comme 23 à 20, elle n'a dissout ni l'or, ni l'argent, ni le cuivre. Je l'ai déflegmée encore une fois; j'en ai retiré 16 onces 2 gros ou environ, de flegme semblable au précédent, mais qui avoit pourtant l'odeur d'esprit de nitre un peu plus forte, il est resté 5 onces de liqueur dans la cucurbite, dont la pesanteur spécifique étoit à l'eau comme 3 à 4, & qui, à toute épreuve, étoit de bon esprit de nitre*, il a bien dissout l'argent, mais il n'a point touché à l'or, j'ai mis quelques gouttes d'esprit de sel dans un gros de cet esprit, il a très-bien dissout l'or.

J'ai lessivé les plâtras restés dans la cornuë avec de l'eau bouillante, je l'ai filtrée, cette liqueur s'est coagulée avec l'huile de tartre par défaillance, en beurre assés ferme, elle n'a donné qu'une très-légère odeur d'esprit urinaireux.

Elle s'est troublée très-fort avec l'esprit d'urine, mais elle n'a pas pris la consistance de beurre.

Mêlée avec l'esprit de nitre, elle a dissout l'or bien plus promptement que l'imprégnation de plâtras mêlée avec de pareil esprit.

Elle n'a point blanchi le mélange d'huile de tartre &

* M. Boulduc a tiré de l'esprit de nitre des plâtras. *V. l'Hist. de l'Acad. de M. Duhamel, année 1696, pag. 416. & 417.*

de sublimé, non plus que le mélange d'eau de chaux & de sublimé.

Enfin, j'ai fait évaporer jusqu'à pellicule, ce qui me restoit de cette liqueur. Deux jours après, j'ai trouvé au fond de la liqueur une matière qui n'avoit aucune figure déterminée, elle ressembloit à du sel de chaux, sans aucun goût, quoique la liqueur qui surnageoit fût d'un goût très-amer, salé, un peu âcre, & de couleur jaune, sa pesanteur spécifique étoit à l'eau comme 7 à 6, la matière terreuse n'a pu se dissoudre dans l'esprit de nitre, & le sel de chaux s'y est dissout avec fermentation.

J'ai encore fait évaporer ma liqueur jusqu'à pellicule; deux jours après, j'ai trouvé au fond de cette liqueur, de vrai sel marin, bien figuré, mais très-petit, salé, & en petite quantité, par rapport à d'autre sel qui y étoit en bien plus grande quantité, & qui n'étoit point figuré, ce dernier sel n'étoit point si salé, j'ai d'abord cru que c'étoit du salpêtre, mais outre qu'il n'en avoit pas la figure, c'est qu'il n'a point fusé sur les charbons.

Il s'agit de sçavoir pourquoi je n'ai retiré que de l'esprit de nitre des plâtras, & de quelque distillation d'imprégnation de plâtras, & pourquoi le sel marin que je n'ai retiré par aucun procédé de l'imprégnation de plâtras, qu'en y adjouant un sel fixe; comment, dis-je, ce sel marin se trouve tout formé dans la lessive des plâtras distillée.

1.° Il faut observer qu'il y a moins d'esprit de sel dans les plâtras que d'esprit de nitre, tous les plâtras n'ont pas la même quantité d'esprit de sel & d'esprit de nitre*.

J'ai fait voir dans un Mémoire, que dans une cuite qui contenoit 350 livres de salpêtre, il se trouvoit environ 150 livres de sel marin; preuve qu'il y a beaucoup plus d'esprit de nitre dans les plâtras que d'esprit de sel.

*V. Mem. de
l'Acad. 1729.
p. 231. &
232.*

2.° Que les esprits acides ne peuvent se retirer par la distillation des matières avec lesquelles ils sont combinés,

* Nous verrons dans un autre Mémoire, une Analyse qui m'a donné plus de sel marin que de salpêtre.

que par le moyen des matières sulphureuses & bitumineuses que l'on y mêle, on le voit dans la distillation de l'esprit de nitre & de l'esprit de sel, ou bien lorsqu'elles y sont naturellement mêlées, & c'est ce que l'on voit dans la distillation du vitriol, & dans celle des plâtras & de l'imprégnation de plâtras.

3.^o Qu'il n'y a qu'une certaine petite quantité de matière bitumineuse dans les plâtras & dans leur imprégnation, qui étant consommée par la distillation d'une certaine quantité d'esprit, il ne peut plus s'élever d'esprit, quelque feu que l'on fasse. On sçait que l'esprit de nitre a plus de facilité à s'élever que l'esprit de sel; il y a apparence que la matière bitumineuse s'unit plus facilement à l'esprit de nitre qu'à l'esprit de sel, & qu'elle s'élève avec cet esprit; ainsi s'il n'y a qu'une suffisante quantité de bitume capable d'enlever l'esprit de nitre qui s'y trouve, il ne s'élèvera point d'esprit de sel, quelque feu que l'on fasse. Voilà pourquoi nous n'avons eu que de l'esprit de nitre dans la distillation des plâtras, & de son imprégnation, & c'est ce que nous verrons dans la distillation d'eau-mère & dans sa calcination. Il n'y a pas même toujours assez de matière bitumineuse pour enlever tout l'esprit de nitre, mais il s'en trouve aussi quelquefois plus qu'il n'en faut pour la quantité d'esprit de nitre, & pour lors il s'élève une portion d'esprit de sel, & produit de l'eau régale; mais s'il ne s'en trouve pas pour enlever de l'esprit de sel, cet esprit agité par un feu violent se détache en partie des esprits urinaux, & comme il manque de véhicule pour l'enlever, il se mêle avec la terre du plâtre, il s'y unit, & forme un sel concret, & pour dire en un mot, un vrai sel marin; ainsi il peut se faire que le sel marin que j'ai retiré de la lessive des plâtras distillés, ne se soit formé que pendant la distillation. On ne manquera pas de me dire que si l'on fait distiller des esprits acides, ils s'élèvent, sans que pour cela on ait besoin d'une matière sulphureuse pour les aider; cela est vrai, mais si ces esprits sont adhérents à des sels fixes, à de la terre, à des sels volatils, ils ne s'élèveront point qu'il

n'y ait quelque matière capable de les détacher de ces sels, & c'est ce que produisent les matières sulfureuses.

Les vapeurs d'eau forte qui se sont élevées lorsque j'ai mêlé de l'huile de vitriol avec l'imprégnation de plâtras, m'ont donné lieu d'espérer que je tirerois de l'eau régale par la distillation de ce mélange, puisque l'on retire de l'esprit de sel du sel marin, en le mêlant avec l'huile de vitriol.

J'ai mis dans une cucurbite de verre 10 onces d'imprégnation de plâtras, évaporée autant qu'il a été possible, j'ai adjointé à cette cucurbite, qui pèse 11 onc. 6 gros 3 6 grains, un chapiteau tubulé, auquel j'ai adapté un matras pour récipient ; le tout accommodé sur un bain de sable, j'ai fait un petit feu pour liquéfier l'imprégnation, puis j'ai versé environ un gros d'huile de vitriol, ce qui a fait fermenter la matière, puis j'en ai adjointé peu à peu autant, à mesure que je voyois la fermentation cesser, jusqu'à 24 gros 3 6 grains, & à chaque fois je bouchois l'entrée du tuyau avec un bon bouchon de liege, mais peu à peu la matière s'est gonflée de manière qu'elle a entièrement rempli la cucurbite, j'ai été obligé de retirer le peu de feu qu'il y avoit dans le fourneau, sans quoi la matière auroit passé dans le récipient, il s'est élevé des vapeurs rouges qui ont rempli le chapiteau & le récipient, il a distillé une liqueur, les vapeurs rouges se sont presque dissipées, la matière s'est affaïssée dans la cucurbite. J'ai remis du feu dans le fourneau, je l'ai augmenté assés fort, les vapeurs rouges ont reparu, je l'ai continué jusqu'au soir ; lorsque je me suis apperçû qu'il ne distilloit plus rien, j'ai cessé le feu, les vaisseaux sont devenus froids, les vapeurs rouges subsistoient dans la cucurbite, le chapiteau & le récipient, il y en avoit encore le lendemain matin ; j'ai retiré le récipient, il contenoit 4 onc. 4 gros de liqueur qui, à toute épreuve, s'est trouvée de l'eau régale, elle dissolvoit une feuille d'or en un quart d'heure, elle réduisoit une feuille d'argent en un sédiment noirâtre.

J'ai déluté le chapiteau, j'ai trouvé encore des vapeurs rouges dans la cucurbite, qui pèse avec la matière blanche

qui est dedans, 7 onc. 2 gros, j'ai versé de l'eau sur cette matière, elle s'est dissoute en une liqueur blanche comme du lait, je l'ai filtrée, la liqueur a passé claire & transparente, il est resté dans le filtre 3 onces 1 gros de terre blanche, j'ai fait évaporer la liqueur filtrée, je n'ai pû la dessécher, mais en la laissant refroidir, elle s'est réduite en une matière gommeuse & dure, il y en avoit 3 3 gros, elle se liquéfioit à l'air & à la chaleur, de même que l'imprégnation de plâtras évaporée, peut-être que si j'y eusse mis une plus grande quantité d'huile de vitriol, j'en aurois retiré davantage d'eau régale.

J'ai donc recommencé cette opération dans le même vaisseau, avec des circonstances un peu différentes; j'ai d'abord mis dans la cucurbite 5 onces d'imprégnation de plâtras*, & 4 onc. d'huile de vitriol peu à peu & alternativement par le tube du chapiteau, la matière a fermenté, il s'est élevé des vapeurs rouges, mais qui n'ont point passé dans le récipient, je l'ai laissé ainsi jusqu'au lendemain, sans faire de feu, & je n'ai rien trouvé dans le récipient; j'y ai adjouté 5 onc. d'imprégnation, & j'ai mis le feu au fourneau à 7^h du matin, je l'ai augmenté par degrés, j'ai encore mis 2 onc. d'huile de vitriol, les vapeurs se sont d'abord élevées, & ont passé dans le récipient, la matière ne s'est presque point raréfiée, comme il est arrivé à l'opération précédente. Enfin lorsque je voyois les vapeurs diminuer, j'y adjoutois de l'imprégnation, de sorte que j'ai employé dans cette opération 14 onc. 5 gros d'imprégnation, & 6 onces d'huile de vitriol; j'ai continué le grand feu jusqu'à 8^h du soir, parce que je voyois toujours des vapeurs rouges dans la cucurbite & dans son chapiteau; j'ai trouvé le lendemain 10 onc. 6 gros d'eau régale dans le récipient, elle dissolvoit une feuille d'or dans une demi-minute, elle étoit à l'eau comme 6 $\frac{1}{2}$ à 5, ou comme 13 à 10.

Il est resté 8 onces 3 gros de matière blanche dans la

* Elle pèse avec l'Aréomètre 29 onc. 66 grains, elle est à l'eau comme 49 à 30, c'est à peu-près comme 5 à 3.

cucurbite, il s'est donc perdu 12 gros de parties spiritueuses qui se sont dissipées; j'ai dissout cette matière, je l'ai filtrée, il est resté dans le filtre de la terre blanche qui, étant bien séchée, pesoit 5 onc. 2 gros, il y avoit donc 3 onc. 1 gros de sel qui s'est dissout dans l'eau, cette dissolution est aigrette, elle est à l'eau comme $10 \frac{1}{2}$ à $9 \frac{1}{2}$, ou comme 21 à 19; elle rougit le papier bleu, elle n'a point fermenté, ni fait aucun changement avec l'huile de tartre par défaillance, elle n'a point dissout l'or; étant évaporée jusqu'à pellicule, elle n'a point donné de cristaux bien formés, mais une matière saline informe.

Voici de l'eau régale que j'ai retirée du sel de plâtras, j'ai pris 14 onces de forte dissolution de sel de plâtras, restée après la distillation d'imprégnation de plâtras, dont j'avois tiré de l'esprit de nitre, comme je l'ai dit ci-dessus; j'ai mis cette dissolution dans une cornue posée au bain de sable, & y ayant mis un récipient sans le luter, je l'ai fait distiller jusqu'à ce que j'aye apperçu la matière en consistance de sirop épais & bien cuit; j'ai cessé le feu, il y avoit dans le récipient 4 onc. 2 gros de flegme limpide & sans couleur, il avoit l'odeur de bitume tirant sur celle d'eau forte, & qui a bien rougi le papier bleu; elle n'a produit aucun mouvement de fermentation avec l'huile de tartre; sa pesanteur spécifique étoit à l'eau comme 217 à 216, elle n'avoit point de saveur*.

Lorsque la cornue a été refroidie, j'y ai versé 5 onces d'huile de vitriol qui, en la remuant, s'est coagulée avec le sel de plâtras, & a commencé à jeter des vapeurs rouges; je l'ai mis promptement dans le sable, j'y ai adapté un grand matras pour récipient, je l'ai luté tout d'abord, les vapeurs rouges ont rempli la cornue & le récipient; quoiqu'il n'y eût point de feu, la cornue s'est échauffée fort bien par le mélange, je l'ai laissée en cet état pendant deux heures: comme

* J'ai mis 1 grain d'eau régale que j'ai retiré dans 15 gros d'eau; ce mélange a rougi aussi vivement le papier bleu que le flegme dont je parle, je n'y ai apperçu aucune saveur.

j'ai vû qu'il ne se formoit aucune liqueur dans le récipient, j'ai mis le feu au fourneau que j'ai augmenté peu à peu; demi-heure après, il s'est formé des gouttes qui ont distillé, ce qui a continué pendant trois heures & demie, après quoi les vaisseaux se sont éclaircis, principalement la cornuë; j'ai augmenté le feu, mais malgré cela, il n'a plus rien distillé; le lendemain matin, j'ai retiré mes vaisseaux, il y avoit encore des vapeurs rouges, je n'ai trouvé que 5 onces de liqueur dans mon récipient, elle a dissout l'or dans l'instant, cette eau régale est à l'eau comme 4 à 3, elle est couleur de gris-de-lin jaune, toutes mes autres eaux régales sont verdâtres, tirant sur le jaune*.

Il est resté dans la cornuë 9 onces 2 gros de matière blanche & dure, sur laquelle j'ai jetté 6 ou 7 onces d'eau presque bouillante, pour faire dissoudre le sel, je l'ai filtrée, & comme cette dissolution me paroissoit très-pesante, car elle étoit à l'eau comme $4\frac{2}{3}$ à 3, je l'ai conservée à part; j'ai continué de verser de l'eau presque bouillante sur le reste de la matière, que j'ai eu de la peine à dissoudre, car il a fallu beaucoup d'eau, & la rechauffer bien des fois; je l'ai filtrée, il est resté une terre blanche que j'ai fait sécher sur le feu dans un creuset, il s'en est trouvé 5 onces, il y avoit 4 onces 2 gros de sel dissout dans l'eau, qui font 9 onces 2 gros qui, joint à 4 onces 2 gros de flegme, & 5 onces d'eau régale que j'ai retiré, font 18 onces 4 gros; il s'est donc perdu 4 gros de matière volatile qui ne peut être que de l'eau régale, ou de l'esprit de vitriol.

Cette dissolution s'est échauffée avec l'huile de vitriol, mais rien de plus.

* Lorsque l'on distille l'imprégnation de plâtras avec l'huile de vitriol, l'inconvénient qu'il y a à craindre, est la grande rarefaction de la matière contre laquelle on doit être en garde, parce qu'elle passeroit dans le récipient. Nous y avons remédié dans la seconde distillation de cette imprégnation; nous n'avons point à craindre

de gonflement ou rarefaction avec le sel de plâtras dans cette dernière opération, mais il faut prendre garde que la quantité des vapeurs qui ne se résolvent que difficilement en liqueur, ne cassent les vaisseaux, c'est pourquoi il faut bien ménager le feu.

Elle

Elle n'a produit ni mouvement ni changement avec l'esprit de sel armoniac.

Elle a dissout une feuille d'or en 10 minutes.

Si l'on mêle cette liqueur avec la solution de sublimé, il n'arrive aucun changement; si l'on y adjoint l'huile de tartre, il se fait une fermentation vive, mais le mélange ne jaunit point, il se trouble en blanc.

Si l'on mêle l'huile de tartre par défaillance avec partie égale de dissolution de sublimé, l'on sçait que le mélange devient couleur de safran, mais si on y adjoint peu à peu partie égale de notre dissolution, le précipité se dissout, le mélange devient clair & transparent pendant la fermentation, puis il se fait un précipité blanc.

J'ai fait évaporer la dissolution du sel, à laquelle il a fallu adjoint beaucoup d'eau pour la dissoudre, je l'ai filtrée, je l'ai fait évaporer jusqu'à pellicule, il s'est formé des cristaux longs d'une ligne jusqu'à une ligne & demie, fins comme des cheveux, ils étoient les uns sur les autres, sans aucun ordre, très-blancs, n'ayant presque pas de saveur; ce sel n'a ni fusé, ni petillé, ni bouilli sur les charbons ardents; j'ai fait dissoudre ce sel, la dissolution a rougi vivement le papier bleu. J'ai fait évaporer une seconde fois ce qui restoit de dissolution, elle a formé une espece de gâteau de sel très-blanc, sans aucune figure déterminée.

Voilà notre Analyse bien avancée, je puis même dire qu'elle est entièrement faite. Par la décomposition de toutes les parties des plâtras, j'en ai tiré du flegme, du bitume, de l'esprit de nitre, de l'eau régale, & de la terre plâtreuse.

Le bitume se découvre par son odeur, & par sa couleur jaune gris-de-lin qu'il communique à toute la matière, il s'élève avec le flegme, par un petit feu, & avec les esprits acides, mais il faut pour ces derniers un feu plus violent. Il semble par-là qu'il y ait dans ce bitume une partie plus volatile que l'autre, mais à dire le vrai, ils sont tous deux très-volatils, puisque si l'on expose le flegme & les esprits à l'air, le bitume s'échappe, il ne laisse pas même de se

diffiper avec le temps dans des bouteilles bien bouchées.

J'ai tâché de le séparer par l'esprit de vin, en réduisant l'imprégnation de plâtras en une consistance de beurre, mais il entraîne des sels avec lui, qui se dissolvent dans l'esprit de vin, en sorte que je n'ai pû le séparer seul.

Nous avons fait voir par nos expériences, qu'il y a des sels volatils urineux unis avec l'esprit de sel & l'esprit de nitre, & qui se sont manifestés par leur odeur urineuse, & par la blancheur qu'ils ont produit dans le mélange de l'imprégnation de plâtras, du sublimé corrosif, & de l'huile de tartre par défaillance; il est vrai que la blancheur ne paroît pas si promptement, & n'est pas si vive, que lorsqu'on se sert de dissolution de sel armoniac à la place de l'imprégnation, mais il semble que cela n'arrive que parce que les sels volatils sont un peu embarrassés par le bitume, & ce qui le prouve bien, c'est que la dissolution du sel de plâtras, débarrassée de ce bitume (car il y en reste très-peu) blanchit bien plus promptement que l'imprégnation de plâtras avec la solution de sublimé, & l'huile de tartre.

J'ai tenté de retirer les sels volatils de cette imprégnation de plâtras, j'en ai pour cela mis 19 onces dans une cucurbite de verre qui contenoit 2 pintes $\frac{1}{2}$ d'eau, je l'ai fait distiller au bain de sable, j'en ai tiré 9 onces de flegme couleur de tisanne, il n'avoit point d'odeur; lorsqu'on pousse la distillation un peu fort, le flegme qui distille prend une odeur d'empireume. Il est donc resté 10 onc. d'imprégnation qui, étant refroidie, étoit ferme, j'y ai adjointé 10 onc. de dissolution de sel fixe de tartre, j'ai remis ma cucurbite au bain de sable, & après avoir adapté un récipient, j'ai fait un fort petit feu, il n'a rien distillé pendant une heure, après cela la matière s'est rarifiée, de manière qu'il a fallu ôter entièrement le feu, elle s'est élevée jusqu'au dessus de la cucurbite, mais elle ne s'est point répandue dehors, à cause de sa viscosité; la matière a ensuite baissé peu à peu, & s'est tout-à-fait affaîsée, j'ai remis du feu, elle s'est encore rarifiée, mais pas tant, elle s'est encore affaîsée tout-à-fait, j'ai

pouffé le feu pendant 4 heures, après-quoi j'ai cessé le feu, voyant qu'il ne distilloit plus rien. Le lendemain, j'ai trouvé dans le récipient 5 onc. 5 gros de liqueur limpide, couleur d'ambre, qui étoit à l'eau comme 181 à 180, elle sentoit fort l'empireume, elle n'avoit aucun goût, & laissoit seulement une très-légère âcreté sur la langue.

Elle fait sur le papier bleu à peu-près le même rouge-blafard, tel que le fait la dissolution de sel armoniac.

Elle a blanchi le mélange d'huile de tartre & de sublimé corrosif, de la même manière que le fait l'imprégnation de plâtras.

La matière qui est restée dans la cucurbite étoit blanche, compacte, dure & sèche, qui étant lessivée & évaporée, a donné de beaux cristaux de nitre, & du sel commun, l'un & l'autre très-blanc.

Je n'ai retiré aucun esprit volatil urineux, j'ai voulu voir si je pourrois en retirer avec la chaux.

J'ai mis une livre d'imprégnation de plâtras dans une grande cucurbite, posée sur un bain de sable, j'y ai mis un chapiteau & un récipient, sans les luter, j'ai fait distiller cette matière, j'en ai tiré 6 onces de liqueur, cette liqueur n'avoit aucune saveur, la dernière once qui a distillé, a rougi le papier bleu, comme la dissolution de sel armoniac, ce que les autres n'ont pas fait; ce qui étoit dans la cucurbite avoit la consistance d'extrait, j'y ai mêlé dans le même temps une livre de chaux en poudre, il ne s'est exhalé aucune odeur urineuse, quoique la matière fût très-chaude, j'y ai luté un chapiteau & un récipient, j'ai pouffé le feu pendant 5 heur. la matière a distillé fort lentement, je n'ai pû retirer que 2 onces de liqueur qui avoit une odeur d'empireume, mêlée d'esprit volatil urineux.

Elle n'avoit aucun goût.

Elle n'a point fait de changement au papier bleu.

Elle n'a point fermenté avec l'esprit de nitre, mais elle a jetté des fumées épaisses qui sentoient l'esprit urineux, & ne s'est point échauffée.

Elle a fait de même avec l'huile de vitriol, mais elle s'est échauffée.

Elle a blanchi, comme de la crème, la solution de sublimé corrosif, & l'a rendue aussi épaisse, j'ai jetté sur ce mélange, de la dissolution de sel de tartre qui étant bien mêlée, le tout est devenu blanc.

La matière restée dans la cucurbite, étoit dure & très-blanche, elle pesoit 23 onces, j'en ai retiré, par la lotion, 20 onces de terre très-blanche, il est donc resté 3 onces de matière saline dissoute dans l'eau. Cette liqueur évaporée jusqu'à pellicule, & mêlée séparément avec l'esprit de nitre, l'esprit de sel, l'huile de vitriol, l'huile de tartre par défaut, & la solution de sublimé corrosif, a donné les mêmes changements que la dissolution de sel de plâtras, mêlée avec les mêmes liqueurs, & dont j'ai parlé ci-dessus.

Tout ce que la chaux a produit dans cette distillation, c'est de donner une liqueur légèrement urineuse, & point d'esprit acide.

REMARQUE.

J'ai dit à la page 389, que je n'ai trouvé (dans les Plâtras) ni salpêtre, ni sel marin par aucun procédé, & qu'il n'est pas possible d'en retirer, à moins d'y adjoûter un sel fixe; je n'ai pas prétendu qu'il n'y en avoit pas du tout, car il peut y en avoir. L'on connoit assés le salpêtre de houffage, j'en ai retiré moi-même de très-beau & de très-vif, qui s'étoit formé sur des murailles & sur des pierres particulières: c'est une chose que j'expliquerai dans le Mémoire que je donnerai, en parlant de la formation du salpêtre. L'on y verra la raison pourquoi l'on ne retire point de salpêtre des Plâtras, quoiqu'il puisse y en avoir; & pourquoi le salpêtre qui se forme sur certaines pierres, est beaucoup plus vif que tout autre salpêtre.



P R O B L E M E.

Quatre points ou quatre objets étant donnés sur un plan, placés comme on voudra, trouver un cinquième point, duquel ayant tiré des lignes aux quatre objets, les trois angles formés par ces quatre lignes soient égaux, ou dans tel rapport donné qu'on voudra.

Par M. PITOT.

JE n'entre point ici dans la question de sçavoir si les 28 Juillet
distances vûës sous des angles égaux, paroissent ou sont 1734
jugées égales, il me paroît seulement que notre jugement là-dessus doit varier suivant qu'il y a entre notre œil & ces mêmes distances, plus ou moins d'objets interposés.

Pour résoudre ce Probleme, il ne faut d'abord considérer que trois des objets, & chercher les points d'où l'on puisse voir ces trois objets sous deux angles égaux. Ce Probleme est toujours indéterminé, mais le lieu en est différent, suivant les différentes situations respectives des objets entre eux ; ce lieu peut être une ligne droite, une section conique, une courbe du second genre, & plus généralement, une courbe du troisième genre.

Lorsqu'il y a quatre objets, le Probleme est déterminé, mais sa solution dépend entièrement de celui de trois ; car ayant trouvé la courbe qui satisfait à trois des objets quelconques, on en laissera un à volonté pour prendre le quatrième, & ayant trouvé, par la même méthode, la nouvelle courbe pour ces trois derniers, le point où ces deux courbes se couperont, résoudra le Probleme.

Le cas le plus simple est lorsque les objets sont placés sur une ligne droite ; ce cas me fut proposé par un de nos M.^{rs} ; je le résolus sans calcul, par une méthode très-simple, bien différente, & moins composée que les solutions que

M.^{rs} Guinée & Ozanam ont données de ce même cas.

Comme la solution générale que je donne ici, suppose ma méthode pour le cas simple dont je viens de parler, j'ai besoin de commencer par cette méthode.

Fig. 1. Trois objets A, B, C , étant donnés sur une ligne droite: pour trouver le point G , en sorte que les angles AGB, BGC soient égaux, on formera sur les intervalles AB & BC des triangles semblables & isosceles ADB, BEC , on tirera la ligne EDF , & du point F pour centre, & du rayon FB on décrira le cercle BGH , qui sera le lieu de tous les points G . Car du point E pour centre ayant décrit le cercle CBG , & du point D le cercle ABG , il est évident que les angles ADB, BEC , étant égaux, les angles à la circonférence AGB, BGC , sont aussi égaux. Or, en faisant différents triangles isosceles ADB, BEC , on aura différents points G , & la ligne BG sera toujours divisée en deux également & perpendiculairement par FDE . Donc cette même ligne BG sera toujours une corde du cercle BGH . Donc le cercle BGH est le lieu de tous les points G .

Si les angles AGB, BGC , sous lesquels on voudroit voir les trois objets A, B, C , étoient donnés, le Probleme seroit déterminé, on seroit simplement les angles ADB, BEC , doubles des angles donnés AGB, BGC .

Si on vouloit que les angles AGB, BGC , au lieu d'être égaux, fussent doubles ou triples l'un de l'autre, ou généralement dans tels rapports qu'on voudra, on seroit simplement les angles ADB, BEC dans ces mêmes rapports. Ainsi on résoudroit très-aisément cette question : *Trouver le point d'où l'on peut voir trois objets sur une ligne droite sous deux angles donnés ?*

Fig. 2. Pour résoudre présentement le cas général, ou dont les trois objets sont placés indifféremment sur le plan, on joindra deux des objets quelconques par une ligne indéfinie, & on rapportera le troisième objet sur cette ligne; ainsi ayant joint A & C , par la ligne IAC , il est évident que si l'on tire du troisième objet B , une ligne à volonté BEM , qui

coupe AC en E , on pourra trouver sur cette ligne le point M , d'où ayant tiré MA , MC , elles feront avec MEB , les angles AMB , CMB égaux : Car il n'y a qu'à considérer que les trois objets sont A , E , C , faire comme au premier cas, les triangles semblables & isosceles AGE , $EF C$, tirer FGH , & du point H pour centre, décrire le cercle EMI qui sera tel, que de tous les points de sa circonférence, on verra les trois points A , E , & C , sous deux angles égaux. Mais entre tous les points de cette circonférence, il n'y a évidemment que le point M , d'où l'on puisse voir les trois objets A , B , C , sous deux angles égaux. On peut cependant trouver une infinité de points M , en tirant différentes lignes BEM , & opérant comme ci-dessus ; la suite de tous ces points M formera une ligne courbe. Voici la manière dont nous avons déterminé son équation.

Par les points B & M , on tirera les perpendiculaires BD , MP ; soient nommées les données AD , a ; DC , b ; BD , c ; & les indéterminées DP , x ; PM , y ; ED , z ; AH , u . AP sera $a-x$; AE , $a-z$; EC , $b+z$; HE , $a+u-z$. Donc $IE=2u+2a-2z$, & $IP=2u+2a-z-x$. Cela posé, les triangles semblables CFH , EGH , donneront CE , $EH :: FG$, GH , & les triangles semblables EFH , AGH donnent EA , $AH :: FG$, GH . Donc CE , $EH :: EA$, AH ; ou, en termes analytiques, $b+z \cdot a+u-z :: a-z \cdot u$, ce qui donne une première équation

$$bu + 2zu - au = aa - 2az + zz.$$

Les triangles semblables EDB , EPM donnent ED , z . DB , $c :: EP$, $x-z$. PM , y . D'où l'on tire une 2.^{de} équation $zy = cx - cz$. Enfin les triangles semblables EPM , MPI donnent EP , $x-z$. PM , $y :: PI$, y . PI , $2u-2a-z-x$, ce qui donne une 3.^{me} équation

$$yy + xx - zz - 2ax + 2az = 2ux - 2zu.$$

Il faut présentement avec la 1.^{re} & la 3.^{me} équation, faire évanouir l'indéterminée u , & substituer dans la nouvelle équation, la valeur de z , tirée de la seconde; & l'on aura

408 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 enfin, après les réductions, l'équation de la courbe

$$\begin{aligned}
 & ay^4 - 2cxy^3 - bccyy - 2bcxxy + 2accxx = 0 \\
 & - by^4 + 2acy^3 + accyy + 2abxxy \\
 & \quad - 2bcy^3 - 2ccxyy + 2acxxy \\
 & \quad + axxyy - 2cx^3y \\
 & \quad + 2abxxyy \\
 & \quad - bxxxyy.
 \end{aligned}$$

Comme nous avons donné la méthode de trouver, par une opération très-simple, tant de points *M* de la courbe qu'on voudra, il seroit très-inutile de chercher à la décrire par le moyen de son équation.

Fig. 1. Cette équation renferme tous les cas possibles; car si, pour tomber dans le premier cas qui est, comme nous avons dit, le plus simple, on suppose *BD* nulle, alors les points *B* & *E* se confondront avec le point *D*, & effaçant dans l'équation, les termes où *BD*, *c*, se trouve, elle se réduira à celle-ci $\frac{2abx}{b-a} - xx = yy$, ou $\frac{2abx}{a-b} - xx = yy$, suivant que (*a*) est moindre, ou plus grand que (*b*). Or il est très-aisé de voir que cette équation est celle du cercle *BGH*, ou du lieu de tous les points qui satisfont au premier cas; car ayant donné aux lignes du premier cas, les mêmes dénominations qu'à celles du second, on aura *AB* = *a*, *BC* = *b*, *AF* = *u*, *BP* = *x*, & *PM* = *y*.

Les triangles semblables *CEF*, *BDF* donnent *CE*, *BD* :: *CF*, *BF*. Mais *CE* . *BD* :: *CB* . *AB*. Donc *CF* . *BF* :: *CB* . *AB*; ce qui donne en termes analytiques $b + a + u$. $a + u$:: b . a ; d'où l'on tire *AF*, $u = \frac{aa}{b-a}$, & *BF* qui est le rayon du cercle = $\frac{ab}{b-a}$, & l'équation du cercle sera $\frac{2abx}{b-a} - xx = yy$. Si *AB* avoit été plus grand que *BC*, le point *F* seroit tombé de l'autre côté, & l'équation du cercle seroit $\frac{2abx}{a-b} - xx = yy$.

Si

Fig. 2

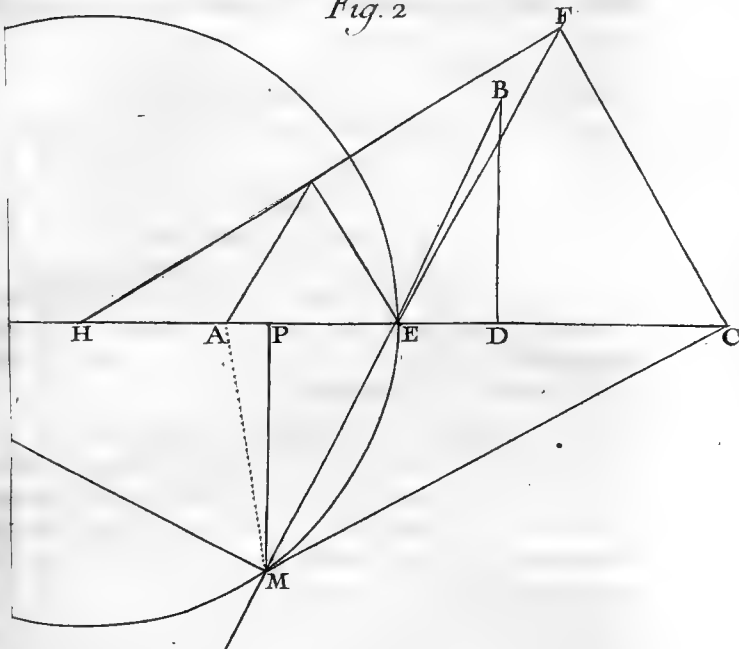


Fig. 1

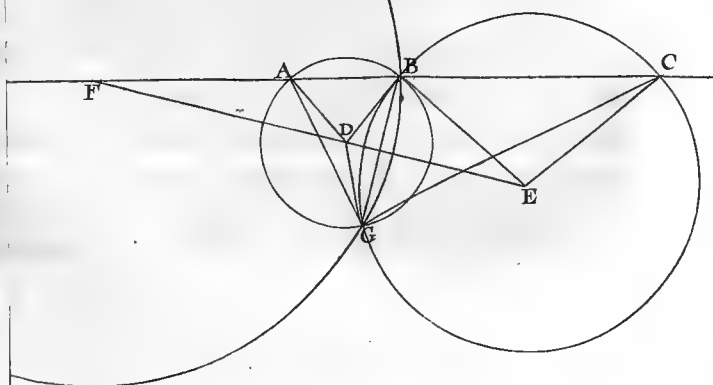
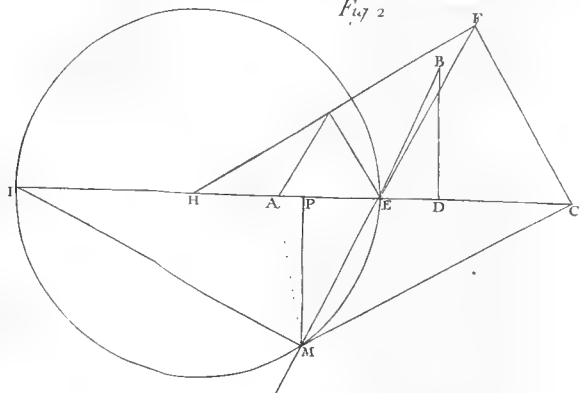
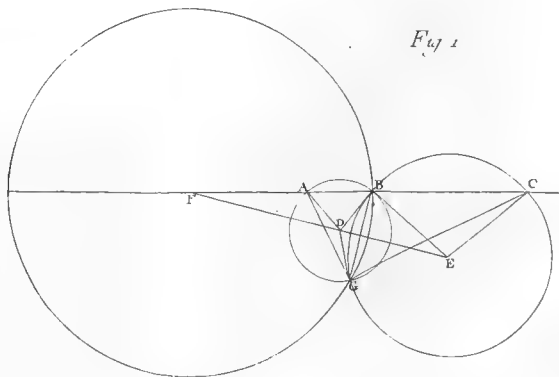


Fig 2


$$F_{u, j+1}$$


Si les trois objets forment un triangle isoscele & ABC , alors les trois grandeurs a , b & c seront égales, & l'on aura, en mettant a pour b & c , cette équation $y^3 + xxy - aax = 0$.
 $- aay$.

Nous pourrions faire plusieurs observations sur ce Probleme, & en tirer beaucoup de Corollaires.

METHODE NOUVELLE DE TROUVER LA HAUTEUR DU POLE.

Par M. GODIN.

LA hauteur de l'Equateur, ou, ce qui revient au même, 28 Juillet
la hauteur du Pole sur l'horison, lorsqu'on ne la veut 1734
connoître qu'à une minute près, n'est pas difficile à déterminer. Des Voyageurs qui ne sont que Voyageurs, avec des instruments médiocres peuvent aller jusqu'à ce degré de précision; mais cela ne suffit pas aux Astronomes, & cet arc qui se rencontre à chaque pas dans les calculs astronomiques, auxquels il sert très-souvent de base, s'il n'étoit connu qu'à une minute près, répandroit un faux général, & souvent des absurdités dans les Théories. Cependant on ignore encore si l'on peut s'assurer, ou plutôt si l'on connoît la hauteur du Pole d'un lieu à 20" près, d'un lieu même dans lequel on a la commodité de faire une longue suite d'observations. M.^{rs} Cassini & Maraldi ont toujours retenu la hauteur du Pole à l'Observatoire Royal, de 48° 50' 10", M. de la Hire l'a toujours prise de 10" moindre.

Fixer la hauteur du Pole par les hauteurs méridiennes du Soleil & des Étoiles fixes, ou par la plus grande & la plus petite hauteur d'une Étoile toujours apparente, c'est, dans le premier cas, supposer entr'autres choses, la hauteur

Mem. 1734.

. Fff

410 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
du Pole déjà bien connuë, & dans les deux ensemble, une Table exacte des refractions, sans compter des irrégularités dans quelques Etoiles fixes, & peut-être dans toutes, dont on s'est apperçû sans les avoir encore limitées. Si j'observe, par exemple, la Polaire dans ses deux médiations au-dessus & au-dessous du Pole (ce que l'on doit regarder comme une des meilleures manières de trouver la hauteur du Pole) quelle Table de refractions choisirai-je? elles diffèrent toutes entr'elles. De plus, cette Etoile a des variations singulières; car au lieu de s'approcher régulièrement du Pole, elle semble quelquefois s'en éloigner, en sorte qu'en divers temps, les observations donnent des hauteurs de Pole différentes, & cette différence va à plus d'une demi-minute. Que cela vienne du mouvement annuel de la Terre, ou simplement d'une nutation de son axe, ou de la variation des refractions en différents temps, c'est ce qu'on ne sçauroit encore décider, & les observations faites jusqu'à présent ne s'y accordent pas: ce qu'il y a de certain, c'est que vers l'Equinoxe du Printemps, cette Etoile paroît plus basse qu'elle ne devoit; que vers l'Equinoxe d'Automne, elle paroît plus haute; & qu'en général en diverses années, ses hauteurs varient indépendamment de sa distance au Pole, comme je le détaillerai dans un autre Mémoire.

Ces réflexions m'ont fait chercher une méthode de trouver la hauteur du Pole, qui fût exempte de ces incertitudes, & sur-tout qui ne supposât pas les refractions. Je n'en ai pas trouvé de cette nature qui fût directe, mais celle que je vais donner en approche, & elle donnera la hauteur du Pole à 5" près, dans les mêmes circonstances que j'emploie. En voici une idée générale, en ne supposant point les refractions.

Je choisis une des Etoiles circompolaires qui, dans sa plus grande hauteur méridienne, passè assés près du Zénith, & soit par-là exempte des réfractions, telle est à mon égard la Lufante du côté de Persée (α , *Bayeri*) qui vient à 7^e environ du Zénith.

¶ Ayant placé un Quart-de-cercle garni d'une Lunette en alhidade, dans le plan du cercle de 6 heures, le centre tourné vers le Pole, j'observe l'Etoile dans ses plus grandes digressions apparentes du Pole, c'est-à-dire, lorsqu'en parcourant son parallèle, elle vient à rencontrer le cercle de 6 heures; ce temps se connoît aisément, soit par l'heure à peu-près, soit parce qu'elle paroît alors décrire le fil horisontal de la Lunette, devenu vertical par la situation de l'Instrument. Ces deux observations dans les deux digressions donnent sur le limbe du Quart-de-cercle, un arc égal au double de la distance de l'Etoile au Pole, dont la moitié étant ôtée de la plus grande hauteur méridienne de l'Etoile qui est hors des réfractions, puisqu'elle passe à 7' près du Zénith, donnera la hauteur du Pole, sans avoir égard à l'effet des réfractions.

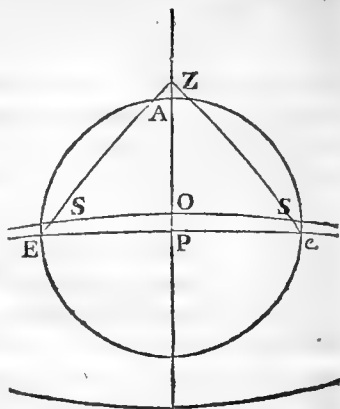
Dans un lieu dont la latitude seroit moindre que 45° , il faudroit un arc plus grand qu'un Quart-de-cercle, & il faut aussi que l'instrument dont on se servira, soit au moins du double de degrés que le complément de la déclinaison de l'Etoile dont on se sert : par exemple, on ne pourroit pas faire usage d'un Quart-de-cercle pour une Etoile qui n'auroit que 40 degrés de déclinaison, parce que sa distance au Pole étant de 50 degrés, sa double distance, ou l'arc compris entre ses deux digressions, qui est celui que l'on observe, sera de 100 degrés.

Mais parce que l'Etoile est sujette aux réfractions dans ses diverses hauteurs sur l'horison, l'arc entre ses deux digressions apparentes & mesuré sur l'instrument, n'est pas le véritable. Dans ces deux situations, l'Etoile souffre de part & d'autre deux réfractions égales qui élevant suivant un vertical, diminuent l'arc total entre les deux digressions véritables, & par conséquent la distance de l'Etoile au Pole, en sorte que par cette méthode, la hauteur du Pole viendra plus grande qu'elle ne doit être.

Si *Z* est le Zénith, *P* le Pole, *AEC* le parallèle de l'Etoile, *EP* qui est une portion du cercle de 6 heures,

Fff ij

412 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 fera la véritable distance de l'Etoile au Pole; mais l'Etoile
 étant en E , par exemple, dans sa plus grande digression,
 elle sera vûë à cause de la ré-
 fraction en un point S du ver-
 tical ESZ , & de même dans
 l'autre digression, & la moitié
 de l'arc observé sera SO , diffé-
 rent de EP . Voici de quelle
 manière j'emploie cet arc ob-
 servé SO à trouver l'arc EP ,
 & par conséquent la hauteur
 du Pole.



SO est une portion de grand
 cercle, puisqu'il est formé par
 le plan prolongé du Quart-de-
 cercle dont on se sert dans l'observation : de plus, il est
 perpendiculaire à ZP , parce que ses poles sont nécessaire-
 ment sur le cercle ZP , c'est pourquoi le triangle ZSO est
 rectangle en O . Si, dans l'instant que l'Etoile est observée
 en S dans sa plus grande digression apparente, on prend sa
 hauteur aussi apparente sur l'horison, le complément de cette
 hauteur sera ZS . On connoît donc dans ce triangle les deux
 côtés ZS , OS , outre l'angle droit, c'est pourquoi l'on trou-
 vera l'angle SZO .

Supposant maintenant la réfraction ES d'une certaine
 quantité, on aura ZE , & dans le triangle ZEP , rectangle
 en P , connoissant deux angles & un côté, on trouvera EP ,
 distance véritable de l'Etoile au Pole, qui, étant adjou-
 tée à ZA , complément de la hauteur méridienne de l'Etoile,
 donnera ZP , complément de la hauteur du Pole.

La solution exacte de ce Probleme, ne dépend donc que
 de la valeur ES de la réfraction, c'est en la supposant de
 différente grandeur que l'on parviendra à une solution fort
 approchée; car si, donnant à ES différentes valeurs, affés
 différentes entr'elles, & beaucoup plus qu'elles ne doivent

l'être, par tout ce que nous connoissons des réfractions, la hauteur du Pole vient à très-peu près la même, la solution du Probleme sera aussi bonne que si elle étoit directe. En voici un exemple appliqué à des observations.

Les 13, 15, 18 & 19 Novembre 1733, qui est un temps propre pour l'observation de la Lnisante du côté de Persée dans les circonstances que j'ai dites, j'observai cette Etoile dans ses plus grandes digressions apparentes du Pole, auxquelles elle arrive vers les 6 heures du soir & du matin. L'arc total entre ses deux digressions, fut trouvé de $82^{\circ} 3' 19''$, sa hauteur apparente sur l'horison alors étoit de $34^{\circ} 37' 28''$, & sa hauteur méridienne de $89^{\circ} 53' 0''$.

Dans le triangle rectangle ZSO , on connoît SO de $41^{\circ} 1' 39'' \frac{1}{2}$, & le côté ZS , complément de la hauteur observée est aussi connu de $55^{\circ} 22' 32''$, c'est pourquoi on trouvera l'angle OZS de $52^{\circ} 54' 39'' \frac{1}{2}$.

$$\begin{array}{r}
 S. \ ZS. \ 55^{\circ} 22' 32'' \\
 S. \ SO. \ 41 \ 1 \ 39 \ \frac{1}{2} \quad 198171831131 \\
 ST. \quad 90 \ 0 \ 0 \quad \underline{99153439119} \\
 S. \ OZS. \ 52 \ 54 \ 39 \ \frac{1}{2} \quad 99018392012 \\
 \quad \quad \quad \underline{241589} \\
 \quad \quad \quad 150423 \left(9 \frac{1}{2} \right. \\
 \quad \quad \quad \underline{143262} \quad \left. 15918 \right. \\
 \quad \quad \quad 7161
 \end{array}$$

Supposons maintenant qu'à la hauteur de $34^{\circ} 37' 28''$, où étoit l'Etoile dans le temps de sa plus grande digression, la réfraction l'ait élevée de $1' 25''$, qui est celle que donne la Table de M. Cassini, on aura ZE de $55^{\circ} 23' 57''$. Cela posé, dans le triangle rectangle ZEP , on connoît EZ , & l'angle EZP que l'on vient de trouver, c'est pourquoi on trouvera EP par l'analogie suivante de $41^{\circ} 2' 30'' \frac{1}{4}$.

Fff iii

ST. $90^{\circ} 0' 0''$

S. EZP. $52 \ 54 \ 39 \frac{1}{2}$ 99018392012
 101682

S. ZE. $55 \ 23 \ 57$ 99154572648

S. EP. $41 \ 2 \ 30 \frac{1}{4}$ 198173066342 $\left(\frac{1}{4}\right)$
 59685 24184
 6657

Or *EP* est égal à *PA*, c'est pourquoi si de la hauteur
 méridienne de l'Etoile. $89^{\circ} 53' 0''$
 on ôte *PA*. $41 \ 2 \ 30 \frac{1}{4}$

Il restera pour la hauteur du Pole. $48 \ 50 \ 30$.

Voilà le Probleme résolu, en supposant la réfraction de $1' 25''$,
 à la hauteur de $34^{\circ} 37' 28''$; mais si la réfraction étoit
 moindre ou plus grande, qu'elle fût, par exemple, de $1' 38''$,
 telle que M. de la Hire la donne à cette hauteur, voyons
 quelle différence il viendrait dans la hauteur du Pole; ou
 plutôt prenons deux réfractions, telles que $1' 5''$ & $1' 45''$,
 l'une plus petite, & l'autre plus grande que celle que j'ai
 prise de $20''$.

En prenant la plus petite, on aura cette nouvelle analogie
 où *EP* vient de $41^{\circ} 2' 18'' \frac{1}{4}$.

ST. $90^{\circ} 0' 0''$

S. EZP. $52 \ 54 \ 39 \frac{1}{2}$ 99018392012
 101703

S. ZE. $55 \ 23 \ 37$ 99154282087

S. EP. $41 \ 2 \ 18 \frac{1}{4}$ 198172775802
 575924
 199878 $\left(\frac{8 \frac{1}{4}}{4}\right)$
 193512 24189
 6366

En prenant la plus grande réfraction, on aura celle-ci
 où *EP* vient de $41^{\circ} 2' 42'' \frac{1}{4}$.

ST.	90° 0' 0"	
S. EZP.	52 54 39 $\frac{1}{2}$	99018392012
		101661
S. ZE.	55 24 17	99154863147
S. EP.	41 2 42 $\frac{1}{4}$	998173356820
		01530
		55290 $\left(2\frac{5}{4}\right)$
		48364 $\left(24182\right)$
		6926

Ce qui donne 24" de différence dans la hauteur du Pole pour 40" de différence dans la réfraction, c'est-à-dire, 6" pour 10" de réfraction, qui est toute la différence qu'il peut y avoir dans les Tables de Réfractions, construites par différents Astronomes pour le même lieu, à des hauteurs d'environ 40°. Cette incertitude sera moindre encore à des hauteurs plus grandes, & j'ai amené le Probleme à un point, si je ne me trompe, assés important, qui est de trouver la hauteur du Pole par le moyen d'une Etoile fixe, sans connoître sa déclinaison, & en telle sorte que l'erreur qui viendra des réfractions mal connus, soit diminuée de sa moitié.

Pour juger de ce que l'on gagne à éviter de supposer la déclinaison de l'Etoile, il n'y a qu'à remarquer que celle de l'Etoile α de Persée que j'ai choisie, & qui est une belle Etoile de la seconde grandeur, est très-différente dans nos meilleurs Catalogues. M. Maraldi donne cette déclinaison pour le commencement de l'année 1734, de 49° 1' 40", & M. Flamsteed pour le même temps, de 48° 53' 18", la différence entr'eux, est de 8' 22".

Il ne me reste qu'une remarque à faire, qui est que la hauteur de l'Etoile, lorsqu'elle est dans ses plus grandes digressions, n'est pas sujette à erreur, comme on le pourroit croire d'abord, à cause que dans cette situation sa hauteur change très-prompement, au lieu que son élévation reste

long-temps la même, de sorte qu'il paroîtroit fort aisé de bien déterminer l'angle de son élongation, mais fort difficile au contraire, de saisir sa hauteur dans le véritable instant qu'elle est dans le cercle de 6 heures; cependant, il est fort facile d'y parvenir, il n'y a qu'à faire attention que de part & d'autre du Pole, cette hauteur doit être la même, & que les deux soient prises dans des temps justement éloignés de 12 heures. Ainsi, lorsque l'Etoile, par exemple, est dans la digression orientale, il faut prendre ses hauteurs, au moins de minute en minute, & marquer l'heure, & faire la même chose lorsqu'elle se trouve à sa digression occidentale. On verra ensuite quelles sont les hauteurs égales qui sont éloignées l'une de l'autre de 12 heures, & ces hauteurs seront les véritables qu'il faudra employer. Si, de toutes celles qu'on a prises, il ne s'en trouvoit aucunes qui fussent dans ce cas, on les y fera venir par le rapport des changements de hauteurs aux intervalles des temps, & cela ne peut produire aucune erreur sensible.



M E M O I R E

S U R

L'EMETICITE' DE L'ANTIMOINE,
SUR LE TARTRE E'METIQUE,
ET SUR LE KERMÈS MINÉRAL.

Par M. GEOFFROY.

L'USAGE du Tartre émétique, introduit avec succès dans la Médecine, lorsqu'il est nécessaire de faire vomir les malades : celui du Kermès minéral, employé sagement par les grands Praticiens, pour cuire les humeurs, & les disposer à une évacuation salutaire, seroient l'un & l'autre hors de tout soupçon (quand ils sont ordonnés à propos) si ces deux remèdes étoient préparés avec toutes les précautions nécessaires, & si l'on suivoit par-tout le meilleur & le même procédé; mais il arrive souvent qu'un Tartre émétique donné à 3 grains, fait de grands effets, pendant qu'un autre émétique, préparé différemment, ne fera rien à 6 ou 7 grains; & cela dans des dispositions à peu-près semblables de la part des malades.

13 Novemb.
1734.

Il en est de même du Kermès minéral, l'un n'excite que très-peu de nausées à la dose de 3 & 4 grains, l'autre fait vomir à un grain ou un grain & demi, sans qu'on puisse attribuer cette différence d'effet au plus ou moins d'acide séjourant ou introduit dans l'estomac.

Une telle variété méritoit qu'on en examinât la cause, puisque le Public y est intéressé.

J'ai rassemblé de plusieurs endroits douze Tartres émétiques, & un pareil nombre de préparations de Kermès minéral. La manière dont je les ai analysés, la différence de leurs produits, font en partie le sujet de ce Mémoire, & cette différence donnera une indication certaine, ou un moyen

Mem. 1734.

. G g g

de connoître l'effet qu'on doit attendre de tel ou tel Émé-
tique, de tel ou tel Kermès, en supposant dans les malades
des dispositions à peu-près égales. Je proposerai à la fin
du Mémoire, un autre remède bien simple, qui peut être
substitué au Kermès dans plusieurs cas, & souvent avec un
succès moins douteux.

L'Antimoine, dont on sçait que le Tartre émétique &
le Kermès sont deux préparations, est un minéral composé
d'un peu de terre métallique facile à vitrifier, d'une portion
assés considérable d'acide vitriolique, & du bitume ou huile
de la terre.

Cet acide, joint au bitume, forme le soufre brûlant;
soufre qui est quelquefois si abondant dans l'Antimoine
minéral, que souvent il s'en trouve qui s'enflamme comme
le soufre commun. C'est ce soufre uni à la terre métallique
de l'Antimoine, qui fait voir dans ce minéral (lorsqu'il n'a
subi que les premières fontes servant à le purifier) cette
multiplicité d'aiguilles dont il est composé; mais c'est à l'acide
vitriolique, uni au bitume, & formant le soufre commun,
que ces aiguilles sont dûes, & non à la matière huileuse
seule. Car si l'on fond du verre d'Antimoine avec un simple
phlogistique qui n'ait point cet acide, comme le charbon
de bois pulvérisé, on ressuscite ce verre en régule, qui n'est
pas aiguillé comme l'Antimoine, mais rempli de facettes ou
de lames brillantes. Si au contraire, on employe le soufre
commun pour ressusciter de semblable verre d'Antimoine,
on trouve dans le creuset un Antimoine aiguillé, comme
l'Antimoine ordinaire, parce qu'on a rendu à ce minéral
vitrifié tout ce qu'il avoit perdu pendant sa calcination,
c'est-à-dire, son acide vitriolique, & cette graisse de la terre,
formant ensemble le soufre commun qui lui est essentiel
pour être Antimoiné.

La preuve de l'existence d'une terre vitrifiable dans l'An-
timoine, est sa facilité à se vitrifier, lorsque par la calci-
nation on en a fait évaporer l'excédent de l'acide vitriolique
& du phlogistique qui interrompoient la continuité ou

l'atouchement des particules intégrantes de cette terre métallique.

Ainsi il résulte de ce que je viens de dire, que cette terre désunie ou divisée par beaucoup de soufre brûlant, fait de l'Antimoine.

Que la matière inflammable étant enlevée en partie, en sorte qu'il n'en reste que ce qu'il en faut pour conserver à l'Antimoine une forme métallique, on a du régule.

Que si on enlève presque totalement cette matière inflammable par une calcination modérée, la terre métallique de l'Antimoine prend la forme du verre lorsqu'on la met à un feu de fusion.

Qu'enfin, si l'on pousse cette calcination par degrés à un feu extrême, on a une chaux désanimée, ou une terre qui, quant à l'éméticité, n'a plus les propriétés ni les vertus de l'Antimoine, de son régule, ou de son verre.

Il y a quelques Auteurs, du nombre desquels est Kunckel, qui supposent dans l'Antimoine un principe mercuriel concourant avec le soufre & la terre vitrifiable pour la formation de ce minéral. L'Auteur que je cite, indique même énigmatiquement, plusieurs voyes pour découvrir ce mercure : mais je n'ose admettre ce principe mercuriel, jusqu'à ce que par quelque procédé hors de tout soupçon, je puisse me convaincre de l'existence d'un mercure coulant dans l'Antimoine. J'ai déjà commencé, sur la foi de Kunckel qui étoit un excellent Artiste, quelques-unes des opérations par lesquelles on prétend l'obtenir, & mes expériences, si elles réussissent, me fourniront de quoi donner un autre Mémoire à la Compagnie.

Quant à présent, je ne reconnois que trois principes secondaires qui soient sensibles dans l'Antimoine, un acide vitriolique semblable à l'esprit de soufre, une matière sulphureuse, bitumineuse, huileuse, (il n'importe, pourvu qu'avec l'acide vitriolique elle puisse former un soufre commun;) enfin une terre métallique vitrifiable.

Le soufre commun n'est point émélique; l'acide vitriolique,

la plupart des liqueurs huileuses avec lesquelles il pourroit produire du soufre, ne le sont pas non plus. La chaux défanimée de l'Antimoine n'excite aucune nausée : cependant de toutes ces matières combinées il se forme un minéral ; & de ce minéral, l'art extrait un régule, un verre, & d'autres préparations qui sont violemment émétiques.

Si l'on fait digérer du verre d'Antimoine pulvérisé dans du vinaigre blanc, jusqu'à ce que le vinaigre n'en tire plus de teinture ; si l'on refond la poudre jusqu'à la vitrifier, qu'on la pulvérisé de nouveau, qu'on la fasse digérer dans de nouveau vinaigre blanc, & qu'on répète cela plusieurs fois ; enfin, à la quatrième ou cinquième vitrification, le verre se trouvera noir, n'aura presque plus de transparence, & ne sera plus du tout émétique, quoique les deux ou trois premiers le fussent considérablement.

Tous les vinaigres précédents sont émétiques à différents degrés : les premiers sont un peu plus salés que les derniers, qui semblent avoir un goût astringent. Ils ont pris tous une teinture rouge en digérant sur ces verres pulvérisés ; (mais sur toute matière purement sulphureuse ils prendroient une semblable teinture, & ne seroient pas pour cela émétiques ;) il faut donc que l'huileux du vinaigre ait extrait la teinture d'un reste de matière sulphureuse ou du phlogistique concentrée dans le verre d'Antimoine, & que l'acide du même vinaigre ait corrodé ou dissout une portion de la partie réguline du verre, ou si l'on veut, de cette partie aisée à réguler. Or on sçait déjà, & je vais faire voir que c'est la partie réguline de l'Antimoine qui constitue son éméticité ; c'est-à-dire, que cette éméticité est résidente dans un combiné quelconque de soufre composé de très-peu d'acide vitriolique & d'une portion de matière inflammable, unis à une terre vitrifiable. Si cette terre a peu d'interstices remplis par le soufre, elle sera très-émétique, tel est le verre d'Antimoine, qui est une des plus émétiques de toutes les préparations de ce minéral. Si ces interstices sont plus grands ou plus multipliés, comme ils le sont dans le régule qui contient plus

de soufre que le verre, elle fera un peu moins émétique : enfin si ces interstices sont si larges qu'il y ait plus de soufre grossier que de cette terre vitrifiable, il n'y aura plus d'éméticité que par accident ; comme dans l'Antimoine, qui ne fait vomir qu'à l'aide de quelque acide.

La principale raison pourquoi l'Antimoine brut n'est pas émétique, c'est que l'acide vitriolique y est uni à un phlogistique onctueux avec lequel il forme un soufre grossier & bitumineux, qui lie si bien les particules de la terre métallique, qu'elles ne peuvent agir dans l'estomac sans un secours étranger. Mais quand la plus grande partie de cet acide & de ce phlogistique bitumineux est enlevée par le feu ou par tout autre moyen ; alors il ne reste dans le régule qu'un soufre capable d'expansion, & par conséquent en état d'enlever avec lui des particules de la terre métallique vitrifiable, qui par leur roideur peuvent irriter le genre nerveux, & exciter des contractions violentes ; car je suppose que cette irritation est la première cause du vomissement.

On m'objectera peut-être que tout ce que je viens de dire sur l'éméticité de l'Antimoine, étoit en partie connu ; cela peut être : mais je ne pouvois me dispenser, par rapport à la suite de ce Mémoire, de faire voir que le phlogistique ou principe inflammable de l'Antimoine, n'est émétique qu'autant qu'après avoir été dégagé de son acide vitriolique, il est uni à sa terre vitrifiable, c'est-à-dire, autant qu'il approche de la forme du verre, ou au moins de celle du régule : qu'ainsi plus le Tartre émétique & le Kermès contiendront de régule aisé à ressusciter, plus ils seront émétiques. Je vais passer à des expériences qui le prouveront.

J'ai employé une once de chacun des Tartres émétiques que j'ai rassemblés : je les ai broyés séparément avec pareil poids ou un peu plus de flux noir, composé de deux parties de Tartre rouge, & d'une partie de nitre calcinés ensemble : j'ai mis ces mélanges dans différents creusets faits en cone renversé ; je les ai tenus au feu de fonte, jusqu'à ce que les sels fondus se fussent affaîlés & parussent comme une huile

tranquille au fond du creuset. J'ai laissé éteindre le feu & refroidir les creusets : je les ai cassés, & j'ai trouvé le régule resuscité, rassemblé au fond du creuset.

Des plus foibles Tartres émétiques, j'ai eu par once depuis 30 grains jusqu'à un gros 18 grains de régule.

De ceux d'une éméticité moyenne, un gros & demi : & des plus violents dans leurs effets, jusqu'à 2 gros 10 grains.

Les scories de ces essais qui étoient jaunes d'abord, sont devenues vertes ensuite, puis elles ont noirci, & enfin elles se sont mises en deliquium.

L'action des plus forts Tartres émétiques dépend donc de la quantité du régule d'Antimoine que la crème de Tartre a dissoute ; & plus les préparations antimoniales sur lesquelles on fait bouillir la solution de la crème de Tartre, approchent de la forme de régule ou de verre, plus le Tartre émétique est violent, parce qu'alors l'acide végétal du Tartre agit plus immédiatement & dissout davantage de la partie émétique de l'Antimoine.

Si au contraire on met cette solution de Tartre bouillir avec l'Antimoine crud dont les parties régulines sont enveloppées & défendues par le soufre grossier, à peine cet acide agira-t-il dessus.

J'ai fait broyer deux onces de crème de Tartre avec une once d'Antimoine qui avoit été déjà porphirisé : j'ai fait bouillir ce mélange dans une grande quantité d'eau pendant 18 heures : la liqueur ayant pris une couleur jaunâtre & un goût stiptique approchant du vitriolique, je l'ai filtrée chaude par un double papier. La masse restée au fond du matras répandoit une odeur sulphureuse. Cette imprégnation étant évaporée, j'ai eu un cristal de Tartre qui à 2 grains n'a donné que quelques foibles nausées.

J'ai pris une once de ce cristal de Tartre légèrement empreint de l'éméticité de l'Antimoine, & je l'ai fondu comme les autres Tartres émétiques avec le flux noir, j'ai trouvé dans le creuset refroidi & cassé beaucoup de scories jaunes avec quelques petits grains épars de régule, mais si menus :

& en si petite quantité, qu'ils n'avoient pû par leur poids se rassembler au fond du creuset.

Quoiqu'il soit évident par cette expérience que l'acide du Tartre agit sur l'Antimoine, & qu'il corrode un peu de sa partie réguline, cependant cette corrosion est si foible, qu'il n'est pas possible de rassembler par la réduction les particules du régule enlevé par cet acide végétal : aussi est-il certain que, quelque fine que soit la poudre de l'Antimoine, chacune de ces petites parties reste toujours enveloppée de son soufre grossier, & ce soufre la défend & oppose un enduit à l'action de l'acide du Tartre.

Il est donc prouvé que pour qu'un acide végétal devienne suffisamment émétique par son séjour sur l'Antimoine, il faut que ce minéral soit délivré, le plus qu'il est possible, de son soufre grossier ; qu'il soit réduit en un régule très-pur ; & que plus il approchera de la forme du verre, sans addition d'aucune matière étrangere qui en facilite la vitrification, plus l'acide du Tartre enlèvera, avec le soufre, de ces parties roides de la terre métallique que j'ai dit ci-devant être la cause du vomissement. Ainsi tout Tartre émétique qui aura été préparé avec le verre d'Antimoine & le foye d'Antimoine lavé, qui est une espece de vitrification, sera beaucoup plus émétique qu'aucun autre.

J'ai fait voir ci-devant par la quantité de régule contenu dans les différens émétiques dont j'ai fait la réduction, qu'il n'est pas indifférent de sçavoir à quel degré ce remède est émétique, & qu'il peut arriver dans les campagnes de grands accidens de ces ordonnances de routine qui prescrivent 4, 5 & 6 grains d'émétique pour faire vomir un malade. Si donc on jugeoit à propos de suivre ma méthode pour connoître à quelle quantité un émétique quelconque doit faire vomir, sans que le vomissement soit suivi d'accidens ; voici une table tirée du produit de mes réductions. J'ai choisi les deux extrêmes, c'est-à-dire, le plus foible & le plus fort émétique, & j'y ai adjouté celui qui m'a toujours paru contenir la proportion la plus convenable de régule.

Un Tartre émetique dont on réduit 32 grains de régule par once, en contient 4 grains par gros, & un dix-huitième de grain par grain; par conséquent il peut être regardé comme trop foible.

Celui qui fournit deux gros de régule par once, en contient 18 grains par gros: c'est un quart de grain par grain. Il est violent, à moins qu'on ne le donne en très-petite dose.

Enfin, celui qui rend un gros & demi de régule par once, en contient 13 grains & demi par gros; c'est trois seizièmes de grain par grain. Cette proportion est bonne, & je sçais que ce dernier fait vomir suffisamment à la dose de deux grains ou deux grains & demi; c'est-à-dire, en introduisant six ou sept seizièmes de grain de régule dans l'estomac.

Quoique je fixe ici la quantité de régule contenuë dans chaque grain d'émetique, relativement au produit total d'une simple réduction par le flux noir, je n'en prétends pas conclure que chaque grain de Tartre émetique non réduit, ne contienne précisément que la dose de régule ci-devant marquée: je sçais qu'il en contient un peu davantage. Mais ce surplus étant dans les scories de la réduction, il faudroit les dissoudre dans de l'eau, & en précipiter la poudre communément nommée *soufre de l'Antimoine*, puis réduire cette poudre par le flux noir, on en retireroit encore un peu de régule. J'abandonne cette réduction pour rendre mon opération servant d'épreuve, plus aisée & moins longue.

Examen du Kermès minéral.

Cette préparation, publiée par ordre du Roy en 1720, se fait par une ébullition de l'Antimoine dans de l'eau de pluye animée par la liqueur du nitre fixé par les charbons: c'est l'alcaest de Glauber: il se précipite, après la filtration de la liqueur encore chaude, une poudre qui bien édulcorée est le remede en question.

Le Kermes a été regardé pendant un temps comme un soufre de l'Antimoine. Suivant cette idée, je l'ai examiné d'abord

d'abord par la déflagration, afin de sçavoir s'il ne brûloit pas différemment de l'Antimoine en poudre & du soufre doré d'Antimoine.

J'ai fait rougir trois morceaux de porcelaine épaisse à un même feu; j'ai fait tomber sur l'un 10 grains d'Antimoine porphirisé; sur l'autre 10 grains de soufre doré d'Antimoine de la quatrième précipitation, parce que c'est le plus fin; & sur le troisième autant de Kermès bien choisi & haut en couleur. Le Kermès donne une flamme plus bleuâtre que les deux autres, il se consume plus vite que le soufre doré de l'Antimoine, qui bouillonne en brûlant comme l'Antimoine même; ces deux derniers donnant des vapeurs ou une fumée beaucoup plus grossière. L'odeur du Kermès dans cette expérience étoit moins sulphureuse & moins piquante que celle des deux autres. En continuant le feu, ces trois matières se sont évaporées, & ayant cessé de fumer, l'Antimoine a laissé sur sa porcelaine une tache d'un brun rouge, ou couleur de café.

Le soufre doré a laissé une matière rougeâtre parsemée de quelques points blancs.

Quant au Kermès, il n'a laissé qu'une terre blanche, rare, spongieuse, avec quelques petits points jaunes.

J'ai dit que j'avois choisi un Kermès haut en couleur, parce qu'il faut faire remarquer que si cette poudre rouge n'a pas été suffisamment édulcorée par de fréquentes lotions d'eau, & que s'il y reste trop de sel alkali, elle perd sa couleur à l'air, & se couvre d'une fleur ou couche blanche. J'ai même une masse de Kermès de cette espece qui est devenu tout blanc, & qui en blanchissant a perdu presque toute son odeur sulphureuse, ce qui suppose beaucoup de volatilité dans la partie sulphureuse de cette poudre; car le soufre de cette préparation n'est plus de la nature du soufre grossier de l'Antimoine, parce que l'acide vitriolique en a été dénaturé par l'alkali du nitre fixé. Pour le démontrer, j'ai pris du Kermès très-édulcoré, une partie; avec cette poudre j'ai éteint dans un mortier de verre deux parties de mercure très-pur, que j'avois resuscité sans distillation du sublimé corrosif

par la limaille de fer. Il s'est formé de ce mélange une poudre noire ou æthiops, comme quand on éteint le mercure avec le soufre commun : cependant voici la différence. L'æthiops fait par le soufre commun est une préparation qui donne toujours le cinabre artificiel par la sublimation. Si le Kermès eût été un soufre de même nature, c'est-à-dire, s'il avoit eu un acide vitriolique libre d'agir, j'aurois eu de mon æthiops de Kermès un cinabre d'Antimoine. Cependant après l'avoir poussé au feu dans une cornuë presque jusqu'à la fondre, le mercure a passé sans diminution de poids dans le récipient : il y a eu seulement à la partie du col de la cornuë sortant immédiatement du fourneau, un petit cercle rouge, mais qui n'étoit qu'une teinte presque sans consistance. J'ai trouvé au fond de la cornuë le Kermès fondu en plusieurs petites masses détachées les unes des autres, d'une couleur plus obscure que le foye d'Antimoine; quelques-unes étoient pleines de bulles d'air, & toutes étoient cassantes. Aucune de ces masses n'avoit ni les aiguilles de l'Antimoine, ni les facettes du régule. Je crois que ce qui a facilité cette fonte du Kermès, quoiqu'imparfaite, ou qu'on ne peut regarder comme une réduction, c'est la portion de sel alkali nécessairement existante dans cette poudre, mais qui n'est pas suffisante pour faire la revivification complète du régule. Toutes les masses dont je viens de parler, étoient hérissées de petites aiguilles transparentes, roides & cassantes; la voute de la cornuë étoit enduite d'une poussière blanche très-fine, parsemée en quelques endroits de petits tas de semblables aiguilles, presque toutes rangées en étoile à plusieurs rayes; elles étoient plus apparentes près du col de la cornuë, où elles s'étoient arrêtées sur un enduit de poussière jaunâtre. Les différences de couleur de cette poussière, & ces tas d'aiguilles sublimées n'ont été aisées à observer que lorsque j'ai fait cette opération avec peu de matière; car, quand j'en ai employé une plus grande quantité, le feu en fondant le Kermès, a fait élever une matière beaucoup plus confuse & plus brune à la voute de la cornuë.

Si donc on veut avoir du cinabre par le Kermès & le mercure, il faut ou y adjoûter un acide vitriolique, ou dégager celui qui a été saisi par l'alkali du nitre fixé, afin qu'avec la partie inflammable du Kermès, il puisse agir comme un soufre commun reproduit.

Premier exemple. J'ai pris une once de Kermès, j'ai versé dessus, en triturant, jusqu'à 16 gouttes d'huile de vitriol blanche & non sulphureuse; après une heure de trituration la poudre ne m'a point paru acide, ensuite j'y ai éteint petit à petit 4 gros de mercure purifié; j'ai fait triturer pendant 15 à 16 heures, car le mélange a été très-long temps à prendre la couleur noire de l'æthiops; enfin j'ai mis cet æthiops dans une cornuë, il a monté dans le col, du soufre jaune en petite quantité, ensuite une matière fort noire & bitumineuse, le mercure a passé coulant dans le récipient; voyant qu'il ne montoit plus rien, j'ai augmenté le feu & fondu le fonds de la cornuë, & le lendemain j'ai trouvé à la voute & sur la surface de la masse restée dans le fond, assés considérablement d'un fort beau cinabre d'Antimoine, mais il a fallu un feu de fonte pour le sublimer.

Second exemple. Pour dégager l'acide vitriolique du Kermès embarrassé dans le sel alkali du nitre fixé, j'ai pris 3 parties ou 9 gros de Kermès, & 4 parties ou 12 gros de sublimé corrosif (ce sont les proportions de feu M. Lémery qui a si bien analysé l'Antimoine), j'ai mis ce mélange dans une cornuë, & je l'ai poussé au feu de reverbere; la distillation m'a fourni du beurre d'Antimoine en liqueur, première preuve de l'existence d'un régule dans le Kermès, puis du mercure ressusité, & enfin du cinabre véritable d'Antimoine; j'ai trouvé aussi au fond de la cornuë une matière semblable à de l'Antimoine fondu qui auroit un peu de scories, la voute de la cornuë étoit tapissée d'une farine ou fleurs blanches d'Antimoine.

Il paroît par cette expérience que l'acide du sel marin qui étoit dans le sublimé corrosif, a abandonné son mercure pour attaquer la partie réguline du Kermès, la dissoudre, &

en faire du beurre d'Antimoine: il paroît aussi que ce régule réduit en beurre, a laissé libre la portion d'acide vitriolique qui étoit uni avant l'opération avec l'alkali du nitre fixé, avec la partie sulfureuse & avec la terre métallique de l'Antimoine, dans le Kermès (car ce sont-là les quatre matières qui entrent dans le composé de cette poudre); & qu'alors cette portion d'acide vitriolique dégagée en partie de ces liens, a repris la proportion de phlogistique qui lui convenoit pour se régénérer en soufre commun, & s'élever en cinabre, en s'unissant au mercure. J'ai pris la masse du fond de la cornue, & l'ayant réduite par le flux noir, j'ai eu 12 grains de régule de mes 9 gros de Kermès employés dans cette expérience; c'est-à-dire, un grain un tiers par gros de Kermès. Comme j'ai répété douze fois la précédente opération toute entière sur douze Kermès différents, les produits de la réduction ont varié; car j'ai trouvé deux Kermès qui m'ont rendu par le flux réductif jusqu'à deux grains un huitième de régule par gros de poudre mise à l'épreuve. Aussi ce Kermès dont le régule est si aisé à ressusciter, est-il le plus émetique de tous. A ces produits de régule ressuscité, il faut adjoindre la portion de régule qui a passé dans le beurre d'Antimoine, & celle qui est restée dans les scories de la réduction.

Pour prouver encore qu'il n'y a point de soufre commun dans le Kermès, ou du moins que s'il en reste encore sous la forme de soufre commun, il est en trop petite quantité pour s'élever en cinabre avec le mercure; j'ai mis dans une cornue une demi-once de Kermès bien lavé sans aucune addition, j'ai conduit le feu par degrés, & à une chaleur assez douce, il s'est formé au col de la cornue un cercle jaune, c'étoit un véritable soufre; mais il étoit en aussi petite quantité que le cercle rouge sans consistance de ma première expérience du Kermès trituré avec le mercure.

J'ai donc fait voir que le Kermès & le mercure joints ensemble ne peuvent donner du cinabre qu'à l'aide d'un acide vitriolique, ou par le secours du sublimé corrosif. Voyons

ce qu'il produira avec l'acide vitriolique concentré dans le mercure.

J'ai mis dans une cornuë un gros de turbit minéral broyé avec autant de Kermès, la cornuë ayant été placée au feu de reverbere, il est sorti d'abord un peu de flegme insipide, ensuite il s'est déposé ou attaché au col de la cornuë une vapeur d'abord blanche, puis jaune, ensuite rouge-pâle, & enfin rouge-foncé, comme du cinabre. Ce rouge a bruni dans la partie du col la plus exposée au feu. Les parois intérieures de la cornuë se sont enduites d'une couche jaune & rouge, & sur cette couche se sont sublimées des houppes ou flocons d'aiguilles pareilles à celles dont j'ai déjà parlé. En ôtant le récipient, il est sorti une odeur sulphureuse très-pénétrante. J'ai retiré du récipient 5 2 grains de mercure ressuscité, & la cornuë ayant été coupée, j'ai trouvé au fond une masse divisée en plusieurs parties, toutes paroissant métalliques, quant à la couleur, mais spongieuses & hérissées de petites aiguilles blanches & brillantes.

Ainsi dans cette expérience l'acide vitriolique du turbit a abandonné son mercure, pour se saisir ou attaquer le phlogistique, l'alkali & la partie métallique du Kermès, une partie de cet acide s'étant unie au phlogistique, s'est régénérée en soufre brûlant, ce sont les cercles jaunes du col & de la voute de la cornuë; car en ayant un peu détaché, je l'ai vû brûler comme du soufre. De ce soufre régénéré, une partie s'est jointe à quelque portion de mercure, & s'est sublimée en cinabre, du moins le cercle rouge m'a paru en être de véritable: enfin le reste de cet acide s'est concentré avec la partie réguline, & c'est lui qui a fait végéter toutes ces aiguilles dont les masses du fond de la cornuë paroissoient hérissées.

Le même acide vitriolique du turbit trouve dans le mercure précipité rouge de quoi sublimer une autre matière qui n'est ni un cinabre, ni un sublimé corrosif. Quoique l'expérience que je vais lire semble ne pas appartenir à ce Mémoire, non plus que celle qui la suivra, j'ai cru cependant qu'elles méritoient d'y avoir place.

J'ai mis dans une cornuë un mélange d'un gros de turbit minéral & d'un gros de précipité rouge, ces deux matières ont donné d'abord un acide qui étoit nitreux à l'odeur & au goût, ensuite il est venu une odeur sulphureuse très-forte, qui ne peut avoir sa source que dans le phlogistique du mercure, ou dans celui de l'esprit de nitre, il n'importe.

Il a passé dans le récipient un gros & 24 grains de mercure, le reste s'est sublimé au col de la cornuë en un sel mercuriel blanc, qui n'est pas un sublimé corrosif, mais un turbit sublimé, puisqu'il ne se dissout pas dans l'eau, & qu'il y jaunit comme le turbit minéral.

Le turbit minéral mis seul dans une cornuë, ne m'a rendu par gros que 31 grains de mercure coulant, encore a-t-il fallu pousser le feu jusqu'à fondre la cornuë, au fond de laquelle il est resté une tache blanche qui avoit pénétré la substance du verre; & dans le col j'ai trouvé sublimé un peu de soufre jaune régénéré apparemment avec le phlogistique du mercure & une matière blanche compacte que l'eau ne dissout ni ne change point de couleur, non plus que la tache du fond de la cornuë. Ce sublimé blanc indissoluble est, selon Kunckel, le sel qui étoit dans l'huile de vitriol, & que le mercure a eu la force d'élever; ne seroit-ce pas aussi ce qu'il appelle en plusieurs endroits le *sel des métaux*? car selon le même Auteur, ce sel est dans l'huile de vitriol.

Le précipité rouge poussé à grand feu, se ressuscite de lui-même sans addition, cela est connu: il rend par gros depuis 65 jusqu'à 66 grains de mercure: il reste dans le fond de la cornuë une terre grise rougeâtre, & il paroît dans le col trois cercles, rouge, jaune & blanc.

Le même précipité étant distillé à un gros avec poids égal de Kermès bien lavé, il en sort une liqueur acide sulphureuse; il paroît à la voute & au col de la cornuë une très-petite teinte rouge, & il se ressuscite 65 grains de mercure.

Le même précipité rouge ayant été distillé avec l'Antimoine crud porphirisé au poids d'un gros de chacun, le mercure s'est ressuscité moins vite que dans les deux expériences

précédentes, parce que les fleurs qui s'élevoient de l'Antimoine étant très-abondantes, les parois intérieures de la cornue en devenoient moins lissées, & par conséquent les vapeurs mercurielles glissoient dessus plus difficilement. Cependant ayant rassemblé tout le mercure, j'en ai eu 66 grains bon poids. Ainsi il est évident par ces trois expériences, que dans un gros de précipité rouge il n'y a que 6 à 7 grains d'acide du nitre.

Revenons au Kermès; j'ai fait voir que cette poudre qu'on a pû regarder comme un soufre, est la partie métallique même de l'Antimoine, puisqu'on en peut retirer un beurre d'Antimoine & un régule, mais le soufre brûlant de l'Antimoine a changé de nature. L'alkali du nitre fixé a formé avec lui un hépar sulphuris qui se trouve divisé & suspendu dans la liqueur pendant l'ébullition qui doit extraire le Kermès. On sçait que l'hépar sulphuris a la vertu de dissoudre tous les métaux, même l'or, lorsqu'on les fond avec lui. Il est vrai que dans la préparation du Kermès par ébullition, ce n'est pas un hépar sulphuris en fusion; cependant rien n'empêche que simplement dissout dans l'eau, il ne puisse attaquer la partie métallique de l'Antimoine, & cela est si vrai que si l'on charge l'eau de pluie de trop de sel alkali, il s'en précipite un Kermès dont on réduit par le flux noir beaucoup plus de régule que lorsqu'il a été préparé par une liqueur moins âcre. Donc le Kermès n'est autre chose qu'un hépar sulphuris chargé de la partie métallique de l'Antimoine, mais cette partie métallique y est divisée en particules extrêmement déliées; plus ces particules seront fines, moins le Kermès sera émétique. Ainsi après qu'on l'a préparé, en suivant le procédé publié par ordre du Roi, qui est le meilleur de tous, si on veut avoir un Kermès qui n'agisse que comme fondant, sans exciter de nausées, il faut en prendre un gros, le mettre dans un matras assés grand, verser dessus 4 livres $\frac{1}{2}$ d'eau, & y dissoudre 2 gros $\frac{1}{2}$ de nitre fixé qui ait été auparavant dissout, filtré, évaporé, & réduit en forme sèche, pour le dépurer d'un sédiment assés considérable qu'il laisse sur le filtre,

entfin le faire bouillir, il se précipitera une terre grife avec la portion du régule la plus groffiére; & en furvuïdant la liqueur, & la laiffant refroidir, on aura un Kermès très-fin, très-rouge, beaucoup plus sûr que celui de la première préparation, quand on ne veut pas qu'il faffe vomir, car ce Kermès corrigé ou rectifié ne peut jamais devenir émétique que par accident. Il eft vrai que par cette rectification on en perd près de la moitié.

Quant au Kermès non-rectifié, comme il arrive fouvent qu'on en trouve qui n'est pas préparé avec toutes les précautions néceffaires, pour que la partie réguline y foit fuffifamment divifée & atténuée, je crois qu'on peut en toute fûreté, lui fubftituer l'Antimoine lui-même, préparé comme je vais le dire.

Il faut prendre de l'Antimoine de Hongrie en petits pains, le choifir en belles aiguilles brillantes, le pulvériſer & le tamifer, puis le faire broyer avec de l'eau fur un porphyre, jufqu'à ce qu'il ne craquette plus fous la dent; enfuite on le met dans une jatte pleine d'eau, on brouille l'eau avec une spatule de bois, & après avoir laiffé dépoſer la poudre la plus groffiére pendant 12 ou 15 ſecondes, on ſurvuïde l'eau par inclination, en la verfant fur un ou pluſieurs filtres, on prend la poudre ſubtile qui eſt reſtée ſur ces filtres, & on la fait ſécher dans une étuve; quand elle eſt bien ſèche, on la broye de nouveau ſur le porphyre, en adjoûtant un gros de ſucré candi en poudre bien ſèche, ſur une once de poudre d'Antimoine, & l'on continué de broyer jufqu'à ce qu'en applatiſſant un peu de la poudre avec un couteau, on n'y apperçoive au grand jour aucun brillant, alors elle eſt préparée pour l'uſage.

Il y a déjà long-temps qu'on a vanté l'Antimoine en poudre comme un excellent remede contre les maladies du poumon, & comme un bon fondant dans l'aſthme, & dans pluſieurs autres maladies.

En 1674, Kunckel reſſentant des douleurs très-aiguës dans le bras droit, conſulta Sennert Médecin de Wirtemberg,
fils

fils du fameux Sennert, qui lui conseilla l'usage de l'Antimoine, il en prit pendant un mois, & fut guéri.

En 1679, le même Kunckel eut encore recours à l'Antimoine porphirisé, pour de vives douleurs de goutte dans les mains & dans les pieds. Il en fit faire des tablettes avec le sucre rosat, & fut guéri. Ces tablettes antimoniales sont encore connues dans quelques villes d'Allemagne, sous le nom de *Tablettes de Kunckel*.

Si mon témoignage peut être ici de quelque poids, j'ose assurer que l'usage de ce minéral en poudre subtile, est un remède souverain pour les enfans rachitiques ou noués, & pour tous ceux qui ont des glandes obstruées. Il réussit assés bien dans les enfans tourmentés par les vers, & j'ai vu des femmes ayant des fleurs blanches, qui, après les remèdes généraux, ont été bien guéries par l'usage de cette poudre; mais on ne doit la donner dans le commencement qu'en fort petite dose, comme d'un grain, & quoique l'Antimoine ne soit point émétique par lui-même, il est bon cependant de joindre à sa poudre 3 ou 4 parties de quelque alkali, comme des yeux d'Ecrevissé ou autre. On augmente les doses par degrés, & l'on peut aller ainsi jusqu'à 8 ou 10 grains par jour. Si l'on augmentoit les doses de ce minéral avec trop de précipitation, il exciteroit des mouvemens dans les entrailles, purgeroit ou donneroit des nausées. Il faut avoir aussi la précaution de deffendre aux malades, l'usage du vin, à moins qu'il ne soit très-mur, du vinaigre, & de tout autre acide, même des potages où l'on auroit mis des herbes acides, comme l'oseille, &c.

Il résulte de tout ce que j'ai lu dans ce Mémoire,

1.^o Que l'éméticité de l'Antimoine est dans sa terre métallique vitrifiable (ce que les Chimistes sçavoient déjà). Que le Tartre émétique ne fait vomir que parce qu'il est chargé de beaucoup de particules grossières de cette terre: Qu'en le réduisant par le flux noir, on peut sçavoir à quel degré il est émétique.

2.^o Que le Kermès est un hépar sulphuris qui a dissout,

434 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
mais plus subtilement que ne fait l'acide du Tartre, une
portion de cette terre métallique : Qu'on peut rectifier le
Kermès pour le rendre simplement fondant & diaphoretique;
Enfin qu'on peut substituer au Kermès, une poudre subtile
de l'Antimoine.

DE LA PERPENDICULAIRE
A LA MERIDIENNE DE PARIS;
Prolongée vers l'Orient.

Par M. CASSINI.

Nous avons rendu compte à l'Assemblée publique
d'après la Saint Martin de l'année dernière, des opéra-
tions que nous avons faites pour prolonger la Perpendiculaire
à la Méridienne de Paris du côté de l'Occident, & des avan-
tages qui en doivent résulter, non-seulement pour la per-
fection de la Carte de la France, mais aussi pour la navigation
en général, où il est absolument nécessaire de connoître le
rapport des degrés de longitude à ceux de latitude.

Il s'agissoit ensuite de prolonger cette même Perpendicu-
laire du côté de l'Orient jusqu'aux bords du Rhin, pour avoir
à l'égard de Paris, toute l'étendue de la France de l'Orient
vers l'Occident, de la même manière que l'on avoit déjà
déterminé par la Méridienne sa longueur du Nord vers le
Midi, depuis Dunkerque jusqu'aux Pyrénées.

Cet ouvrage dont M. le Contrôleur général avoit formé
le projet l'année dernière, conformément aux Mémoires qui
m'avoient été communiqués par M. Malet de l'Académie
Françoise, & dont l'exécution, suivant ce qui avoit été pra-
tiqué jusqu'alors, sembloit être réservée pour les temps de
paix, n'a pû être retardé par les guerres qui sont survenus
depuis qu'on l'avoit commencé, parce qu'il suffit qu'une en-
treprise soit agréable au Roy & utile à l'Etat, pour que le

Ministère concourre unanimement à la faire exécuter, sans que d'autres affaires qui paroissent plus pressantes puissent empêcher d'y donner toute l'attention qu'elle mérite.

Ainsi je reçus ordre du Roy de me disposer à ce voyage pour le printemps de cette année avec M.^{rs} Maraldi, l'Abbé de la Grive, Chevalier, le Roy, & deux de mes fils.

Nous partîmes de Paris le dernier du mois de May de cette année. Comme M. Picard avoit dans sa mesure de la Terre, déterminé du côté de l'Orient deux bases, l'une de Brie-Comte-Robert à la Tour de Montjay, & l'autre de cette Tour à Dammartin; nous jugeâmes devoir les employer toutes les deux pour former nos triangles, afin que si les objets nous manquoient d'un côté, nous pussions continuer de l'autre sans aucune interruption, & sans être obligés de revenir sur nos pas, comme il nous étoit arrivé l'année dernière aux environs de Verneuil. Il devoit encore en résulter deux avantages considérables; le premier de comprendre par ce moyen & déterminer une plus grande étendue de pays. Le second, de vérifier les mesures observées sur une base, par celles qui auroient été déterminées sur l'autre, lorsqu'on viendrait à se réunir.

Nos premières observations furent à Brie-Comte-Robert, qui est le terme le plus méridional des deux bases que nous voulions employer: nous allâmes de-là à la tour de Montjay, qui est environnée par des ruines d'anciens bâtimens qui empêchent d'observer au rés-de-chaussée. Il étoit donc à souhaiter de pouvoir monter sur cette tour, non-seulement pour y déterminer le troisième angle de plusieurs triangles qui devoient s'y réunir, mais aussi parce que M. Picard n'avoit pas marqué l'endroit où il y avoit fait élever un signal en forme d'une pièce de bois grossie de paille, pour s'y diriger; ce qui laissoit quelque incertitude sur la distance précise au clocher de Brie-Comte-Robert. Il ne reste plus présentement qu'environ la moitié de cette tour en forme de croissant, & elle étoit dès l'année 1669, en si mauvais état, que M. Picard ne jugea pas à propos que l'on s'exposât une seconde fois au danger qu'il y avoit d'y monter.

Ces difficultés n'empêchèrent pas plusieurs de nos M.^{rs} d'y faire leurs observations sur son sommet, & même à deux reprises différentes, pour déterminer la position de divers objets que l'on n'avoit pas apperçûs la première fois. Nous continuâmes ensuite nos observations jusqu'à Meaux où nous commençâmes à nous partager pour former des triangles, les uns vers le Midi, à l'égard de la Perpendiculaire, & les autres vers le Nord.

On alla pour cet effet à Dammartin dont il étoit nécessaire de connoître la distance exacte à la tour de Montjay, qui étoit la seconde base que nous devions employer. M. Picard y avoit fait ses observations dans le pavillon ovale du Château de cette ville. Mais il avoit reconnu par la suite que le milieu de ce pavillon étoit difficile à distinguer, lorsqu'on le regardoit de certains endroits, ce qui lui fit avouer qu'il avoit eu raison de tenir pour suspects les triangles qui y aboutissent.

Pour éviter de pareils inconvénients, nous prîmes le parti de faire nos observations dans le clocher de la Collégiale de Dammartin, qui domine sur le Château, & se voit de tous les environs à une grande distance, sans qu'on puisse s'y méprendre.

C'est sur cette nouvelle base du centre de la tour de Montjay au clocher de Dammartin, que nous commençâmes à former nos triangles du côté du Nord.

Le pays paroissoit plus découvert que du côté du Midi où se trouvoit la forêt de Cressy qui couvroit une grande partie de l'horison ; cependant après y avoir formé quelques triangles, ne s'étant plus trouvé d'objets remarquables vers le Nord, nous fûmes obligés de nous réunir à ceux que l'on avoit prolongés du côté du Midi jusqu'au clocher de Doue à la distance de Paris de 3 13 15 toises.

Le premier triangle que l'on forma ensuite, nous donna deux bases sur lesquelles nous continuâmes nos opérations, de la même manière que nous les avions commencées, les unes du côté du Midi, & les autres vers le Nord jusqu'aux confins de la Brie avec la Champagne, où nous nous réunîmes encore une seconde fois.

Ce fut là où nous commençâmes à rencontrer des bois qui s'étendoient du Midi vers le Nord, & nous couvroient divers objets remarquables aux environs de la Perpendiculaire, tels que la tour du Mont-Aimé qui se voit de divers endroits de la Champagne à une très-grande distance.

Après avoir donc fait diverses tentatives inutiles sur les clochers des environs qui paroissoient les plus éminents, nous prîmes le parti d'aller dans ces bois chercher quelques arbres du sommet desquels on pût découvrir le clocher de Champaubert qui paroissoit le mieux disposé, & la tour du Mont-Aimé, & ayant choisi celui qui se trouvoit le plus près de la direction de ces deux objets, on fit placer un signal en forme de drapeau blanc qui fut observé en même temps de Champaubert, Mont-Aimé & du clocher d'Allemant, & qui nous donna la distance entre ces objets avec à peu près la même précision que si l'on avoit pû les observer immédiatement les uns des autres.

Nous étions alors à la distance de Paris d'environ 60 mille toises, & comme le pays y étoit découvert, nous y plaçâmes un poteau sur la Perpendiculaire par la méthode qui avoit déjà été pratiquée en pareille occasion, en mettant un signal dans la direction commune de l'endroit où l'on avoit calculé qu'il devoit se trouver sur cette Perpendiculaire. Ce lieu s'est rencontré un peu au-delà du village d'Oniseux à la distance de 3 3 3 4 toises de la tour du Mont-Aimé.

Nous formâmes ensuite dans les plaines de Champagne divers triangles d'une assez grande étendue, qui se vérifioient l'un l'autre, & nous trouvâmes encore le moyen de placer une pyramide sur la Perpendiculaire à la distance de 80 mille toises, par une méthode un peu différente de la première ; car comme les objets que l'on découvroit des environs, tels que Châlons, Nôtre-Dame de l'Epine & l'arbre du Mont de la Fourche, étoient à une trop grande distance, pour qu'on pût appercevoir du lieu où devoit être la pyramide, les différens signaux que l'on auroit dû faire de ces divers endroits pour se mettre dans la direction requise, on eut recours à la

438 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
méthode de déterminer la situation d'un lieu inconnu, en observant de ce lieu les angles de position entre trois objets dont la distance entr'eux est connuë. Ayant ainsi établi la position de deux lieux près la Perpendiculaire, il fut ensuite fort aisé de déterminer le point qui étoit à la distance cherchée de 80 mille toises, qui se trouva à l'Occident de la rivière de Marne entre Châlons & Vitry-le-François, près du chemin qui conduit de Cheppe à Vesigneux.

Nous continuâmes ensuite nos opérations jusqu'aux frontières de la Lorraine, qui se trouvent un peu en-deçà de 100 mille toises mesurées sur la Perpendiculaire, & nous arrivâmes à Bar-le-Duc, d'où ayant informé Madame la Duchesse Regente du sujet de notre commission, Son Altesse Royale donna ordre à ses Officiers de nous y laisser vaquer librement dans ses États, ce qu'elle renouvela ensuite par des ordres plus précis, lorsqu'elle eût reçu des lettres que M. le Garde des Sceaux lui en écrivit de la part du Roy.

Ce fut vers ces endroits que le pays commença à être presque entièrement dépourvû d'objets, ce qui nous obligea de placer divers signaux dans les lieux les plus éminents, pour continuer nos triangles.

Nous parvînmes ainsi jusqu'à la Meuse, au bord de laquelle il y a plusieurs chaînes de montagnes couvertes de bois dans une étendue de 7 à 8 lieues du Nord au Sud, sur 2 à 3 de largeur. Nous fûmes donc obligés de parcourir ces bois en divers sens, faisant monter sur les arbres les plus élevés pour découvrir si l'on pouvoit appercevoir les objets à l'entour. Enfin, après plusieurs jours de recherche, nous en trouvâmes un placé sur une petite butte, du sommet duquel un de nos Messieurs découvrit avec une Lunette du côté de l'Occident, la butte d'Isoncourt qui étoit un de nos points déjà déterminés, & du côté de l'Orient divers objets propres à continuer nos triangles. Mais il lui fut impossible d'appercevoir un signal que l'on avoit élevé sur la butte de Sorbé vers l'extrémité méridionale de ces bois, ce qui paroissoit nécessaire pour lier nos triangles.

Il y avoit à la distance d'environ 500 toises de cet arbre, une ancienne Chapelle du Château de Trognon que l'on avoit vûe du signal de Sorbé, & d'où l'on appercevoit du côté de l'Orient les mêmes objets que du sommet de l'arbre; mais on ne pouvoit point découvrir de-là la butte d'Isoncourt, ce qui formoit la même difficulté pour la continuation des triangles, qui demandent que d'un objet en avant, on en puisse reconnoître deux dont la position est déjà déterminée.

Dans ces circonstances, nous examinâmes la situation du terrain, & nous reconnûmes qu'entre notre arbre qui étoit presque à l'extrémité occidentale des bois, & la Chapelle, il y avoit un terrain uni sur lequel on pourroit mesurer une base d'une longueur suffisante pour déterminer exactement la distance de l'arbre à la Chapelle. Nous fîmes donc élever deux signaux, l'un sur le sommet de l'arbre, & l'autre sur les ruines de la Chapelle, afin d'avoir des points précis auxquels on pût se diriger; & ayant mesuré par deux fois une base de 118 toises, & mis des piquets à ses extrémités, nous observâmes de-là avec un Quart-de-cercle les angles entre ces signaux, par le moyen desquels on calcula leur distance précise; ce qui joint à la direction du signal de l'arbre à l'égard de celui de Sorbé observé de la Chapelle, nous donna la distance de cette Chapelle au signal de Sorbé, avec une précision à peu près de même que si l'on avoit vû de-là la butte d'Isoncourt, ou du sommet de l'arbre le signal de Sorbé, puisqu'il est aisé de faire voir qu'il ne peut pas y avoir eu sur cette distance qui est de 15036 toises, une erreur de plus d'un pied, qui doit par conséquent être négligée.

Cette détermination étoit même préférable à celle que l'on auroit eüe, si l'on avoit vû du sommet de l'arbre le signal de Sorbé, parce que n'étant pas possible d'y observer, on n'auroit pu déterminer que deux angles de chacun des trois triangles qui y aboutissent; au lieu que par la méthode que nous avons pratiquée, il n'y a eu à la Chapelle de Trognon qu'un seul angle de conclu, & tous les autres ont été observés, de même que ceux de tous les triangles que l'on avoit formés

jusqu'alors, ce qui en rend la mesure beaucoup plus précise.

Nous allâmes du Château de Trognon au moulin du village de Brulé près de Toul, qui est dans une belle exposition. On voyoit de-là les montagnes des Vosges qui séparent la Lorraine d'avec l'Alsace, entre lesquelles les plus apparentes sont celles de Thaun qui se reconnoissent avec évidence, à cause qu'auprès de la plus élevée nommée *le grand Thaun* ou *Donon*, il y en a une autre plus basse qui se termine en pointe.

Nous commençâmes dès-lors à déterminer leur position à l'égard des objets aux environs; & comme nous prévîmes que ces montagnes pourroient bien changer de figure, & former différents aspects, suivant les différents endroits d'où on les observeroit, nous envoyâmes poser un signal sur le lieu le plus éminent, afin d'avoir un point fixe auquel on pût toujours se diriger sans craindre de s'y méprendre.

Nous continuâmes ensuite nos opérations par le moyen de divers signaux, jusqu'à Vic qui est une ville de la dépendance du Roy, enclavée dans la Lorraine. Nous étions alors à la distance de près de 160 mille toises de Paris, & ayant reconnu que le terrain où devoit se rencontrer la Perpendiculaire à cette distance, étoit dans la demi-lieuë qui a été cédée au Roy de part & d'autre du grand chemin de Mets à Strasbourg, nous profitâmes de cette situation pour y élever une pyramide de pierre de taille surmontée d'une fleur de lis, & laisser au milieu des Etats de la Lorraine un monument durable de l'ouvrage que nous y avions exécuté par ordre du Roy. Nous employâmes pour cet effet une méthode encore un peu différente de la première, en mesurant sur le terrain une base de 186 toises pour suppléer au défaut d'un objet dont il auroit été nécessaire de connoître la situation, pour déterminer de-là la direction du lieu où devoit être cette pyramide.

Nous allâmes de Vic à Morhange où nous trouvâmes l'horison couvert de bois du côté où il auroit été nécessaire de découvrir quelques objets pour continuer nos triangles. On auroit pû pratiquer une méthode semblable à celle qui avoit réussi en pareilles occasions, qui étoit de poser des
signaux

signaux sur les arbres les plus élevés de ces bois. Mais sur ce que les habitans nous assurèrent que plus nous avancerions, plus nous trouverions de bois à traverser; nous prîmes le parti d'aller faire nos observations sur la montagne de Thaun, après avoir été reconnoître une tour que l'on avoit apperçûë des signaux de Delme & de Vic, & que nous jugeâmes être près de Phalsbourg. Cette tour se trouva être la plus éminente des trois que l'on appelle *du Haut-Bar*, près de Saverne, & d'où l'on découvre Strasbourg & divers objets tant de l'Alsace, que de la Lorraine.

Avant que d'y faire nos observations, nous jugeâmes à propos d'aller sur la montagne de Thaun, & nous partîmes de Phalsbourg pour nous y rendre. Quoique cette montagne n'en fût éloignée que de 15 à 16 mille toises, nous employâmes un jour & demi à y arriver par des chemins ou plutôt des sentiers au travers des bois presque impraticables, & connus seulement par des chasseurs qui en sont les seuls guides.

Nous parvînmes cependant, quoiqu'avec beaucoup de peine, à y faire transporter notre plus grand Quart-de-cercle, parce qu'il étoit d'une grande importance d'apporter toute la précision possible dans les observations que nous projetions d'y faire. Nous ne pûmes d'abord reconnoître du sommet de cette montagne, aucun des objets d'où nous l'avions apperçûë, ce qui nous fit prendre le parti d'y observer le soleil à son passage par le Méridien, pour déterminer le point du Midi sur l'horison, & nous diriger par ce moyen aux objets dont la position étoit connuë par rapport au Méridien; mais il nous fut impossible ce jour-là d'en appercevoir aucun.

Nous prîmes sur cela la résolution d'envoyer faire des feux aux objets qu'il étoit nécessaire de distinguer, de même qu'on l'avoit pratiqué autrefois dans la mesure de la terre, quoiqu'à des distances beaucoup moins grandes; & pour en retarder le moins qu'il fût possible l'exécution, nous fîmes partir dès le lendemain matin deux personnes en poste, l'un pour le moulin de Brulé, & l'autre pour le signal de Delme, avec ordre d'y faire des feux, dans le premier de ces endroits

pendant trois jours consécutifs, & dans le second pendant quatre jours, afin de pouvoir les appercevoir des lieux où nous jugions devoir faire nos observations.

Nous retournâmes le lendemain sur la montagne par un temps beaucoup plus serein que le jour précédent, & nous eûmes la satisfaction d'y voir allés distinctement le moulin de Brulé & le signal de Delme. Le premier de ces objets étoit à la distance de 51300 toises qui excède le quart de celle de Strasbourg à Paris, & il parut un peu avant le coucher du Soleil comme un fil très-délié.

Il occupoit à peine 5 secondes dans la Lunette, quoique son diametre extérieur qui avoit été mesuré de 20 pieds, eût dû paroître à cette distance au moins de 13 secondes; mais tel est l'effet des objets qui ne sont point éclairés, lesquels vûs de loin, paroissent plus petits qu'ils ne le devroient être, tout au contraire des objets lumineux dont le diametre apparent paroît plus grand, comme on le verra dans la suite.

Le second objet qui étoit formé par deux arbres qui se touchoient & avoient chacun 7 à 8 pieds de diametre, n'étoit qu'à la distance de 37500 toises, & on avoit plus de peine à le distinguer. A l'égard des autres objets d'où l'on avoit apperçû cette montagne, comme ils étoient moins élevés que les précédents, il fut impossible de les reconnoître, quoiqu'ils en fussent plus proches, parce qu'ils étoient confondus avec le terrain.

Nous observâmes ce jour-là le Soleil à son coucher lorsqu'il touchoit l'horison, & ayant déterminé en cet endroit l'abaissement de l'horison qui étoit de 44' 40", nous calculâmes son amplitude occidentale & l'angle que le point de l'Ouest devoit faire avec le moulin de Brulé que nous trouvâmes à peu près de même que par la suite des triangles, ce qui étoit une preuve que la Perpendiculaire à la Méridienne que nous avions prolongée jusques-là, ne s'étoit pas écartée sensiblement de la direction qu'elle devoit avoir.

Nous retournâmes encore sur la même montagne le troisième jour, qui étoit celui où les feux devoient commencer,

dans le dessein d'y passer la nuit pour les observer; car il étoit très-essentiel pour la précision de nos opérations, de reconnoître avec une entière évidence si c'étoient les mêmes objets que ceux que nous avions apperçûs le jour précédent. Nous déterminâmes en attendant, les angles de position entre un grand nombre d'objets, d'un côté dans la Lorraine, & de l'autre dans l'Alsace, où l'on voyoit Strasbourg & plusieurs villes ou villages jusqu'aux montagnes Noires qui sont au-delà du Rhin; & pour n'avoir rien qui nous cachât l'horison, nous fîmes abattre tous les arbres qui nous en empêchoient la découverte.

On observa par ce moyen la position d'un signal en forme de drapeau blanc que quelques-uns de nos Messieurs étoient allé faire placer sur la montagne de Nole, que l'on nous dit être à quatre lieues de-là, & de laquelle on nous assûra que l'on voyoit une partie de la Lorraine & de l'Alsace : car comme il nous fut impossible de découvrir du lieu où nous étions, la tour du Haut-Bar qui étoit cachée par plusieurs chaînes de montagnes, il nous paroissoit nécessaire de déterminer la situation de quelqu'autre objet pour continuer nos triangles, au cas qu'on ne pût pas trouver quelque expédient pour nous lier avec cette tour.

Nous ne laissâmes pas de remarquer dans la direction où elle devoit se trouver, un autre château fort éloigné qui dominoit au-dessus des montagnes qui nous la cachoient; que nous jugeâmes pouvoir servir à notre dessein, & dont nous déterminâmes pour cet effet l'angle de position à l'égard de Strasbourg. Nous apperçûmes encore ce jour-là vers le coucher du Soleil assés distinctement, le moulin de Brulé de même que le signal de Delme, & y ayant dirigé les Lunettes de deux de nos Quarts-de-cercle, nous attendîmes la nuit pour observer les feux que l'on y devoit faire.

En effet, une heure après le coucher du Soleil, nous commençâmes à appercevoir celui de Delme, & quelques minutes après celui de Brulé, que nous eûmes la satisfaction de trouver assés exactement au centre de la Lunette, faisant avec

444 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
celui de Delme le même angle que nous avons déterminé pendant le jour.

Ils paroissoient à la vûë simple à peu-près de la grandeur de Mars, lorsque cette Planete est en opposition avec le Soleil où son diametre apparent est d'environ 40 secondes, mais dans la Lunette, ils occupoient à peine, à ce que nous pûmes en juger, celle de 12 à 15 secondes, faisant en cela l'effet des Etoiles fixes qui ont leur lumière en elles-mêmes, sans l'emprunter d'aucun Astre, & dont les Lunettes n'augmentent pas la grandeur apparente dans la même proportion que celle des Planetes.

La largeur du feu que l'on avoit fait au moulin de Brulé, étoit d'environ 10 pieds, d'où il résulte qu'il n'auroit dû paroître à cette distance que sous un angle de 6 à 7 secondes, au lieu qu'on l'avoit vû de 12 à 15 secondes, par la Lunette qui augmentoit par conséquent deux fois sa grandeur.

Il fit cette nuit, qui étoit entre le 30 & le 31 Août, un très-grand froid par un vent de Nord, & nous observâmes le matin le point de l'horison où le Soleil se leva dans les montagnes Noires, de même que nous l'avions fait la veille à son coucher aux environs de Toul.

La montagne de Thaun qui, comme nous l'avons dit ci-dessus, se distingue des autres du côté de la Lorraine, est encore remarquable par des monuments anciens & bas-reliefs qu'on y trouve en assez grande quantité; ce qui a donné lieu à la tradition populaire & fabuleuse du pays, que c'est là où Pharamond a été enterré.

Il étoit d'ailleurs important d'en connoître la situation exacte, parce qu'elle se trouve aux confins de trois États, qui sont l'Alsace, la Lorraine, & la Principauté de Salms, dont on nous assûra qu'on avoit marqué les limites par le moyen d'une borne triangulaire qui a été placée au milieu des bois.

Comme cette montagne est une des plus élevées des Vosges, nous y observâmes le 28 Août, sur les 2 heures après midi, la hauteur du mercure dans le Barometre, que nous trouvâmes par deux fois de 24 pouces 6 lignes, moins grande de 3

pouces $\frac{1}{2}$ que sa hauteur moyenne au niveau de la Mer; d'où il résulte, suivant les regles que l'on a données dans les Mémoires de l'Académie de 1703 & 1705, que sa hauteur est de 570 toises au dessus du niveau de la Mer. Nous fîmes aussi le même jour au soir, au village de Ravon-sur-plaine, qui est au pied de cette montagne, à la distance d'environ une lieuë de son sommet, l'observation du Barometre, dont nous trouvâmes la hauteur de 25 pouc. 11 lig. ce qui donna l'élevation de ce village sur le niveau de la Mer de 304 toises, moindre de 266 toises que sur le haut de la montagne.

Après avoir terminé nos observations sur la montagne de Thaun, quelques-uns de nos Messieurs retournèrent à Nole, pour y faire élever un signal que l'on pût appercevoir de loin, & y observer pendant le jour & la nuit, les mêmes objets qu'on avoit apperçûs sur le Thaun, & nous prîmes le chemin de Saverne, où nous n'arrivâmes que le sur-lendemain, ayant employé près de deux jours entiers à faire cette traverse qui n'est que de 14 à 15 mille toises en droite ligne.

Nous allâmes le lendemain sur la tour du Haut-Bar, qui n'en est éloignée que de trois quarts de lieuë, dans le dessein d'y observer les signaux de Delme & de Vic, d'où nous l'avions apperçûë, mais nous ne pûmes reconnoître que très-faiblement celui de Delme, auquel nous dirigeâmes le soir la Lunette de notre Quart-de-cercle, pour y voir le feu que l'on y devoit faire exprès le quatrième jour. Nous observâmes, en attendant, la position de diverses villes ou villages, tant dans la Lorraine, que dans l'Alsace, & nous reconnûmes le même objet que l'on avoit apperçû de Thaun, à peu-près dans la direction de notre tour, & que nous apprîmes être le château de Lichtemberg, qui en est éloigné d'environ 6 lieuës. La nuit étant survenue, nous eûmes encore la satisfaction d'apercevoir le feu qu'on avoit fait au signal de Delme, qui faisoit le fil vertical de la Lunette un peu à gauche en apparence, ce qui pouvoit faire une différence d'environ 5 à 6 secondes dans l'angle que l'on avoit observé pendant le jour, ce que nous crûmes devoir négliger.

On avoit cependant observé du signal de la montagne de Nole, la position de Strasbourg, mais la distance de cette montagne à celle de Thaun que l'on avoit employée pour base, & que les gens du pays jugeoient être de 4 lieues, à cause de la longueur des circuits qu'il falloit faire pour y arriver, ne s'étoit trouvée que de 3423 toises, & par conséquent trop petite pour déterminer avec précision la situation de Strasbourg.

Il étoit donc à souhaiter de trouver quelque expédient pour pouvoir lier la tour du Haut-Bar avec le signal de Thaun, avec la même précision que si ces objets avoient pû s'appercevoir l'un de l'autre. Voici celui que l'on employa, & qui eut tout le succès qu'on en pouvoit attendre.

Comme on avoit vû du signal de Thaun, & de la tour du Haut-Bar, le château de Lichtemberg, on alla à ce château pour y observer ces deux objets qui étoient, de même qu'on les avoit jugé, à peu-près dans la même direction dont on ne les trouva éloignés que d'un angle de 54 minutes. On auroit pû, par le moyen de la distance de ce château à la tour du Haut-Bar, trouver l'angle que l'on auroit dû observer du signal de Thaun entre Strasbourg & cette tour, si elle avoit été visible de ce signal. Mais pour une plus grande précision on alla se placer dans l'endroit où le signal de Thaun & la tour du Haut-Bar paroissoient dans la Lunette sous un même vertical, & comme ce lieu étoit dans un fond, où on auroit eu de la peine à appercevoir le signal qu'on y auroit fait, parce qu'il se seroit confondu avec le terrain, comme on l'avoit expérimenté en pareilles occasions, on donna ordre d'y faire un feu qu'on alla observer la nuit suivante, de la tour du Haut-Bar. On eut, par ce moyen, l'angle entre ce feu & la tour de Strasbourg, dont le supplément à deux droits devoit être précisément égal à celui que le signal de Thaun auroit dû faire à l'égard de cette tour, s'il avoit été visible.

Ainsi par le moyen de divers feux pendant la nuit, nous sommes parvenus à déterminer la situation des objets les plus importants de nos mesures, puisque les trois triangles où on

les a employés, comprennent eux seuls plus du tiers de la distance de Strasbourg à Paris.

Après avoir achevé nos observations à Lichtemberg & à Haut-Bar, nous allâmes à Strasbourg où nous observâmes sur la tour de la Cathédrale, d'où la vûe s'étend de côté & d'autre le long du Rhin à une grande distance, & n'est bornée du côté de la France que par les montagnes des Vosges, & du côté de l'Allemagne que par les montagnes Noires.

Cette tour est fameuse par sa belle structure, & sur-tout par sa hauteur, qui surpasse toutes celles qui ont été construites en Europe, & nous en mesurâmes géométriquement la hauteur qui fut trouvée de 440 pieds au-dessus du pavé de l'Eglise, à peu-près de même que feu M. Einsenschmid l'avoit autrefois déterminée; ce qui, pour en donner une idée assez juste, surpasse deux fois la hauteur des tours de Nôtre-Dame de Paris.

On observa de la platte-forme qui est élevée sur le rés-de-chauffée d'environ 30 toises, la hauteur apparente du sommet de la montagne de Thaun de 48' au-dessus de l'horison, ce qui, au moyen de sa distance connue de 22563 toises, donne la hauteur véritable de cette montagne au-dessus du rés-de-chauffée de l'Eglise, de 438 toises. Ainsi supposant qu'elle fût élevée au-dessus du niveau de la Mer de 570 toises, comme on l'a trouvé par l'observation du Barometre, il suit que la pente des eaux du Rhin dont le niveau n'est que de quelques toises plus bas que le rés-de-chauffée de l'Eglise, doit être de près de 130 toises, ce qui est à raison d'une toise par lieuë, eu égard aux divers contours que les eaux de cette rivière sont obligées de faire avant que d'arriver à la Mer.

Les triangles principaux que nous avons employés pour prolonger jusqu'à Strasbourg la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris, ne sont qu'au nombre de 29, ce qui vient de la grande étendue de la plûpart de ces triangles, dont il n'y en a pas un seul où les angles soient fort aigus & moindres de 20 degrés, ce qui contribué beaucoup à leur précision.

Ayant calculé par la suite de nos triangles la distance de

Paris à Strasbourg, nous trouvons qu'elle est de 205120 toises en ligne droite, & de 204992 toises mesurées sur la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris, dont Strasbourg est éloigné de 7326 toises vers le Midi.

Cette Perpendiculaire traverse le Rhin entre Strasbourg & le Fort-Louis, dont l'on jugea à propos de déterminer la situation que l'on a trouvée à la distance de 215600 toises, mesurée sur la Perpendiculaire à la Méridienne, dont le Fort-Louis est éloigné de 6000 toises vers le Nord.

On déterminâ enfin de cette dernière ville, de même que de la tour de Strasbourg, un grand nombre d'objets remarquables, tant en-deçà qu'au-delà du Rhin, tels que Offembourg où étoit alors campée notre Armée, la tour de Bihel, &c. Cette tour qui est sur une montagne dans une belle exposition, s'est trouvée 2442 toises au Nord de la Perpendiculaire à la distance de Paris de 221312 toises, & c'est le terme le plus oriental de nos mesures.

Nous les avons terminées l'année dernière du côté de l'Occident à la tour de Frehel sur les côtes de Bretagne, qui étoit éloignée de Paris de 175850 toises. Ainsi la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris occupe de l'Orient vers l'Occident près de 400 mille toises, que nous avons mesurées dans l'espace de deux campagnes.

Il ne restoit plus pour l'entière perfection de nos opérations, que de trouver un terrain uni où l'on pût mesurer une base & comparer son étendue avec celle qui résultoit de la suite de nos triangles.

Nous allâmes pour cet effet avec M. Herteinstein célèbre Mathématicien dans l'Université de Strasbourg & Professeur royal de l'Ecole d'Artillerie, dans une plaine qu'il nous avoit indiquée, où après l'avoir parcourue en divers sens, nous jugeâmes qu'on pouvoit mesurer une base depuis le clocher de la Wantznaw jusqu'à la jonction de deux grands chemins qui vont de Strasbourg l'un à Haguenau, & l'autre au Fort-Louis. Ayant donc fait dresser un signal dans ce dernier terme, pour pouvoir le reconnoître du clocher, nous plaçâmes
divers

divers piquets dans la direction commune de ces deux objets, & nous mesurâmes de la manière qui a été pratiquée en pareille occasion, la distance entre les deux termes de la base, ayant fait la réduction nécessaire à cause d'une maison qui empêchoit de mesurer directement la distance du clocher de la Wantznaw au piquet qui en étoit le plus proche.

Cette base s'est trouvée de 3341 toises 3 pieds, & ayant observé à ses extrémités divers objets compris dans nos triangles, tels que le clocher de Strasbourg, la tour du Haut-Bar & le signal de Thau, elle fut déterminée de 3342 toises 2 pieds avec une différence seulement de 5 pieds de la mesure actuelle.

Comme cette base peut être très-utile pour lever la Carte de l'Alsace avec précision, nous y fîmes placer un poteau de bois de chêne de 9 pieds de hauteur, avec les Armes du Roy & une inscription au-dessous, où est marquée sa distance au centre du clocher de la Wantznaw. Pour en conserver la mémoire, M. le Maréchal du Bourg a bien voulu faire poser une borne de pierre de 5 à 6 pieds auprès de ce poteau, & donner les ordres nécessaires pour que les Communautés des environs aient soin de l'entretenir dans l'état où nous l'avons placé.

Pendant que nous étions occupés aux opérations géométriques, nous ne perdions point de vûë les observations astronomiques qu'il étoit à souhaiter de pouvoir faire vers les extrémités orientales de la France, pour les comparer aux géométriques, & connoître le rapport des degrés de longitude à ceux de latitude.

Ce fut dans ce dessein que lorsque nous fûmes à Saverne, je pris les devants pour aller à Strasbourg y observer quelques Eclipses des Satellites de Jupiter qui devoient encore arriver avant la conjonction de cette Planete avec le Soleil, dont elle approchoit. Mais le temps qui depuis notre départ avoit été le plus souvent couvert & pluvieux, comme on n'a eu que trop d'occasions de le remarquer par l'intérêt que l'on prenoit aux affaires publiques, ne nous permit pas de

Le Siege de
Philisbourg.

450 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
faire ces observations, du moins avec l'exactitude requise.

Au défaut de ces observations, nous avons celles que feu M. Einsenschmid célèbre Mathématicien de Strasbourg y a faites, & que M. Herteinstein son digne successeur nous a communiquées, telles qu'il les avoit déjà envoyées à M. de Mairan pendant notre voyage, pour en faire part à l'Académie.

Ces observations ont même l'avantage sur celles que nous aurions pû faire, que l'on ne peut pas les soupçonner d'avoir été accommodées à aucune hypothèse.

Entre ces observations, il y en a plusieurs d'Eclipses du Soleil, de la Lune & des Satellites de Jupiter. Nous nous arrêterons à ces dernières, parce qu'on les juge plus propres pour déterminer avec exactitude la différence des méridiens des lieux où elles ont été faites.

La première est une émerſion du premier Satellite de Jupiter du 28 Août 1699, qui comparée à celle qui avoit été faite par M. de la Hire & mon pere, donne ſuivant celle-ci, la différence des méridiens entre Strasbourg & Paris de $22' 18''$ d'heure, & ſuivant l'autre de $21' 56''$.

La ſeconde eſt auſſi une émerſion du premier Satellite de Jupiter du 25 Septembre de l'année 1700, qui étant comparée à celle qui avoit été faite à Paris par M. de la Hire, donne cette différence de $22' 8''$.

Quoique M. Einsenschmid paroisse préférer la différence des méridiens qui résulte de l'observation de mon pere, & la détermine de $22' 20''$, ainſi qu'il ſ'en explique dans ces termes : *Cum differentia meridianorum inter Parisios & Argentoratum mihi fere pro certo explorata ſit $22' 20''$* . Cependant pour ne pas donner la préférence aux observations qui ſemblent favoriſer le ſentiment que j'ai ſuivi juſqu'à préſent ſur la figure de la Terre, j'ai cru devoir prendre un milieu entre ces différentes déterminations, & établir cette différence de $22' 11''$ d'heure ou 5 degrés $32' 45''$, ce qui ſ'accorde mieux à ce qui réſulte d'une autre obſervation de l'émerſion du premier Satellite de Jupiter obſervée à Strasbourg & à Nuremberg le 17 Août de l'année 1700, de laquelle M. Einsenschmid ſe ſert pour

conclurre la différence des méridiens entre Paris & Strasbourg de $22' 10''$ d'heure, ou de $5^d 32' 30''$.

Calculant la longueur du parallèle de Strasbourg comprise entre cette ville & la Méridienne de Paris, on la trouve de 205 100 toises ayant égard à la réduction qu'il convient de faire à cause des montagnes sur lesquelles on a fait les observations. Divisant cette distance par $5^d 32' 45''$, on aura la longueur de chaque degré sur le parallèle de Strasbourg de 37066 toises. Calculant dans l'hypothèse de la Terre sphérique, le degré de longitude pour la latitude de $48^d 35'$ qui est à peu-près celle de Strasbourg, on le trouve de 37745 toises, plus grand de 680 toises qu'on ne l'a déterminé par les opérations géométriques comparées aux astronomiques. Ainsi suivant ces observations, la grandeur du degré de longitude est plus petite que si l'on suppose la Terre sphérique.

On auroit trouvé la grandeur du degré encore plus petite de 300 toises que par la comparaison précédente, si l'on avoit supposé la différence des méridiens entre Strasbourg & Paris, telle que l'a établie M. Einsenschmid, ce qui s'accorde avec assez de précision à celle que l'on a trouvée du côté de l'Occident par les observations faites à Paris & à Saint-Malo; mais nous nous arrêtons à la détermination précédente, parce que dans les observations qui paroissent avoir été faites avec une égale précision, il est toujours plus sûr de prendre une moyenne entr'elles, que de donner la préférence à celles qui s'accordent mieux à nos hypothèses.

Nous avons remarqué dans le Mémoire précédent que supposant la Terre de figure elliptique, dont le plus grand axe passe par les Poles, telle qu'elle résultoit des observations de la Méridienne, les degrés de longitude doivent être plus petits que dans l'hypothèse sphérique. Ainsi toutes ces observations faites, tant du Midi vers le Nord, que de l'Orient vers l'Occident de Paris, s'accordent à donner à la Terre la figure d'une ellipse allongée vers les Poles, ce qui, si on ne le regarde pas comme une preuve complete, doit du moins être un grand préjugé en faveur de cette opinion. Car quand

même on voudroit choisir entre les observations que j'ai rapportées, celle qui paroît lui être le moins favorable, & suivant laquelle la différence des méridiens n'est que de $21' 56''$, ou $5^d 29'$, on aura toujours la grandeur du degré de longitude sur le parallele de Strasbourg, plus petite de 340 toises que dans l'hypothese sphérique, ce qui doit être très-sensible sur toute la circonférence de ce parallele.

Nous avons aussi fait à Strasbourg un assez grand nombre d'observations de hauteurs méridiennes, du Soleil & d'Etoiles fixes, qui toutes, à la réserve d'une seule, concourent à donner la distance entre le parallele de Paris & la Perpendiculaire à la Méridienne, plus grande qu'elle ne le devoit être suivant l'hypothese sphérique, & semblent favoriser le sentiment de la Terre allongée vers les Poles. Mais comme ces observations ne s'accordent pas à la hauteur du Pole de Strasbourg, déterminée par M. Einsenschmid, nous n'avons pas cru devoir asseoir aucun jugement sur nos propres observations, jusqu'à ce que cette hauteur ait été déterminée plus exactement dans l'Observatoire que les Magistrats de Strasbourg font construire presentement sur une tour de la ville qui y avoit été déjà destinée.

Après avoir achevé nos observations à Strasbourg & aux environs, nous avons pris la route de Metz pour établir la position de cette ville & de diverses autres qui étoient au Nord de la Perpendiculaire, & dont nous avons observé quelque direction, en formant nos triangles, & nous avons terminé nos opérations à Reims, après avoir déterminé la position de cette ville & de la plus grande partie de celles qui sont de côté & d'autre de la Perpendiculaire, même à une assez grande distance, de même que des bourgs, villages & autres objets qui peuvent servir à lever avec précision les Cartes particulières des Provinces de Brie, Champagne, Lorraine & Alsace, que nous avons traversées dans le cours de notre voyage.



R E M A R Q U E S
S U R L E S M O N S T R E S,
S E C O N D E P A R T I E.

Par M. WINSLOW.

DANS la première Partie de ces Remarques je m'étois borné aux Monstres simples, c'est-à-dire, à ceux qui le sont simplement par conformation extraordinaire, ou par défaut. Je vais considérer dans la seconde Partie les Monstres composés, c'est-à-dire, ceux qui sont doubles, triples, &c. soit en total, soit par portions, comme par quelque organe considérable, viscere, &c. Je commencerai par les deux exemples qui ont donné occasion à ces Remarques, & dont je n'ai pas achevé l'examen dans la première Partie, pour des raisons y alléguées, sçavoir, l'exemple du Faon à deux têtes, & celui de la Fille à deux ventres & quatre extrémités inférieures. Immédiatement après ces deux exemples, je produirai les deux, qui, dans les Mémoires de l'Académie ont été spécialement employés pour soutenir les deux différents systèmes; sçavoir celui de M. Duvernay de 1706, & celui de M. Lémery de 1724. Après quoi je rapporterai en abrégé, suivant l'ordre de la première Partie, les autres exemples qui se trouvent dans l'Histoire & les Mémoires de l'Académie, &c.

I.

Examen anatomique du Faon à deux Têtes, envoyé par ordre du Roy, dont l'extérieur a été décrit dans la première Partie de mes Remarques sur les Monstres.

Il suffit ici de rapporter succinctement de la première Partie de ces Remarques, que les deux têtes étoient posées

454 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 sur un seul col ; que l'une des têtes étoit située presque dans
 l'attitude ordinaire en haut ; que l'autre étoit placée latéra-
 lement , étant jointe par la partie latérale inférieure du côté
 droit de son occiput, à la partie latérale inférieure du côté
 gauche de l'occiput de la tête supérieure ; que le col étoit
 plus court qu'à l'ordinaire & un peu incliné à droite ; que
 les deux têtes étoient jointes par dehors , jusques vers le
 milieu des jouës voisines ; que les mâchoires inférieures des
 deux têtes étoient également mobiles, & formoient avec
 les mâchoires supérieures deux bouches, dont chacune avoit
 une langue à l'ordinaire.

J'ai averti dans la première partie, à la fin de la descrip-
 tion de l'extérieur de cet animal, que je m'étois contenté
 d'en examiner les têtes en particulier par l'anatomie, &
 de m'attacher principalement dans cet examen à ce que les
 parties communes aux deux têtes présentoient de plus singu-
 lier. Je remis alors pour la seconde partie de ces Remarques
 le détail de la dissection, parce que j'en avois destiné la pre-
 mière uniquement pour les Monstres simples, & la seconde
 pour les Monstres composés.

Avant la dissection je fis d'abord dessiner le Faon entier,
 & ensuite ses deux têtes à part dans des attitudes différentes,
 comme on les voit dans les trois premières Figures.

FIGURE I.

Le Faon entier avec ses deux Têtes, vû du côté gauche
 de l'animal.

- a*, la Tête supérieure, ou droite.
- b*, la Tête latérale, ou gauche.
- c*, l'Oreille droite de la Tête supérieure.
- d*, l'Oreille gauche de la Tête latérale.
- e*, l'Oreille commune aux deux Têtes.
- f, f, f*, la livrée du Faon.

FIGURE II.

Le Col avec les deux Têtes, vû du côté droit.

- a, b, c, d, e*, comme dans la Fig. I.

FIGURE III.

Les deux Têtes vûës en plein, pour montrer le fond double de l'Oreille commune.

a, b, c, d, e, comme dans la Fig. I.

f, la ligne saillante qui partage le creux de cette Oreille en deux fonds.

g, g, la direction de chaque fond d'Oreilles vers les Têtes.

Après avoir fait dessiner l'extérieur du Faon, j'en ouvris le bas-ventre où je ne trouvai rien de singulier. Les estomacs que ces animaux ont de commun avec les ruminants étoient vuides, de même que les intestins grêles; les gros intestins étoient très-remplis; le foye, la rate, les reins, la vessie, & l'uterus (car c'étoit une femelle) n'avoient rien d'extraordinaire.

La poitrine & les parties y renfermées étoient aussi dans l'état naturel d'un seul animal, même celles qui répondoient aux deux têtes; sçavoir, la trachée artère & l'œsophage. Ces deux tuyaux gardoient leur simplicité & leur structure ordinaire tout le long du col. Il n'y avoit qu'un larynx & un pharynx, placés l'un devant l'autre, comme on les trouve communément dans un seul animal.

Le col étoit composé de plusieurs vertebres, toutes simples, même la première, quoiqu'elle fût articulée avec les deux têtes. J'avois fait observer dans la première partie de ces Remarques, que le col étoit court, plus courbé qu'à l'ordinaire, & un peu incliné; c'étoit à l'extérieur qu'il paroissoit ainsi; mais l'ayant disléqué, je trouvai que la disposition des vertebres en étoit la cause, étant arrangées un peu en S romain, par deux courbures en contre-sens, dont l'une dépendoit en particulier de la quatrième vertebre, qui étoit comme écrasée entre la troisième & la cinquième, de sorte que les vertebres représentoient en cet endroit plutôt un pli ou angle, qu'une courbure en arc.

La moëlle renfermée dans le canal de ces vertebres, depuis

456 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
la première inclusivement jusqu'à la dernière, n'étoit que
simple comme à l'ordinaire, & sans aucune marque de com-
position extraordinaire.

FIGURE IV.

Voulant profiter du temps ordonné pour la dissection, je ne fis pas grande attention aux muscles que les deux têtes avoient communs avec le col unique ; & ayant trouvé à peu-près dans l'état ordinaire les muscles propres de ce col, de même que les muscles sterno-thyroïdiens & sterno-hyoïdiens, comme aussi les petits muscles propres du larynx, & les différentes portions charnuës du pharynx ; je détachai de ces deux têtes les mâchoires inférieures avec les deux langues, le larynx, & le pharynx, conjointement ensemble.

Je plaçai ensuite ces parties de manière que les mentons (*a, b,*) avec les langues (*c, d,*) étoient en haut, & que les grosses branches des mâchoires inférieures (*e, f, g, h,*) de même que la trachée-artère, avec l'œsophage, étoient en bas. J'examinai en cette attitude l'un & l'autre côté des deux mâchoires, & l'un & l'autre côté des parties qui y répon-
doient, en commençant par le côté qui regardoit le devant du col, & qui est représenté dans cette Figure IV, dont (*a, c,*) marquent le menton & la langue de la tête droite, (*b, d,*) le menton avec la langue de la tête gauche, (*8,*) la trachée-artère, & (*9,*) l'œsophage.

J'y découvris d'abord la base d'un seul os hyoïde (*i, i,*) ses deux cornes (*k, k,*) ; les deux grandes appendices qui se trouvent ordinairement dans ces sortes d'animaux, comme dans le Mouton, &c. je découvris le devant d'un seul pharynx (*1, 2, 3, 4,*) ; le devant d'un seul larynx (*5, 5,*) , dont je ne marque ici que les muscles crico-thyroïdiens (*6, 6,*) , & les muscles thyro-hyoïdiens (*7, 7,*) .

Cette base de l'os hyoïde, dont la forme & la situation devant le larynx étoient comme à l'ordinaire, portoit deux muscles basiglosses (*p, q,*) , l'un (*p*) pour le côté gauche de la langue supérieure ou droite, & l'autre (*q*) pour la langue

langue latérale ou gauche. Je n'ai pas trouvé les deux autres muscles basioglosses à l'opposite de ceux-ci; mais j'y trouvai entre les deux langues près de leurs bases ou racines un plan de fibres charnuës transversalement courbes & sans aucune apparence d'attache à d'autres parties. Ce plan musculaire, exprimé dans la Fig. IV. par (*a*) & dans la Fig. VI. par (*k*), m'a paru tenir lieu des basioglosses que je n'avois pas trouvés, & qui devoient répondre aux basioglosses (*p, q.*) de la Fig. IV.

Attendant le milieu de la partie antérieure de la même base de l'os hyoïde (*i, i*) étoit posée verticalement une petite cloison cartilagineuse (*w*) qui donnoit attache à quatre muscles génio-hyoïdiens (*r, r, s, s.*), deux pour chaque tête, & me parut par conséquent tenir lieu d'un autre os hyoïde. Le plan charnu ou musculaire (*a*), dont je viens de parler, y étoit comme collé, mais sans apparence de vraie attache.

On voit dans la Figure, au côté de cette cloison cartilagineuse, un petit vaisseau tronqué (Δ) passer par le dessus de la base de l'os hyoïde en se recourbant. C'est l'extrémité supérieure d'une artère carotide extraordinaire, dont il sera parlé ci-après, & dont la continuation est interrompue dans la Figure, pour ne pas dérober à la vûe ce qu'elle auroit caché par son trajet.

Des deux grandes appendices hyoïdiennes (*l, m*) chacune portoit une espece de muscle kerato-glosse. L'appendice du côté droit (*l*) portoit le muscle kerato-glosse droit (*n*) de la tête supérieure, & l'appendice du côté gauche portoit le muscle kerato-glosse (*o*) de la tête latérale.

(*z, z.*) marquent une petite portion antérieure d'un muscle mylo-hyoïdien fort singulier, dont la plus grande portion a été emportée, pour ne pas cacher au Dessinateur les parties qui en auroient été couvertes. Ce muscle mylo-hyoïdien appartenoit au grand os hyoïde (*i, i, k, k.*), & ses attaches latérales, au lieu d'être aux portions latérales ou branches de la mâchoire inférieure d'une seule tête, étoient d'un côté à la branche droite de la mâchoire de la tête

458 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 supérieure, & de l'autre côté à la branche gauche de la mâchoire inférieure de la tête latérale. Je n'ai pas trouvé le mylo-hyoïdien des côtés opposés ; mais au lieu de cela je trouvai un plan large & mince de fibres charnuës qui alloient d'une mâchoire à l'autre, comme on verra ci-après dans la Figure VI.

Les deux corps olivaires ($x, y,$) qui paroissent immédiatement au dessous de la portion du muscle mylo-hyoïdien ($z, z,$) sont les glandes sublinguales de l'une & de l'autre langue. Elles se touchoient immédiatement par la moitié postérieure de leur volume, & même y paroissoient en partie confonduës ensemble. Elles m'ont paru chacune tenir lieu de deux pour chaque langue, n'en ayant pas trouvé d'autres ; & c'est peut-être de cela que dépendoit la grosseur extraordinaire de ces deux-ci.

Il y avoit quatre glandes maxillaires ($t, t, u, u,$) deux pour chaque tête, comme à l'ordinaire. Deux de ces glandes, sçavoir ($t, t,$) sont ici représentées hors de situation, & les deux autres ($u, u,$) dans leur situation naturelle.

FIGURE V.

Il n'y avoit que trois arteres carotides pour les deux têtes, dont deux étoient latérales, & une étoit mitoyenne & antérieure. Les deux latérales ($11, 12,$) étoient placées à peu près à l'ordinaire le long de chaque côté du col. La carotide du côté droit alloit au côté droit de la tête supérieure, & la carotide du côté gauche alloit au côté gauche de la tête latérale. La carotide mitoyenne ou antérieure (13) montoit par une route extraordinaire directement devant la trachée artère & le larynx, & se glissoit ensuite entre les bases ou racines des deux langues à côté de la petite cloison cartilagineuse (w) de la Figure IV. jusques sous la rencontre ou union des deux têtes, où son extrémité (Δ) se divisoit pour le côté gauche de la tête supérieure, & pour le côté droit de la tête latérale. Ces trois carotides partoient d'un tronc commun fort court (10).

FIGURE VI.

Cette Figure marque les parties du côté opposé au côté représenté dans la Figure IV, c'est-à-dire, du côté de la proximité des deux mâchoires inférieures. Les mentons (*a, b,*) avec les langues (*c, d,*) sont ici tournés en haut, comme dans la Fig. IV, & les branches (*e, f, g, h,*) des deux mâchoires inférieures sont tournées en bas, mais à contre-sens de la Figure IV, par rapport à leurs parties latérales. La branche (*f*) est du côté gauche de la tête supérieure ou droite. La branche (*h*) est du côté droit de la tête latérale ou gauche. Ces deux branches (*f, h,*) étoient bien près l'une de l'autre, principalement en arrière. La branche (*e*) est du côté droit de la tête supérieure ou droite, & la branche (*g*) est du côté gauche de la tête latérale ou gauche. J'avois coupé & emporté la grosse portion ou moitié postérieure des branches (*f, h,*) pour mettre à découvert les parties que je vais décrire.

Les fibres transversales, & en partie un peu courbes (*i*) ; qu'on voit ici entre les portions des branches coupées (*f, h,*) & qui sont attachées par leurs extrémités à l'une & à l'autre de ces branches, sont celles que j'ai dit dans l'explication de la Figure IV, avoir trouvées au lieu d'un muscle mylo-hyoïdien, qui devoit répondre au mylo-hyoïdien (*z, z,*) de cette Figure IV.

Ces fibres (*i*) avoient cela de particulier, qu'elles paroissent être uniquement attachées aux mâchoires, & d'être réciproquement d'une continuité entière, sans la moindre apparence de tendon mitoyen ; elles étoient plus courtes que celles du mylo-hyoïdien (*z, z,*) de la Fig. IV, & cela à cause de la proximité des deux mâchoires en cet endroit ; ce plan charnu n'étant attaché qu'aux seules mâchoires, ne pourroit pas être nommé *mylo-hyoïdien*, mais simplement *myloïdien*.

Les fibres courbées en contre-sens (*k*) que l'on voit immédiatement au-dessous de celles-là, sont les mêmes qui sont

exprimées dans la Figure IV. par (α), & dont j'ai dit dans l'explication de cette Figure IV. qu'elles ne paroissent pas attachées à la petite cloison cartilagineuse (w) qui paroist tenir lieu d'os hyoïde.

Sous la coupe des branches maxillaires coupées (h, f) entre les racines ou bases des deux langues, on voit descendre deux muscles (l, m ,) l'un du côté gauche de la tête supérieure, & l'autre du côté droit de la tête latérale, & s'unir comme en pointe à l'extrémité d'un os fort délié (n, o ,).

Cet os délié (n, o ,) m'a paru être une espece d'appendice hyoïdienne, & tenir lieu des deux grandes appendices qui devoient être pareilles à celles de l'autre côté (p, p ,). Les deux muscles (l, m ,) sont pareils aux deux muscles keratoglosses de ces grandes appendices, excepté qu'ils sont joints ensemble à une seule appendice.

Il faut observer que cet os délié qu'on peut ici appeller *l'appendice hyoïdienne commune*, n'étoit pas collé ou attaché immédiatement au pharynx, comme la représentation optique de la Figure le pourroit faire penser. Il en étoit écarté à peu-près de la même façon que les appendices (p, q ,), ou appendices hyoïdiennes ordinaires; & par sa situation symétrique il répondoit à l'endroit de l'union des deux têtes.

A la racine ou base de chaque langue, on voit une fofsette (r, r ,) qui est le conduit de chaque bouche à un seul pharynx commun. Les deux grands trous (s, s ,) sont des ouvertures, par lesquelles ce pharynx commun communique avec le fond des narines de chaque tête. Le reste (q, q, q, q ,) qui est après ces ouvertures, est le corps du pharynx vu par derrière. L'œsophage (t) & la trachée (u) sont aussi représentés ici par leurs faces postérieures. Le tendon mitoyen des fibres charnuës du pharynx est, pour la plus grande partie, caché dans cette Figure par l'appendice hyoïdienne commune (n, o ,). Le dedans de la cavité de ce pharynx étoit tout simple, & l'épiglotte, la glotte, &c. y étoient aussi dans la conformation ordinaire d'un seul animal.

FIGURE VII.

Les deux crânes unis ensemble, vûs de front en plein, dans la même attitude que j'ai donnée aux deux têtes entières dans la Figure III.

Ces crânes étoient unis ensemble de manière que le trou auditif externe du côté gauche de la tête supérieure touchoit de près le trou auditif externe du côté droit de la tête latérale; les apophyses pierreuses de ces côtés se touchoient aussi l'une l'autre tout au long. Les parties latérales de ces mêmes côtés des deux os occipitaux y manquoient.

a, le Crâne supérieur.

b, le Crâne latéral.

c, l'Os occipital supérieur.

d, l'Os occipital latéral.

e, f, l'union des deux Occiputs.

g, g, l'union des deux Os temporaux, & l'adossement ou la proximité des deux conduits auditifs externes, auxquels répondoient les deux fonds de l'oreille commune, représentés dans la Fig. III.

h, l'Orbite gauche du Crâne supérieur.

i, l'Orbite droite du Crâne latéral.

FIGURE VIII.

Les mêmes deux crânes vûs par leurs bases, mais dans une attitude opposée à celle de la Fig. VII.

Les parties latérales de ces côtés des os occipitaux, c'est-à-dire, la partie latérale droite de l'os occipital de la tête supérieure, & la partie latérale gauche de l'os occipital de la tête latérale, formoient ensemble un seul grand trou occipital, comme à l'ordinaire; de sorte qu'au bord de ce grand trou, il n'y avoit que deux apophyses condyloïdes, comme dans un sujet simple. L'apophyse condyloïde droite appartenoit à l'occiput de la tête supérieure, & l'apophyse condyloïde gauche appartenoit à l'occiput de la tête latérale. Ces deux apophyses condyloïdes étoient articulées avec la

première vertebre du col, de la même manière & avec la même simplicité que les apophyses condyles d'un seul os occipital ordinaire sont articulées avec la seule première vertebre d'un simple sujet.

Les deux os occipitaux n'avoient qu'une seule base, qui se terminoit en deux allongemens basilaires, dont l'un répondoit à l'os sphénoïde d'une tête, & l'autre à l'os sphénoïde de l'autre tête.

Explication de la FIGURE IX.

- a*, le Crâne supérieur.
- b*, le Crâne latéral.
- c*, l'Os occipital du Crâne supérieur.
- d*, l'Os occipital du Crâne inférieur.
- e, f*, l'union des deux Occiputs.
- g, g*, l'union des deux Os des Temples, & l'adossément des deux Os petreux, dont l'un est le gauche du Crâne supérieur, & l'autre est le droit du Crâne latéral.
- h*, l'Orbite gauche du Crâne supérieur.
- i*, l'Orbite droite du Crâne latéral.
- k*, l'Orbite droite du Crâne supérieur.
- l*, l'Orbite gauche du Crâne latéral.
- m*, l'Apophyse pierreuse droite du Crâne supérieur.
- n*, l'Apophyse pierreuse gauche du Crâne latéral.
- o*, le grand trou occipital commun des deux Crânes.
- p*, l'Apophyse condyloïde droite de l'Occiput supérieur.
- q*, l'Apophyse condyloïde gauche de l'Occiput latéral.
- r, r*, la Base commune des deux Occiputs.
- s*, l'allongement occipital ou basilaire du Crâne supérieur.
- t*, l'allongement occipital ou basilaire du Crâne latéral.
- u*, l'os sphénoïde du Crâne supérieur.
- x*, l'Os sphénoïde du Crâne latéral.

RÉFLEXIONS.

Pour juger que la formation de ce Faon à deux têtes puisse être rapportée au système des Monstres par accident ou confusion, il faudroit s'imaginer, ou que deux germes entiers se fussent trouvés directement l'un à côté de l'autre, & réciproquement eussent été comprimés de manière, qu'à l'exception des têtes, les deux moitiés voisines du reste de leurs corps eussent été tout-à-fait détruites; qu'à leur place les deux moitiés opposites se fussent unies pour composer ensemble de nouveau un seul tronc ou corps entier avec les extrémités à l'ordinaire, & que les deux têtes qui seroient restées presque entières, se fussent accommodées sur un seul col; ou il faudroit s'imaginer que par une telle rencontre & par une telle compression, tout le corps de l'un, excepté la tête, eût été détruit, & que cette tête échappée eût été unie à la tête du corps entier.

Ni l'une ni l'autre de ces deux idées me paroissent s'accorder avec les observations que je viens de rapporter sur la dissection de cet animal. La première idée, sçavoir celle de la confusion des moitiés opposées par la destruction des moitiés voisines, pourroit avoir quelque vraisemblance quant à l'extérieur du corps, eu égard au rapport réciproque & symétrique des deux côtés opposés; mais pour peu qu'on en considère bien, & avec une exacte connoissance anatomique, les parties internes, sur-tout celles qui sont solitaires & sans symétrie, celles qui sont creuses & remplies de fluide, & encore plus celles qui sont mobiles & plus ou moins flottantes, comme l'œsophage, le cœur, l'estomac, les intestins; cette idée paroîtra par les raisons détaillées dans la première Partie de mes Remarques, non-seulement insoutenable, mais elle paroîtra outre cela capable d'induire à l'erreur, en ce qu'elle pourroit donner lieu de s'imaginer qu'un tel ou tel corps entier, soit d'homme, soit d'autre animal, quoiqu'un corps simple en apparence, a été originellement composé de deux; car ce qu'on s'imagineroit être arrivé à la plus grande partie

de deux corps, comme dans ce Faon, pourroit de même arriver à deux corps en total, puisqu'on trouve aussi des Monstres avec une seule tête sur deux troncs bien conformés séparément l'un de l'autre, comme on en trouve avec deux têtes sur un tronc. La seconde idée, selon laquelle, par la rencontre & par la compression réciproque de deux germes, l'un en seroit resté tout-à-fait entier, pendant que l'autre seroit détruit jusqu'à la seule tête qui seroit unie à la tête du corps entier; cette idée, dis-je, est aussi insoutenable que la précédente; car, par exemple, dans le cas présent, elle ne s'accorde nullement avec la disposition & la distribution particulière des trois artères carotides de ce Faon. Le col étoit simple dans sa structure, comme l'est ordinairement celui d'un seul animal; les vertebres, la moëlle épinière, la trachée, l'oesophage, la plus grande portion du larynx & du pharynx, toutes ces parties y étoient dans leur simple conformation ordinaire. Cependant les deux carotides latérales qui montoient sur les côtés d'un seul col comme à l'ordinaire, ne vont pas comme à l'ordinaire toutes deux à une seule tête, mais au lieu de cela, pendant que l'une passe sur le côté d'une tête qu'on supposeroit appartenir originairement au corps entier, l'autre passe sur le côté opposé de la tête qu'on supposeroit être le reste d'un autre corps détruit; & au lieu que la tête accessoire auroit quelques ramifications de la carotide voisine de la tête du corps entier, il se trouve ici une carotide mitoyenne, qui après un passage extraordinaire par-devant la trachée & le larynx, se partage pour les deux têtes, comme si cette carotide mitoyenne & extraordinaire avoit été formée par l'union ou confusion de la carotide droite d'un col, & de la carotide gauche d'un autre col, ce que dans le col de notre Faon la simple structure des autres parties de ce même col exposées ci-dessus, paroît démentir, surtout celle des vertebres, celle de la trachée, celle de l'oesophage, & celle de leurs dépendances.

Ces deux idées ne s'accordent pas non plus dans le cas présent avec la structure de la base commune des deux os occipitaux,

occipitaux, ni avec la formation du grand trou occipital & des apophyses condyloïdes voisines, ni avec l'articulation de ce double occiput sur une seule vertebre simple. Le système general de confusion porteroit d'abord ceux qui ne sont pas allés au fait de la structure, à penser & à dire que les os occipitaux des deux crânes s'étant rencontrés obliquement l'un à côté de l'autre, les portions voisines de ces deux os ont été détruites de manière que la moitié du grand trou occipital d'un crâne avec l'apophyse condyloïde de la même moitié, & la moitié réciproque du grand trou occipital de l'autre crâne avec son apophyse condyloïde, ont formé ensemble par leur union accidentelle un seul grand trou occipital avec deux apophyses condyloïdes, comme à l'ordinaire d'un seul os occipital & d'un crâne simple.

Mais le détour extraordinaire qu'auroient fait, selon cette idée, les portions latérales de l'un & de l'autre crâne, pour former un seul grand trou occipital semblable à celui d'un seul crâne ordinaire, restera toujours extrêmement difficile à expliquer selon le système des accidents, sur-tout la correspondance exacte du grand trou occipital de ces deux têtes avec le grand trou d'une simple vertebre, & d'expliquer la connexion articulaire des condyles opposés de deux différens os occipitaux avec les cavités de cette seule vertebre.

Car il faudroit pour cela ou s'imaginer que toute la longueur du corps de ce Faon eût été formée par les moitiés latérales de deux corps, ce qui paroît tout-à-fait impossible pour les raisons exposées ci-devant; ou il faudroit s'imaginer que, par exemple, le condyle droit de la tête supérieure de ce Faon eût resté comme à l'ordinaire articulé avec la cavité articulaire droite de la seule première vertebre, & que la cavité articulaire gauche de cette même vertebre eût resté vuide, sans être endommagée par la destruction du condyle gauche de la même tête supérieure, sans l'être par celle du condyle droit de la tête latérale, & par celle de leurs ligaments, &c. & que le condyle gauche de la tête latérale ayant quitté sa connexion avec la vertebre détruite du corps perdu, eût été

articulé de nouveau avec la cavité gauche de la même première vertebre du corps restant. Mais je répète encore ici que pour peu qu'on soit au fait de la vraye structure de ces parties, & qu'on se donne la peine de bien comparer en détail l'extraordinaire avec l'ordinaire, on sentira une extrême difficulté d'expliquer par le système des accidents la connexion & l'articulation des deux têtes de ce Faon avec la première vertebre de son col.

M. de Reaumur a conservé dans son cabinet depuis plusieurs années une double tête de Veau, dont il a vû lui-même tout le corps en vie. Elle est pour la plus grande partie semblable à la tête double du Faon du Roy, principalement par rapport à l'occiput commun, au grand trou, aux condyles, à la base commune de l'occiput, & à la bifurcation de cette base en deux allongements pour les os sphénoïdes des deux têtes, comme on le peut voir Fig. X. & XI.

Explication de la FIGURE X. qui représente les Crânes de la double Tête de Veau, vûë de front.

a, a, l'union des deux Crânes.

b, b, les Orbites voisines.

c, c, le bord des Orbites de l'autre côté.

d, d, l'endroit de l'union, où la partie latérale des Os occipitaux, une grande partie des Os temporaux voisins, avec leurs apophyses pierreuses, &c. manquoient tout-à-fait.

e, e, les Zygoma.

Explication de la FIGURE XI. qui représente la même double Tête renversée & vûë par ses bases.

a, le grand Trou occipital commun aux deux Crânes.

b, b, l'union des deux Os occipitaux.

c, c, les Apophyses condyloïdes, dont l'une est la droite d'une Tête, & l'autre la gauche de l'autre Tête.

d, d, les Apophyses pierreuses, l'une d'un côté, & l'autre de l'autre côté de chaque Tête.

e, la base commune des deux Os occipitaux.

f, l'allongement occipital commun de ces Crânes.

g, g, les Orbites, &c.

h, h, h, h, les fosses nasales.

i, l'union de deux Zygoma tronqués.

Je reviens aux autres parties des deux têtes du Faon. La structure, l'arrangement & l'usage des deux os hyoïdes, de même que les attaches de leurs muscles, ne me paroissent pas non plus s'accorder avec le système des accidents. L'os hyoïde (*i, i, k, k,*) qui par sa structure & son arrangement, ressemble à un os hyoïde ordinaire d'un seul animal, sert ici à deux têtes, ayant deux différents muscles basio-glosses (*p, q,*), un pour la langue de chaque tête. La petite cloison cartilagineuse (*w,*) que j'ai regardée comme un hyoïde imparfait, soutenoit d'un côté les genio-hyoïdiens (*r, r,*) de l'une des têtes, & soutenoit aussi de l'autre côté les genio-hyoïdiens (*s, s,*) de l'autre tête.

On pourroit, selon le système des accidents, s'imaginer que l'os hyoïde (*i, i, k, k,*) a été formé par les moitiés de deux différents os hyoïdes, & que la petite cloison (*w,*) a été formée irrégulièrement & imparfaitement par les autres moitiés de ces mêmes os hyoïdes; mais outre que je ne vois nullement comment pour cet effet ces quatre muscles genio-glosses se seroient rencontrés, la seule attache des quatre muscles génio-hyoïdiens me paroît tout-à-fait contraire au système des accidents, selon lequel cette cloison ou ce faux hyoïde ne devoit servir d'attache qu'à deux genio-hyoïdiens, & les deux autres genio-hyoïdiens devoient être attachés à la base du grand os hyoïde (*i, i,*) attenant l'attaché des basio-glosses (*p, q,*).

La connexion symétrique d'un seul larynx & d'un seul pharynx avec ces autres parties si extraordinairement doubles & si extraordinairement transposées, fait encore plus paroître la difficulté de ce système dans le cas présent. Car la difficulté me paroît ici plus grande que dans la connexion d'une seule vertèbre avec les moitiés de deux os occipitaux. Mais

il faut être entièrement au fait de la structure & de la disposition de toutes ces parties, & avec cela se donner la patience de comparer en détail l'extraordinaire avec l'ordinaire.

A l'égard de l'os grêle (*n*,) Fig. VI. qui porte les deux muscles (*m, l*,), on pourroit avec quelque vraisemblance, expliquer son origine par la confusion de deux grandes appendices hyoïdiennes qui, sans une telle confusion accidentelle, auroient été pareilles à celles de la Fig. IV. (*l, m*,). Le confrontement des muscles de cet os grêle (*i*,) Fig. VI. avec ceux des grandes appendices (*l, m*,) Fig. IV. pourroit encore favoriser le système, quoique la distribution de ces quatre muscles bien examinée, pourroit en rendre l'application difficile.

Le mylo-hyoïdien commun (*z, z*,) de la Fig. IV. le faux mylo-hyoïdien (*i*) de la Fig. VI. le basio-glosse unique & imparfait (*a*) de la Fig. IV. & (*k*) de la Fig. VI. ces trois plans musculaires bien examinés par rapport à leur structure & à leur connexion extraordinaires confrontées selon toute l'exactitude anatomique avec la structure & la connexion ordinaires des muscles mylo-hyoïdiens & des muscles basio-glosses, me paroissent presque aussi incompatibles avec le système des Monstres par accident, que la situation renversée des viscères du Soldat des Invalides, dont j'ai rapporté l'histoire dans la première Partie de ces Remarques.

I I.

Réflexions sur l'histoire anatomique de la Fille à deux ventres & quatre extrémités inférieures, rapportée dans la première Partie de ces Remarques.

Voici une récapitulation très-courte des particularités de cette histoire. Le bas du dos du demi-corps étoit au bas du sternum de la grande Fille; de sorte que le devant du ventre & des extrémités du demi-corps regardoit directement le devant du ventre & des extrémités de la grande Fille. L'estomac, le duodenum, le jejunum & une partie de l'ileum de

la grande Fille étoient simples & d'une conformation naturelle. L'autre partie de l'ileum étoit bifurquée ou divisée en deux branches, dont l'une continuoît sa route ordinaire dans la grande Fille, l'autre alloit au ventre du demi-corps. Le lobe gauche du foye de la grande Fille n'étoit pas mince comme à l'ordinaire, mais gros comme une espece de lobe droit, & il y avoit à la face inférieure ou concave de ce lobe gauche une vésicule du fiel, outre la vésicule ordinaire du lobe droit. Ces deux vésicules étoient à peu-près pareilles en conformation & en situation; & alloient toutes deux au duodenum à peu de distance l'une de l'autre. Il n'y avoit dans le ventre du demi-corps, outre les vaisseaux & les nerfs, que la branche de l'ileum bifurqué de la grande Fille, avec le reste des intestins, les reins, les ureteres & la vessie. Le rectum s'ouvroit dans la vessie, & la vessie se terminoit par une espece d'anüs en manière de fente, par où sortoient la matière fécale & l'urine mêlées ensemble. Il n'y avoit aucune marque de sexe, ni en-dedans, ni en-dehors. Les hanches, les fesses & les jambes de ce demi-corps étoient bien conformées & d'un embonpoint ordinaire par la seule graisse, sans la moindre trace de muscles ou de fibres charnuës. Les os étoient dans leur état naturel, entre lesquels & la peau il y avoit tout au long dans le corps graisseux une distribution de vaisseaux sanguins & de nerfs. Il est encore à propos de faire souvenir que la grande Fille sentoît les impressions faites extérieurement sur la peau du demi-corps.

Selon le systeme des Monstres par confusion, on diroit pour expliquer tout ceci, que de deux sujets qui se seroient rencontrés de front dans leur première conformation, l'un auroit, par quelque contrainte, compression, ou autre accident, été détruit jusqu'à la moitié inférieure du-bas-ventre, de sorte qu'il n'y en auroit resté que la moitié inférieure de ce bas-ventre avec une portion de l'intestin ileum, &c. & les extrémités inférieures après la destruction totale de la tête, des extrémités supérieures, de toute la poitrine, du diaphragme, du petit lobe ou lobe gauche du foye, de

l'estomac, du duodenum, du jejunum, de la première portion de l'ileum, & de la moitié supérieure du bas-ventre, pendant que l'autre sujet seroit demeuré dans son entier, excepté le petit lobe ou lobe gauche du foye, & la petite portion de l'épigastre, où étoit l'union du demi-corps avec le corps entier.

Ceux qui ne sont pas entièrement au fait de la structure & de la connexion des parties, ou qui ne se donnent pas la peine de tout examiner, pourront trouver cette explication très-satisfaisante & très-naturelle ; mais ceux qui sont en état d'examiner à fond les difficultés suivantes, ne la trouveront peut-être pas de même.

1. Difficulté. Il faudroit, selon le système de la confusion, s'imaginer que le lobe gauche du foye du grand sujet ait été originairement le lobe droit du petit sujet, & que par la destruction du lobe gauche de l'un & de l'autre, leurs lobes droits avec leurs vésicules biliaires auroient été confondus, & auroient formé ensemble un seul corps de foye avec deux vésicules.

Là-dessus on pourroit d'abord demander comment cette portion du foye du petit sujet auroit échappé la violence de l'accident que l'on suppose avoir détruit non-seulement toutes les parties qui étoient immédiatement au-dessus d'elle, mais aussi plusieurs autres considérables qui étoient immédiatement au-dessous. Mais voici ce qui me paroît inexplicable par le système. Les deux corps s'étant rencontrés de front, les petits lobes des deux foyes se seroient par cette rencontre mutuellement détruits, & les gros lobes de ces mêmes deux foyes se seroient réunis latéralement ensemble & auroient formé dans le grand sujet comme un seul foye, dont le dessus & le dessous, de même que le droit & le gauche, n'auroient pas d'abord paru beaucoup différents d'un foye ordinaire, & dont l'extraordinaire auroit été d'avoir le lobe gauche plus gros qu'à l'ordinaire, & d'avoir deux vésicules. Mais sans parler d'autres circonstances, la situation & l'attitude de la vésicule de ce lobe gauche étoient à l'égard du

grand sujet, pareilles à la situation & à l'attitude de la vésicule du lobe droit; c'est-à-dire, le fond de la vésicule gauche ou extraordinaire étoit en devant, & le col de cette vésicule étoit en arrière, comme l'étoient le fond & le col de la vésicule ordinaire du côté droit.

Pour expliquer ceci selon le système des accidents par rencontre & par confusion de deux sujets originaires séparés & entiers; il faudra s'imaginer, ou que la seule vésicule extraordinaire ait été déplacée en contre-sens, en même temps que le lobe eût resté comme il étoit avec le bord antérieur placé vers le dos du grand sujet, & le bord postérieur vers le devant; ou il faudra s'imaginer que tout ce lobe avec la vésicule, ait été dans cette rencontre de front, tourné en sens conforme au grand sujet, & à contre-sens à l'égard du petit. Cette difficulté me paroît un vrai nœud gordien dans le système des Monstres par confusion.

II. Difficulté. L'insertion du canal cholidoque gauche ou extraordinaire dans le duodenum du grand sujet, à peu de distance du canal cholidoque ordinaire, comment seroit-elle arrivée selon le système des accidents? & supposé que ce canal ait quitté le duodenum anéanti du petit sujet, comment l'extrémité de cet intestin auroit-elle passé jusqu'au duodenum du grand sujet par le grand intervalle que la rencontre de front avoit laissé entre le canal cholidoque du petit sujet, & le duodenum du grand?

Pour répondre quelque chose à cette difficulté, il faudra revenir ou à la tournure de la vésicule, ou à celle de toute la masse du lobe avec la vésicule, c'est-à-dire, à la première difficulté, à laquelle je ne vois pas ce qu'on pourra répondre avec solidité.

III. Difficulté. La bifurcation de l'intestin ileum ne paroît gueres moins difficile à expliquer selon le système des accidents. Auroit-elle été formée par la confusion des moitiés longitudinales de deux intestins pareils qui, dans la suite, auroient été débarrassés de leur union ou confusion, & auroient formé séparément deux intestins ou deux branches:

d'intestins pareils ? On pourroit même tenter d'étendre cette idée jusqu'aux deux jejunums , & aux deux duodenumus , & de trouver par-là un moyen d'expliquer comment s'est formée l'insertion de deux cholidoques dans un seul duodenum. Mais pour peu qu'on réfléchisse sur les circonvolutions en contre-sens, sur les croisements vagues, & sur les différents intervalles changeants des intestins de deux sujets qui se rencontreroient directement de front , on verra qu'elle ne peut pas avoir lieu.

Il paroîtroit peut-être plus simple, selon le système des accidents, d'expliquer la bifurcation de l'intestin ileum, par l'application de l'embouchure du pareil intestin tronqué du petit sujet à une ouverture latérale arrivée à l'intestin entier du grand sujet. Mais alors il faudroit aussi expliquer comment cette ouverture latérale seroit arrivée à l'intestin entier, & par quelle mécanique proportionnée à leur structure, deux ouvertures flaches de deux canaux, pareillement flaches & flottans, auroient resté tendues & sans se plisser, pendant qu'elles s'unifioient par leurs circonférences.

IV. Difficulté. Ces deux Sujets étant unis de front, & vis-à-vis l'un de l'autre, les vaisseaux & les nerfs du côté droit de l'un communiquoient immédiatement avec les vaisseaux & les nerfs du côté gauche de l'autre, quoique les troncs de ces vaisseaux & de ces nerfs de l'un fussent aussi éloignés de ceux de l'autre, que les vertebres de l'un étoient éloignées des vertebres de l'autre. On aura de la peine à expliquer par le système des accidents, ces communications en contre-sens, sur-tout celles des grosses branches, d'autant plus que dans le petit sujet, la moëlle épinière, l'aorte, & la veine-cave ont été, pour la plus grande partie, détruites & perdus.

V. Difficulté. Tous les organes internes du sexe manquoient dans le petit sujet, nonobstant que l'endroit où ils devoient se trouver, sçavoir le bassin, ne paroissoit pas avoir essuyé la moindre compression, & avoit son étendue naturelle. De plus, il n'y avoit pas la moindre apparence de muscles ou de fibres charnuës dans toute l'étendue des extrémités inférieures
du

du même sujet, quoique la conformation externe en fût très-naturelle, & tout-à-fait pareille à celle d'un sujet bien charnu & bien nourri. Cette belle conformation externe dépendoit uniquement d'une graisse qui, par la seule différence d'épaisseur, soulevoit différemment la peau, & faisoit paroître les fesses, le pli des fesses, le gros des cuisses, & le gras des jambes dans la forme ordinaire de l'embonpoint de ces parties, & par conséquent il n'y avoit aucune marque de destruction par compression. Ces deux défauts bien examinés & confrontés avec les circonstances qui les accompagnoient, me paroissent encore très-difficiles à expliquer par le système des accidents, conformément à la vraie structure & à la connexion ordinaire des parties.

Je ne parlerai pas ici de l'insertion extraordinaire du rectum dans la vessie, ni de l'ouverture extraordinaire de cette vessie par un anus informe, n'y trouvant pas tout-à-fait les mêmes difficultés de les expliquer par le *système des accidents*.

III.

Remarques sur le Memoire de M. Duvernay, donné à l'Academie en 1706, au sujet de deux Enfants joints ensemble.

1. C'étoit deux mâles. Ils étoient joints ou unis par la partie inférieure de leurs troncs, de manière qu'étant couchés tout au long sur leur dos, les têtes terminojent la longueur du total, & les cuisses de l'un croisoient avec les cuisses de l'autre. L'union de ces deux corps étoit en devant marquée sur la peau par une espece de raphé ou couture, qui alloit transversalement depuis un côté jusqu'à l'autre, & dans ce trajet, où sont pour l'ordinaire les os pubis, on ne sentoit aucune partie osseuse ni cartilagineuse. Leur union en arrière se trouvoit à la rencontre des quatre fesses par un pli transversal, qui distinguoit les deux fesses de l'un d'avec les deux fesses de l'autre. Il y avoit au milieu de la couture un nombril commun à tous deux, & au milieu du pli entre les quatre fesses, à la place

474 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
de l'anüs qui y manquoit, étoient les parties naturelles de l'un
& de l'autre. Les deux cuiffes de chaque côté étoient plus re-
culées en arriere que de coûtume dans leur articulation avec
les os des hanches.

Réflexion. Eu seulement égard à cette conformation ex-
terne, il n'y auroit pas grande difficulté d'admettre ici le syfte-
me des accidens, & de s'imaginer que ces enfans avoient été
 joints ensemble par une confusion accidentelle, & que les os
 pubis, qu'on ne sentoit pas dans leur place ordinaire, avoient
 été détruits par leur rencontre dans cette confusion. Cepen-
 dant par la dissection tous les quatre os pubis, c'est-à-dire, les
 deux os pubis de chaque enfant, ont été trouvés dans leur
 entier, & unis à l'ordinaire avec les autres os de chaque bassin;
 mais les os pubis de chaque enfant, au lieu de tenir fermement
 ensemble sur le devant par une connexion cartilagineuse,
 étoient extrêmement écartés de côté & d'autre, d'une manière
 qui me paroît inexplicable par le sytème des accidens.

2. Ces deux enfans avoient été renfermés sous les mêmes
 membranes, & n'avoient qu'un seul cordon ombilical & un
 seul placenta. Les membranes de leur enveloppe commune
 étoient plus fortes & plus épaissies qu'à l'ordinaire, le placenta
 étoit plus grand & plus épais, & le cordon ombilical plus
 gros. Ce cordon étoit composé d'un ouraque, de deux veines
 & de trois arteres, l'un des enfans en ayant deux, & l'autre
 n'en ayant qu'une.

Réflexion. On conviendra sans peine que deux enfans
 avoient besoin d'un placenta plus grand & plus épais qu'à l'or-
 dinaire; mais depenfer que ce placenta a été formé par la con-
 fusion de deux placentas originairement séparés, la moindre
 attention sur la structure d'un seul cordon qui en dépend, pour
 ne pas parler de celle des membranes, m'en empêche. Car il
 faudroit pour cela s'imaginer que ce cordon unique a été for-
 mé par l'union de deux cordons flottans, dont chacun, com-
 me on sçait, doit pareillement être composé tout au long de
 trois ou quatre vaisseaux contournés en manière de rampe, &
 pleins de sang. Il faudroit encore s'imaginer que dans les deux

placentas originaires, le cordon de chaque n'a pas été dans le milieu; car ce seroit par cette inégalité qu'on expliqueroit la largeur extraordinaire du placenta, sans néanmoins pouvoir aussi en expliquer l'épaisseur par cette inégalité. En un mot, la formation d'un tel cordon flottant par la rencontre & l'union de deux pareils cordons flottans, me présente à peu près la même difficulté que j'ai exposée ci-devant sur la formation d'un intestin par la confusion de deux intestins.

3. Les os pubis de chaque enfant étant extrêmement écartés & éloignés de leur situation naturelle, comme j'ai dit ci-dessus, ceux de l'un étoient attachés à ceux de l'autre par des ligaments extraordinaires, très-courts & très-forts, qui permettoient aux deux bassins un mouvement en manière de charnière, de sorte que par ce moyen on pouvoit alternativement écarter & un peu rapprocher ces deux enfans l'un de l'autre.

Réflexion. Je ne comprends pas comment on peut expliquer par le système des Monstres accidentels, le grand écartement des os pubis; pourquoi par la rencontre des deux germes ces os n'ont pas plutôt été détruits, ou courbés en dedans, que renversés en dehors si extraordinairement; comment ces mêmes parties étant par ce détour presque posées de champ, se sont si heureusement rencontrées par leurs bords naturellement très-minces, sans que les unes eussent glissé sur les autres, comme s'explique M. Duvernay, & enfin d'où sont provenus ces nouveaux ligaments.

4. La couture transversale qui marquoit sur la peau l'endroit de la jonction des deux enfans, étoit au-dedans garnie tout au long depuis une extrémité jusqu'à l'autre, de plusieurs fibres tendineuses extraordinaires; & le pli qui distinguoit les fesses de l'un d'avec les fesses de l'autre, étoit au-dedans attaché à une bande ligamenteuse extraordinaire, très-forte & épaisse, qui par ses extrémités étoit attachée aux deux ligaments courts, par lesquels les os pubis de l'un étoient attachés aux os pubis de l'autre.

Réflexion. Le système de la confusion ne me paroît pas pouvoir expliquer la fabrique de ces deux bandes particulières,

fur-tout en ce qu'elles sont à contre-sens de toute matière fibreuse qui se trouve pour l'ordinaire à ces endroits & aux environs.

5. Les muscles droits du bas-ventre de l'un & de l'autre enfant, au lieu de s'accompagner bien près, depuis la pointe du sternum jusqu'au pubis, se séparaient en leur trajet par un détour vers les os pubis écartés, où ils étoient attachés; de sorte que l'écartement de ces quatre muscles formoit une espece de lozange, dont l'intervalle étoit rempli par une expansion particuliere de l'aponevrose des autres muscles du bas-ventre. Par ce dérangement les muscles obliques étoient devenus droits, ce que M. Duvernay avoit oublié dans sa description; mais la figure l'exprime assés.

Réflexion. Il n'y auroit pas grande difficulté d'adopter ici le système des accidents, si on ne faisoit pas une attention particulière à la structure naturelle des gaines de ces muscles droits, & à la composition de la ligne blanche.

6. Les intestins grêles de l'un & de l'autre enfant se joignoient par leurs extrémités, & aboutissoient dans un intestin commun, qui par le dehors étoit comme une espece de colon, & avoit à un de ses côtés un petit cœcum avec un petit appendice vermiforme, mais étoit au-dedans garni de valvules conniventes, comme un intestin grêle. Cet intestin commun après avoir fait deux courbûres en contre-sens, s'ouvroit dans un autre intestin plus long, qui avoit deux cœcums & deux appendices, & qui après quelque trajet sous les intestins grêles, s'ouvroit d'une manière fort bizarre dans une double vessie très-charnuë, qui servoit de cloaque commun aux matières fécales & aux urines de l'un & l'autre enfant, dont les uretres étoient extraordinairement larges. Il y avoit à l'endroit de l'union de la double vessie avec les deux urethres de côté & d'autre, deux paires de muscles extraordinaires, lesquels par un double croisement oblique de leurs fibres, représentoient deux X romains mis à côté l'un de l'autre, & unis ensemble par leurs extrémités voisines, de sorte qu'il en résultoit une espece de lozange, qui renfermoit dans son intervalle le col

commun de la double vessie, & paroïssoit pouvoir faire la fonction d'un sphincter très-extraordinaire.

Réflexion. Je répète ici la difficulté que j'ai marquée ci-dessus à l'article II. de cette seconde partie de mes remarques, à l'occasion des intestins de la fille à deux bas-ventres. Mais je demande de plus ici, comment on pourroit expliquer par le système des accidents, la formation d'un troisième cœcum & d'un troisième appendice, & la formation de ces deux paires de muscles nouveaux si extraordinairement situés.

7. Les veines mésentériques des deux intestins communs, dont je viens de parler, se déchargeoient immédiatement dans la veine-cave inférieure. On sçait que dans l'état ordinaire les veines mésentériques composent un tronc commun sous le nom de *veine-porte*, & que ce tronc après une dilatation particulière, se ramifie de nouveau, & aboutit par ses dernières ramifications à de pareilles ramifications dont les troncs appellés *veines hépatiques*, se déchargent enfin dans la veine-cave.

Réflexion. Une transplantation, pour ainsi dire, si étrange, si éloignée, & même si contraire à l'état ordinaire de l'économie animale, une telle transplantation de tronc en tronc, tous deux remplis de sang, je ne vois aucun moyen d'en suivre les traces par le système des accidents, pour peu qu'on soit au fait de la structure naturelle, & qu'on veuille se donner la peine de la confronter ici avec la structure extraordinaire.

8. Je laisse les autres particularités de l'histoire de ces deux Enfants, auxquelles j'applique les mêmes difficultés. Car enfin parmi toutes sortes de dérangement, de transposition, de complication de parties, soit par accident, soit par artifice, qu'on rencontre dans l'homme, dans les animaux, dans les arbres, les plantes, &c. où il est évident que ces parties ont été dans un état ordinaire avant l'accident & avant l'artifice; on y trouve toujours quelques traces de leur formation, comme je le ferai voir dans un autre lieu par des exemples très-bizarres, tirés de la Chirurgie & du Jardinage. Je remets pour le résultat général la conclusion du Mémoire de

478 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
M. Duvernay, qui n'est pas entré dans le détail de toutes ces difficultés que je viens d'exposer.

I V.

*Remarques sur le Mémoire de M. Lémery, donné à
l'Académie en 1724, au sujet d'un Enfant
à deux têtes.*

1. C'étoit un Enfant né à sept mois & demi de grossesse. Il avoit deux têtes bien conformées en tout, placées l'une à côté de l'autre, & posées chacune sur un col propre. Ces deux cols particuliers paroissoient à l'extérieur se joindre en descendant, & ne former qu'un seul col unique & commun. Le reste de tout le corps ne paroissoit à l'extérieur que très-simple & d'une conformation ordinaire, excepté la poitrine qui étoit fort large, & les parties naturelles de deux sexes situées non à côté l'une de l'autre, comme les têtes, mais dans un même plan vertical.

Par la dissection on y découvrit plusieurs choses extraordinaires, comme on verra dans les articles suivans.

Réflexion. La conformation externe de cet Enfant à deux têtes porteroit très-naturellement ceux qui ne connoissent pas à fond la structure, la situation & la connexion des parties internes dans leur état ordinaire, à juger qu'il a été formé par deux germes originairement séparés qui, par quelque compression accidentelle à leur rencontre latérale, auroient perdu chacun depuis la partie inférieure du col, la moitié collatérale de tout le reste du corps, & auroient été réunis en un seul corps par les moitiés opposites. Cette idée me paroît devoir, même indépendamment de l'examen anatomique d'un tel sujet, faire peine à ceux qui considèrent le dérangement inexplicable que les parties devroient subir par une telle confusion. Je vais suivre pas à pas l'exposition anatomique de la structure interne de ce fœtus, & je marquerai sur chaque article mes Réflexions.

2. Il y avoit deux épines ou colonnes vertébrales entières.

depuis la base des crânes jusqu'à l'extrémité des coccyx situées à côté l'une de l'autre, & bien près l'une de l'autre. Les douze vertèbres dorsales de chaque épine ou colonne portoient sur les côtés opposés douze côtes entières qui par le devant se joignoient à un sternum commun, & ces mêmes vertèbres portoient sur les côtés les plus voisins douze fragments ou petites portions de côtes qui, par la rencontre & l'assemblage de leurs extrémités, formoient une espece de fausse épine entre les deux vraies épines. Il y avoit en haut, comme à l'ordinaire, deux omoplates, deux clavicules, deux bras avec les restes des deux extrémités supérieures. Il y avoit en bas un seul bassin commun avec toute la suite ordinaire des deux extrémités inférieures. Au lieu des os sacrum & des coccyx, on ne voit dans la Figure qu'une suite uniforme de vertèbres toutes pareilles à celles des lombes, avec cette seule différence qu'elles diminuent en volume, à mesure qu'elles deviennent inférieures.

Réflexion. La jonction artificielle de deux squelettes ordinaires, qu'on auroit placés l'un à côté de l'autre, après en avoir emporté la plus grande portion des côtes des côtés voisins avec les omoplates, les os des hanches, & tout le reste des extrémités supérieures & inférieures de ces mêmes côtés; cette jonction, dis-je, que M. Lémery a très-ingénieusement exposée, paroît d'abord le moyen le plus simple & le plus naturel d'expliquer la formation de la charpente osseuse de ce fœtus, par la confusion de deux charpentes osseuses originairement toutes entières, & appartenantes chacune à un corps tout entier.

Ce moyen pourroit sans grande difficulté favoriser le système des accidents par rapport à cet article, si par la même voye les autres choses extraordinaires qui se rencontrent dans la conformation de ce fœtus, pouvoient être expliquées avec autant de facilité & avec autant de vraisemblance, que les deux épines, &c. comme M. Lémery paroît le prétendre, en disant, que *l'examen des parties internes ne démentoit point les idées que les parties externes lui avoient fait naître.*

3. Il y avoit dans la poitrine de ce foetus deux poulmons entiers, c'est-à-dire, quatre grands lobes, avec quatre troncs de bronches & deux trachées, qui répondoient à l'ordinaire aux deux cols, &c. ou pour mieux dire, il y avoit dans chaque côté de la poitrine un poulmon entier avec ses deux grands lobes, deux troncs de bronches & une trachée.

Réflexion. Cet article paroît encore pouvoir favoriser à peu près aux mêmes conditions que celui des deux épines, le système des accidents, ou des monstres par confusion. Mais les difficultés qui y sont contraires, me paroissent encore plus considérables ici par rapport à la conformation bizarre du cœur monstrueux & unique, mais principalement par rapport à la route extraordinaire des grosses artères & veines entre ce cœur & les poulmons, & par rapport à la distribution des aortes & des veines-caves, comme je vais faire voir dans les articles suivans.

4. Ce cœur étoit unique, placé au milieu de la poitrine, & semblable à une gibeciere. Il ne formoit qu'un seul ventricule, qui avoit deux embouchures, une à droite, & l'autre à gauche, de chacune desquelles partoient deux troncs d'artères, qui se portoient un peu sur les côtés, & dont l'un étoit supérieur à l'autre. Le tronc supérieur étoit un tronc d'aorte, & l'inférieur étoit un tronc d'artère pulmonaire; de sorte que de ce ventricule unique sortoient quatre troncs d'artères, sçavoir deux aortes & deux artères pulmonaires; une aorte & une artère pulmonaire du côté droit; l'autre aorte & l'autre artère pulmonaire du côté gauche.

Il n'y avoit pour toute oreillette qu'une poche membraneuse, située à la partie postérieure du ventricule, & qui se continuant sur la base du cœur, formoit une espece de cul-de-sac entre les quatre artères. Elle ne faisoit avec le ventricule qu'une même cavité, & recevoit par sa partie supérieure, du côté droit, la veine-cave supérieure, qui se glissoit entre les deux troncs d'artères du côté droit. Elle recevoit aussi par sa partie inférieure la veine-cave inférieure, & par ses deux côtés deux troncs de veines pulmonaires. Il y avoit au bas de la veine-cave
supérieure,

supérieure, non seulement des valvules triglochines, mais il y avoit encore sur les côtés de cette veine deux petites cloisons qui la séparoient des deux artères du côté droit, & qui paroissent pouvoir faire l'office de valvules, quand le sang étoit poussé de bas en haut.

Voilà le précis de l'exposé de M. Lémery. Il en conclut, que ce cœur unique & monstrueux étoit un composé de deux cœurs confondus ensemble par une pression accidentelle, &c. que chaque moitié de ce composé étoit originairement le cœur de celui des deux fœtus, qui étoit du même côté de cette moitié; & que le cœur unique ainsi composé, faisoit ici l'office de deux cœurs.

M. Lémery prend pour preuve convaincante de l'union de deux cœurs, les deux troncs d'artères qui partoient de chaque côté de ce cœur unique, en prétendant que la distribution de deux troncs à droite, & de deux à gauche, désignoit dans ce composé la moitié qui en appartenoit à chaque fœtus.

Il finit ainsi son Mémoire : Comment deux cœurs originairement séparés auroient-ils pû n'en faire plus qu'un seul, si les cloisons qui les séparoient ne se fussent ouvertes, & n'eussent permis à ces deux cœurs de s'appliquer immédiatement l'un contre l'autre, & de s'unir intimement?

Réflexion. M. de Fontenelle dans son Histoire au sujet de l'union de deux squelettes, selon l'idée de M. Lémery, dit que des yeux anatomistes y trouvoient sûrement les traces de ce qui étoit passé. Mais j'avoué que jusqu'à présent les miens ne les ont pas pû trouver par rapport à ce cœur & à ses dépendances, ni même par rapport aux viscères du bas-ventre. Voici deux difficultés qui entr'autres m'en empêchent.

Première difficulté. Il faudroit, selon l'idée de M. Lémery, s'imaginer que deux fœtus originairement entiers, se seroient trouvés à côté l'un de l'autre, & qu'ayant été mutuellement comprimés par accident, les parties laterales voisines de l'un & de l'autre auroient d'abord été détruites jusqu'à la rencontre des deux cœurs. Mais je ne vois pas comment les deux moitiés, ou grands lobes de poulmon, qui dans la rencontre

482 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
d'une telle attitude latérale se seroient trouvés entre les deux
cœurs, auroient plus résisté à leur destruction par leur com-
pression mutuelle, que les autres parties naturellement plus
fermes qu'eux, comme les os, les muscles, &c.

La difficulté me paroît d'autant plus grande, que, selon
l'expression du Mémoire de M. Lémery, les deux côtés de la
poitrine étoient occupés par deux poulmons entiers, ce qui
marque que les deux grands lobes voisins étoient aussi entiers
que les deux lobes éloignés. Je ne m'arrête pas ici à la figure
qui accompagne ce Mémoire, & dans laquelle les deux grands
lobes voisins sont pour la plus grande partie cachés par les
deux autres grands lobes; ce qui a été apparemment fait ex-
près pour mieux faire voir la distribution des gros vaisseaux
du cœur.

Seconde difficulté. On sçait que dans l'état naturel ou ordi-
naire le cœur humain est à peu-près d'une figure conique,
aplatie par un côté, arrondie par la base & par la pointe.
On sçait qu'il est couché à plat dans le péricarde sur le dia-
phragme, que sa pointe est beaucoup plus tournée à gauche
qu'en devant, & sa base beaucoup plus à droite qu'en arrière;
en un mot, que sa situation est presque transversale. On
sçait la disposition de la cloison des ventricules, celle des
deux ouvertures de chaque ventricule, celle des oreillettes,
& enfin celle des gros vaisseaux.

J'ai examiné autant qu'il m'a été possible, toutes sortes de
coupes de deux cœurs semblables, & de leurs oreillettes, &c.
non pas tant en prétendant pouvoir trouver un assemblage
de différentes portions de deux cœurs qui imitât entièrement
la composition du cœur monstrueux dont il s'agit, qu'en
espérant trouver au moins quelques petites traces de rapport
entre ces portions, à peu-près comme on en peut trouver
dans les combinaisons extraordinaires, soit artificielles, soit
notoirement accidentelles, de quelque partie d'animaux ou
de plantes, même dans les combinaisons les plus bizarres.
Mais il m'a été impossible d'en trouver ici, & je n'entrevois
aucun moyen d'y parvenir, en examinant avec de vrais yeux

anatomistes. Les tentatives par dissection & par figures exprimerient plus évidemment la difficulté, que la description.

Il est bon d'avertir que je parle ici des cœurs semblables en conformation : car si l'un des deux étoit conformé à l'ordinaire, & l'autre conformé à contre-sens, comme l'étoit celui du Soldat des Invalides, dont j'ai parlé dans la première Partie de mon Mémoire, je n'y trouverois peut-être pas tant de difficulté; mais aussi alors la conformation originellement extraordinaire d'une partie, rendroit entièrement inutile tout ce qu'on pourroit avancer en faveur de la conformation accidentelle du total.

Les deux petites cloisons qui, au bas de la veine-cave supérieure, outre les valvules triglochin ordinaires, étoient sur les côtés de cette veine, & la séparent des deux artères du côté droit, étoient certainement des parties surnuméraires, dont il ne se trouve ni traces ni apparence dans l'état ordinaire. Elles étoient même organisées, puisqu'elles ont paru à M. Lémery pouvoir faire l'office de valvules. Ainsi voilà dans un même sujet, parmi & outre les parties dont la conformation extraordinaire est censée être accidentelle, d'autres parties extraordinaires & surnuméraires, dont on ne peut attribuer ou rapporter la formation à aucun accident, & qu'on est par conséquent obligé de regarder comme réellement originaires.

5. Les deux artères pulmonaires, après avoir fait un peu de chemin sur les côtés, se partageoient chacune en deux, pour les deux grands lobes de chaque poulmon entier.

Les deux aortes formoient chacune deux artères carotides, une artère fœclavière, un canal de communication avec l'artère pulmonaire du même côté, une artère axillaire; & enfin ces deux aortes formoient chacune de son côté une aorte descendante, laquelle alloit se loger avec la pareille aorte descendante de l'autre côté, dans une sinuosité formée par la fausse épine, où les deux aortes descendantes s'anastomofoient ensemble, & ne formoient plus qu'un seul tronc

484 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
commun qui fournissoit les divisions & subdivisions d'arteres
comme dans l'état naturel.

Réflexion. Pour placer latéralement aux deux côtés de la base de ce cœur composé, les deux gros troncs d'arteres, & y placer chaque tronc d'aorte au-dessus de chaque tronc d'artere pulmonaire, il faudroit s'imaginer dans le cœur originaire du fœtus gauche une portion ou coupe, non-seulement très-bizarre, mais encore très-désavantageuse par sa tournûre, pour pouvoir en imaginer l'union avec le restant de l'autre cœur. Mais à l'égard des gros vaisseaux du cœur droit, ou celui du fœtus qui étoit à droite, il me paroît impossible d'imaginer le tronc de l'aorte, le tronc de l'artere pulmonaire, & le canal de communication contournés & distribués, comme il le faudroit selon l'exposition de M. Lémery, & selon la Figure qui les représente, à moins que ce cœur droit ou du côté droit ne fût originairement formé à contre-sens, comme j'ai dit ci-dessus, par rapport au côté droit du cœur monstrueux.

6. Au-dessous de chaque tête, étoit un pharynx suivi d'un œsophage, qui descendoit dans la poitrine commune le long des parties latérales externes de l'épine particulière qui répondoit au col d'où il venoit. Ces deux œsophages, l'un à gauche, & l'autre à droite, alloient ensuite percer les parties latérales du diaphragme, & se terminoient par deux estomacs, un de chaque côté, qui occupoient aussi les parties latérales de la région supérieure du bas-ventre.

Chacun de ces estomacs formoit un arc ou demi-cercle, & ils entouroient par-là le foye, à l'exception de sa partie supérieure, de manière que la petite courbure de chacun regardoit le foye, & la grande regardoit les fausses côtes. Ils se terminoient chacun par un pylore au-dessous du foye, & il partoît de chaque pylore un petit bout d'intestin; de sorte qu'il y avoit deux pylores avec deux bouts d'intestins. Ces deux bouts ou portions se réunissoient bien-tôt en un canal commun, qui se portoit de la région épigastrique dans le

flanc droit, & après avoir fait ses circonvolutions à l'ordinaire, aboutissoit entre les deux releveurs de l'anus.

Réflexion. Si l'on examine attentivement & avec toute l'exactitude anatomique la disposition de ces deux œsophages, de ces deux estomacs, & de ces deux bouts d'intestin, qui apparemment tenoient lieu de deux duodenums, on trouvera, si je ne me trompe, sur l'œsophage du côté droit, sur l'estomac du même côté, & sur le bout d'intestin qui en dépend, la même difficulté que j'ai fait remarquer ci-devant sur le côté droit du cœur monstrueux, sur les gros vaisseaux, & sur le canal artériel de ce côté; sçavoir, 1.^o que la situation extraordinaire de ces parties, telle qu'elle est ici, n'est pas concevable, sans y supposer une organisation tout-à-fait à contre-sens. 2.^o qu'une telle organisation ne pouvant être expliquée par aucun accident, paroît réellement originaire.

L'aboutissement des deux petits bouts d'intestin à un simple canal intestinal très-long, & la formation de toute la suite des différentes circonvolutions flottantes d'un tel canal, par la confusion accidentelle de deux pareils canaux originairement séparés, me paroissent encore aussi peu favorables au système des accidents, que l'intestin bifurqué de la Fille à un corps & demi, l'intestin commun aux deux Enfants joints ensemble, & le cordon ombilical unique des deux Enfants séparés, dont les histoires sont rapportées ci-devant.

7. Le foye étoit au milieu de la partie supérieure du bas-ventre entre les deux estomacs, & dans l'espece de cercle qu'ils formoient autour; il n'étoit point divisé en lobes, sa partie supérieure, au lieu d'être dans le bas-ventre, & au-dessous du diaphragme, comme le reste de son volume, traversoit la portion tendineuse du diaphragme, & occupoit la partie inférieure de la poitrine, où elle étoit fortement attachée au péricarde; la veine ombilicale lui servoit aussi de ligament comme à l'ordinaire.

Réflexion. S'il n'y a point d'inconvénient d'admettre dans un même sujet, deux sortes d'extraordinaires, l'une par accident, & l'autre d'origine, on ne feroit pas grande difficulté

486 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
de laisser au système des accidents, la formation de ce Foye
extraordinaire, d'autant plus que dans l'exposé, il n'est pas
fait mention de conduits biliaires, ni de veine-porte, qui
auroient peut-être donné lieu de juger autrement.

V.

Après ces quatre exemples détaillés des Monstres composés, mon dessein étoit de donner un abrégé chronologique de tous les autres, dont l'Académie a pris connoissance, & dont plusieurs sont assés favorables au système des accidents, d'autres y paroissent contraires, & quelques-uns très-équivoques. Mais comme on peut, par le moyen des Tables de M. Godin, de cette Académie, trouver assés facilement tous ces autres exemples, je me contenterai d'en rapporter deux que j'accompagnerai d'autres semblables, tirés de notre célèbre Riolan, & y joignant quelques-uns qui n'ont pas encore été insérés dans les Mémoires de l'Académie.

1705. Par M. Littre. Une Matrice partagée intérieurement en deux cavités latérales, par une cloison mitoyenne, auxquelles deux cavités répondoient extérieurement deux convexités très-distinctes; le reste de l'extérieur du corps de cette Matrice étoit simple & uniforme comme à l'ordinaire; chacun des deux fonds n'avoit qu'une trompe, &c. laquelle étoit avec le reste de ses accompagnements, du côté opposé à l'autre fond, & il n'y avoit rien de tout cela aux côtés voisins de ces deux fonds.

Réflexion. Ce n'est pas le seul exemple d'une Matrice double. Riolan, dans son Anthropographie, en rapporte deux exemples, l'un d'une femme disséquée dans les Ecoles des Lombards en 1599, & l'autre qu'il avoit lui-même disséquée en 1615. En parlant de la première, il dit: *Uterus septo medio divisus erat*; & de l'autre: *Ab orificio externo usque ad fundum duplex erat Matrix, mediano pariete secreta; reliquæ partes genitales simplices erant, ac si fuisset unicus uterus.*

Cela me paroît aussi difficile à expliquer par le système des accidents, que le contre-sens des viscères du Soldat des

Invalides, & la formation des parties surnuméraires bien organisées, dont il y a tant d'exemples bien avérés, comme de six doigts, de huit vertèbres du col, de treize côtes, de différents muscles, &c. tels que les muscles pectoraux extraordinaires, dont M. Dupuy, Médecin de Rochefort, a communiqué l'histoire à l'Académie en 1726.

M. de Fontenelle dans son Histoire, au sujet de l'observation de M. Littre, dit avec grande raison, que les dispositions extraordinaires des parties internes doivent faire naître aux Médecins des cas imprévus, qui rompent toutes les mesures de l'art. Il applique sa réflexion au cas de superfétation, & un peu après : Comment, dit-il, cette matrice double a-t-elle pû être l'effet d'un accident fortuit du développement? il est difficile de l'imaginer, répond-il. Seroit-ce, continue-t-il, que deux œufs femelles se seroient attachés ensemble, & que toutes les parties de l'un auroient péri, excepté la matrice, qui par conséquent se seroit trouvée double dans le fœtus résultant de ce mélange? Cette supposition, répond encore M. de Fontenelle, paroît un peu forcée.

En 1723 M. Geoffroy communiqua une observation sur deux enfans unis l'un à l'autre par un nombril commun, de sorte que le tout ensemble n'étoit que deux moitiés de deux corps unies par le plan inférieur de chacun. Ces deux moitiés étoient posées du même sens, & les têtes qui terminoit le tout, étoient tournées en même tems, ou vers le haut, ou vers le bas, &c. On a vû ce monstre déjà âgé de trois semaines bien vivant. Ces deux enfans avoient deux nourrices; ils têtent & mangeoient de la bouillie avec beaucoup d'appetit & un grand air de santé : quelquefois l'un têtait, pendant que l'autre dormoit; ils ont été tous deux baptisés, & nommés *Jeanne*.

Si des monstres à deux têtes, comme celui-ci, dit M. de Fontenelle là-dessus, vivoient assés long-temps, il seroit curieux d'observer la différence des pensées & des volontés des deux têtes, & comment le monstre total se prendroit à les accorder, ou à les sacrifier les unes aux autres.

Réflexion. Je rapporte cet exemple en partie, à cause de sa ressemblance avec celui de M. Duvernay, en partie pour donner, en attendant mieux, quelque satisfaction au souhait de M. de Fontenelle, par deux exemples tirés d'une dissertation latine de Riolan, sur un monstre né à Paris en 1605, laquelle se trouve à la fin de son Anthropographie. Voici ses propres paroles : *In Anglia non procul ab Oxonia natum est monstrum biceps, quatuor manibus donatum, sed ventre unitum, & partibus inferioribus unicum. Ex istis gemellis uno vigilante, alter dormiebat; dum hic latam faciem ostenderet, ille tristis & mæstus apparebat; quindecim dies vixere, sed alter unico die alteri supervixit.*

Memorabilis est historia monstri cujusdam in Northumbria orti, quod ventre cohaerebat, gemino capite, quaternis manibus, sed inferiores partes communes habebat. Id Rex diligenter & erudiendum & educandum curavit, ac maximè in muscis, qua in re mirabiliter profecit, quin & varias linguas edidicit, & variis voluntatibus duo corpora secum discordia dissentiebant, ac interdum litigabant, cum aliud alteri non placeret; interdum veluti in commune consultabant. Illud etiam in illo memorabile fuit, quod cum infernè crura lumbive offenderentur, utrumque corpus communiter dolorem sentiret; cum verò supernè pungeretur, aut alioqui læderetur, ad alterum corpus tantùm doloris sensus perveniret; quod discrimen in morte fuit magis perspicuum. Nam cum alterum corpus complures ante alterum dies extinctum fuisset, quod superstes fuit, dimidio sui computrescente paulatim contabuit. Vixit id monstrum annos viginti octo, ac decessit, administrante rem Scoticam Joanne Prorege.

» C'est-à-dire : En Angleterre, pas loin d'Oxford, naquit
 » un Monstre à deux têtes, & ayant quatre mains. Il étoit
 » joint par le ventre, & unique par rapport aux parties infé-
 » rieures. Tandis que l'un de ces deux jumeaux veilloit, l'autre
 » dormoit; & lorsque le visage de l'un montrait de la gayeté,
 » l'autre paroissoit triste & mélancholique. Ils vécurent quinze
 » jours, l'un n'ayant survécu l'autre que d'un seul jour.

» On raconte aussi une histoire mémorable d'un Monstre né
 » dans le Northumberland, lequel étoit joint par le ventre,
 » ayant deux têtes & quatre mains, mais il avoit les parties
 inférieures

inférieures communes. Le Roy le fit élever & instruire avec soïn, & sur-tout il lui fit apprendre la musique; non-seulement il y fit des progrès merveilleux, mais il apprit encore plusieurs langues. Ces deux corps ne s'accordant pas, avoient des volontés différentes, & se querelloient quelquefois quand ce qui plaisoit à l'un ne plaisoit pas à l'autre; quelquefois aussi ils prenoient conseil l'un de l'autre. Ce qu'il y eut de plus remarquable, fut que lorsqu'on leur faisoit mal aux cuisses ou aux reins, l'un & l'autre ressentoit de la douleur; mais lorsqu'on piquoit, ou qu'on faisoit autrement mal à l'un des deux aux parties supérieures, il n'y avoit que l'un des deux qui le sentoit. Cette différence fut encore plus évidente à la mort; car l'un des deux corps étant mort plusieurs jours avant l'autre, le survivant dépérit peu à peu, à mesure que l'autre moitié de lui-même pourrissoit. Ce Monstre vécut 28 ans, & mourut sous le gouvernement de Jean, Vice-Roy d'Ecosse.

En 1733, M. le Cardinal de Polignac a fait voir à la Compagnie, deux petits Veaux joints ensemble par leurs poitrines & par le derrière de leurs têtes; de sorte que la situation des deux têtes par rapport à celle des deux troncs étoit telle, qu'en regardant directement le milieu du dos de l'un, on voyoit tout-à-fait à plein & en même temps les parties latérales, ou le profil des deux têtes, & en regardant l'une des deux têtes directement de front, on voyoit tout à la fois les deux côtés ou le profil des deux troncs & de toutes leurs parties. Il n'y avoit aucun moyen de distinguer extérieurement auquel des deux troncs appartenoit chaque tête; l'une étoit plus difforme que l'autre, & avoit au haut du front une espece de cavité quadrangulaire, dans laquelle les deux yeux étoient placés fort près l'un de l'autre, & en partie cachés par les bords de la cavité (*Voyés les Fig. XII. XIII. & XIV.*). La disposition de ces deux Veaux étoit en cela à peu-près comme celle du Foetus humain, dont M. de la Condamine a donné la description & la figure dans les Mémoires de cette année.

Son Eminence a encore fait voir à la Compagnie deux

Mém. 1734.

. Q q q

petits Pigeons, dont chacun avoit deux têtes unies ensemble par les parties latérales de leurs crânes. Ces deux Monstres étoient tous deux d'une même mere, l'un étoit né un mois après l'autre. Dans l'un de ces petits Pigeons, les deux têtes étoient chacune articulées avec un petit col particulier, & ces deux petits cols formoient ensuite un seul col commun posé sur un seul tronc, dont toutes les autres parties étoient simples & à l'ordinaire, comme celles d'un seul & unique tronc. Les deux têtes de l'autre petit Pigeon étoient articulées sur un seul col comme les têtes du Faon du Roy, & du petit Veau de M. de Reaumur, dont il est parlé au commencement de cette Partie. *Voyés les Fig. XV. XVI. XVII. & XVIII.*

Réflexion. La difficulté me paroît ici en général semblable à celle que j'ai marquée dans l'examen du Faon du Roy, & du Veau de M. de Reaumur; mais en particulier elle me paroît beaucoup plus grande par rapport à la disposition latérale des têtes des petits Veaux de M. le Cardinal, & de celles du foetus humain de M. de la Condamine.



Fig. II

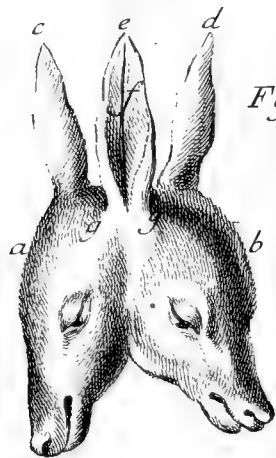
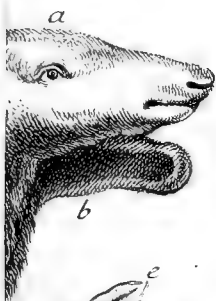
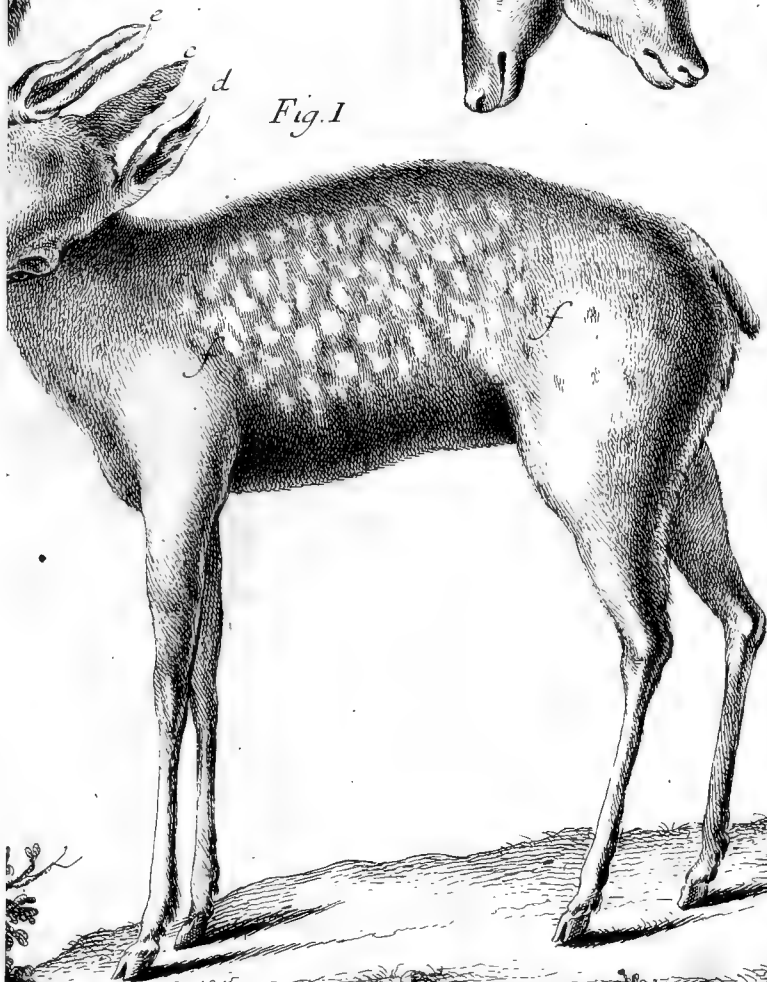


Fig. III

Fig. I



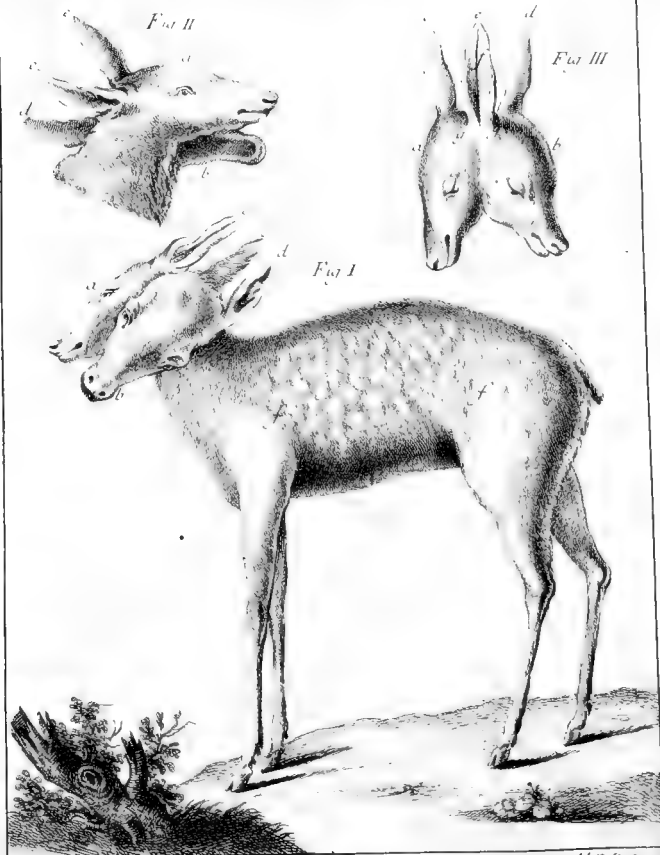


Fig. IV

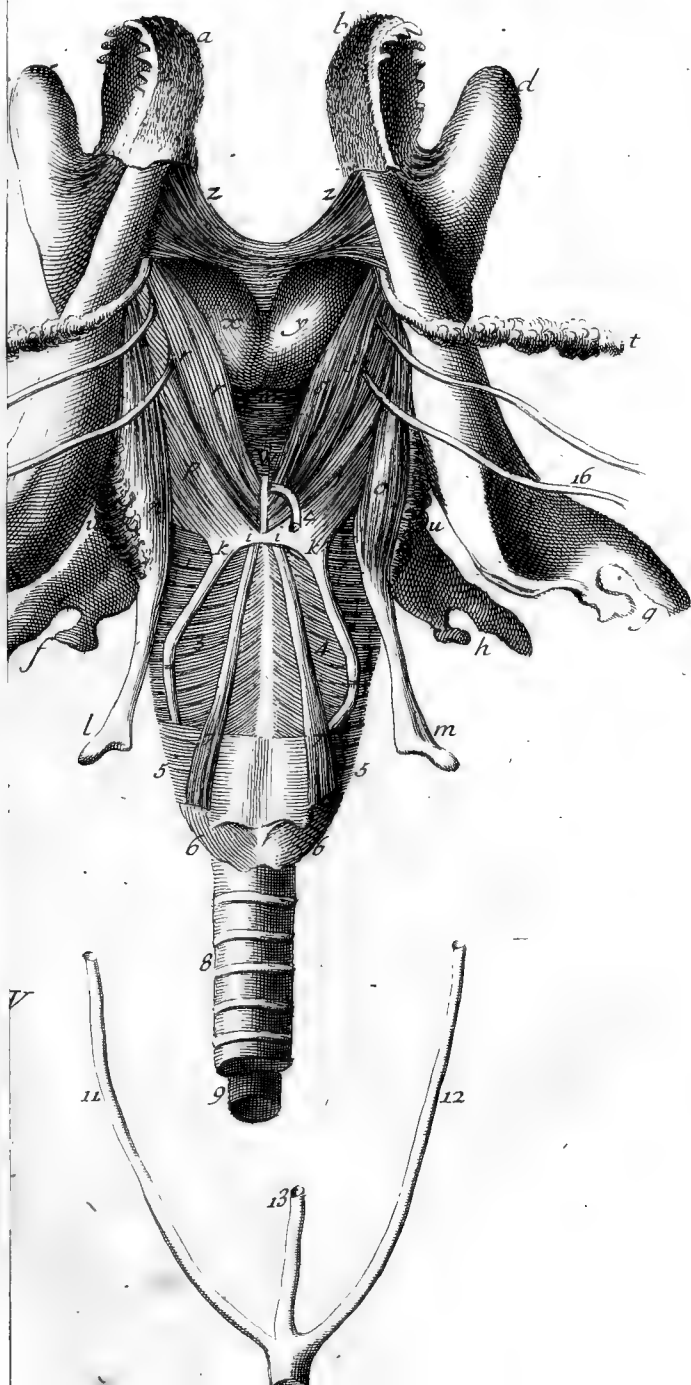


Fig II

Mem. de l'Acad 1784 pl. 23 pag. 490

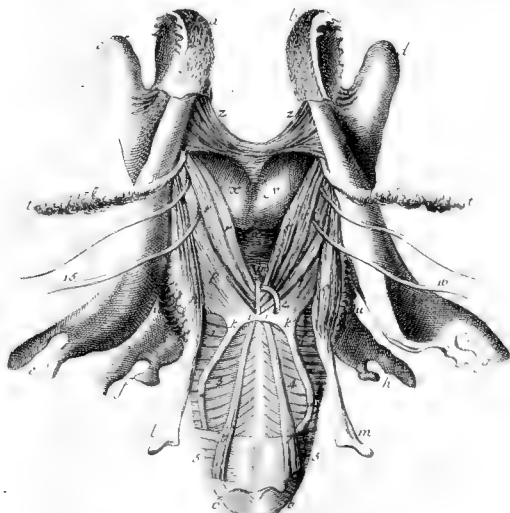
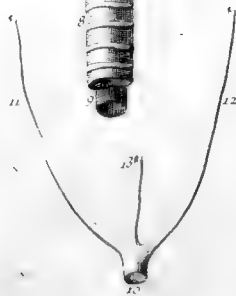


Fig I



Ammonius del. & Sculp.

Fig. VI

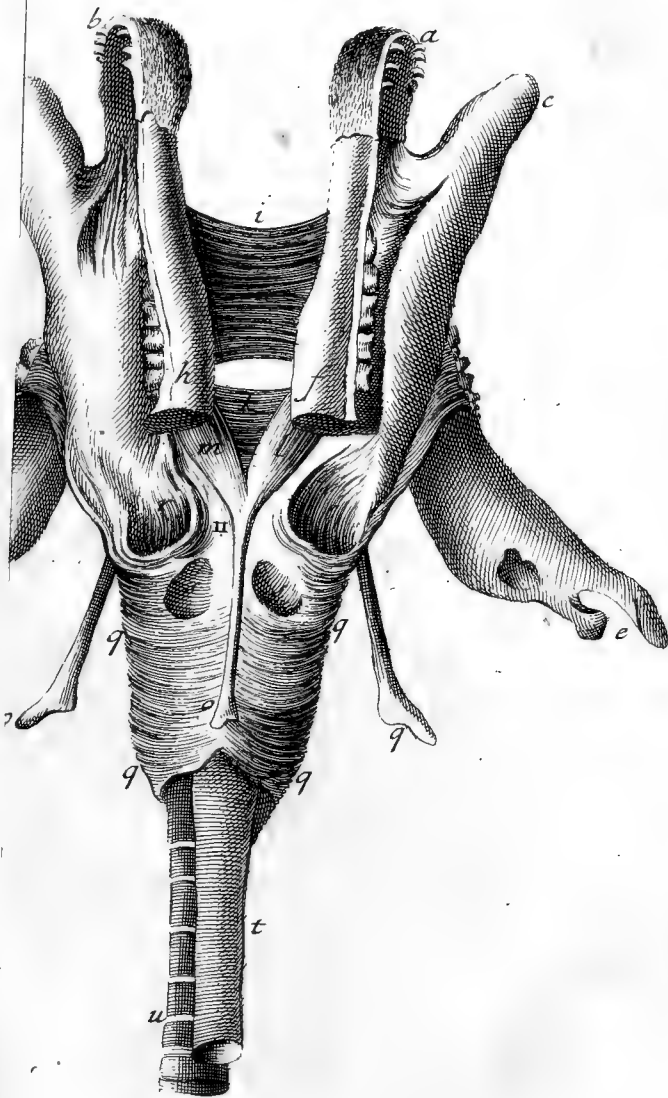


Fig VI

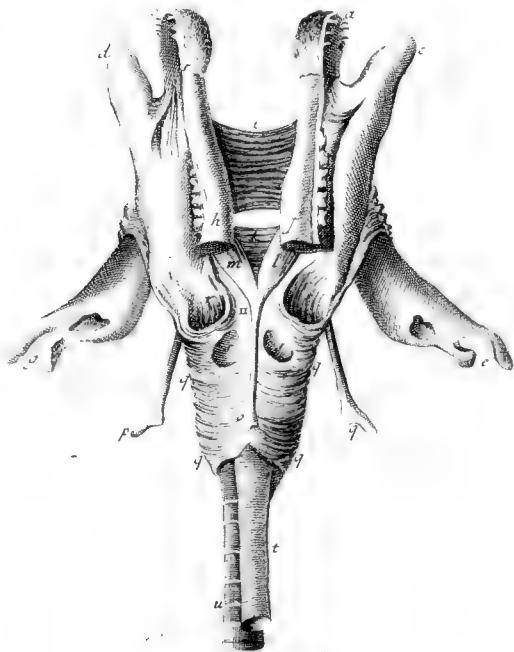


Fig. VII

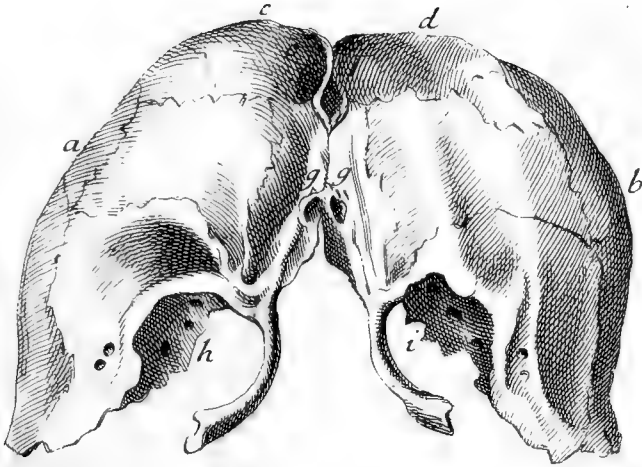
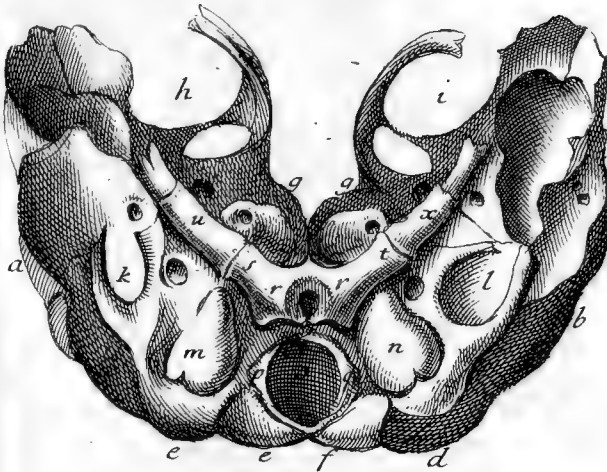
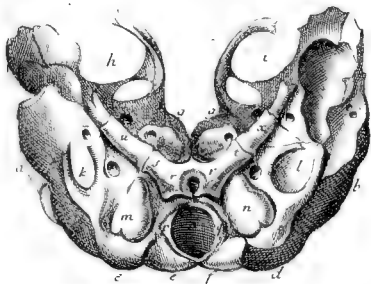


Fig. VIII. IX.



F. 47 171

FOLIO VIII IX.



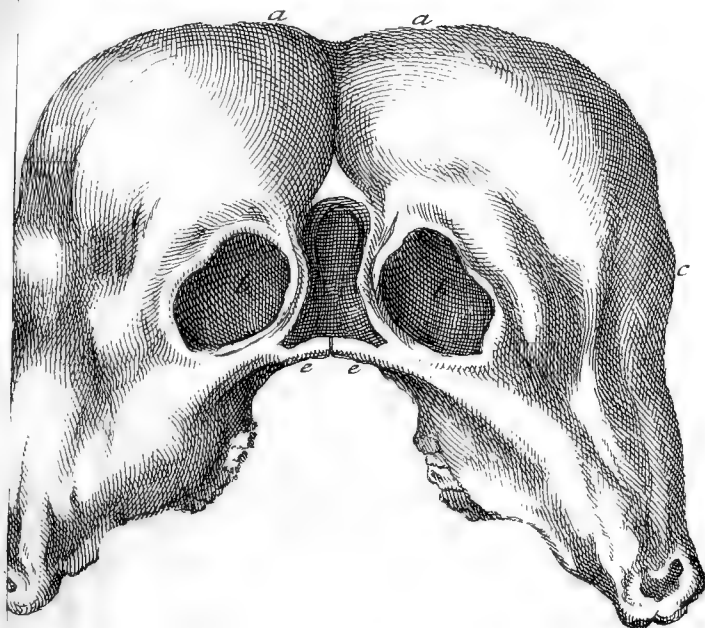


Fig. XI

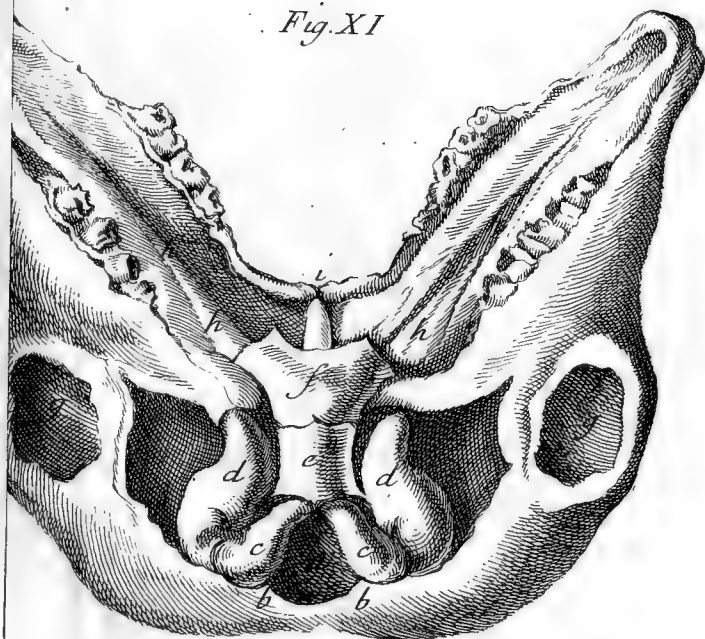


Fig. X

Mém. de l'Acad. 1784 pl. 34 pag. 490

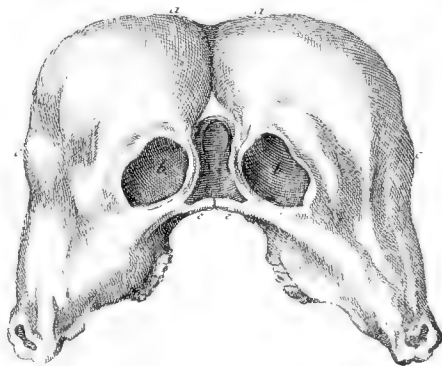


Fig. XI

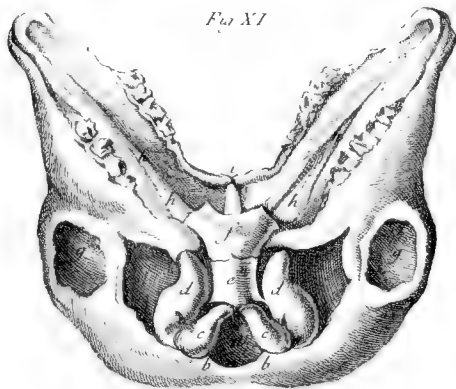


Fig XII



Fig. XII



Fig. XIII



Fig XIII





Fig. XV



Fig. XVII

Fig. XVII

Mém. de l'Acad. 1774 pl. 34. p. 400

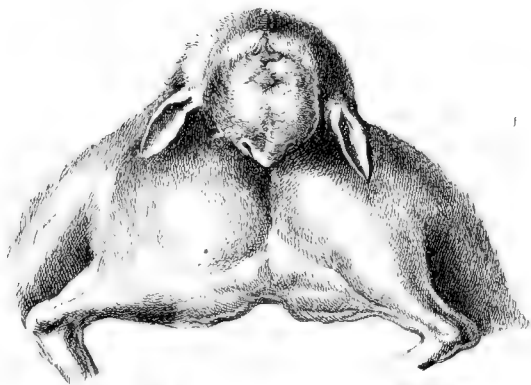


Fig. XVI



Fig. XV



Fig. XVIII



Fig. XVII



QUE L'OBLIQUITE' DE L'ECLIPTIQUE

diminuë, & de quelle manière;

ET QUE LES NOEUDS DES PLANETES

sont immobiles.

Par M. GODIN.

JE traiterai ici ces questions astronomiquement, & sans m'embarraſſer d'aucune Théorie phyſique, ſoit en déduiſant immédiatement des obſervations ce que j'aurai à établir, ſoit en faiſant des hypothèſes dont on verra l'accord avec les obſervations.

Assemblée
publique du
13 Novemb.
1734.

Quelque précision que feu M. de Louville ait apportée dans ſon Mémoire ſur la diminution d'obliquité de l'Ecliptique, qu'il détermine d'une minute en 100 ans, il y a toujours deux raiſons de douter de la certitude de cette détermination : la première, à cauſe qu'il emploie les mêmes réfractions, telles que nous les avons ici, pour corriger les obſervations des anciens Aſtronomes, faites en différens temps & en différens lieux. La ſeconde eſt que ſa hauteur du Pole à Marſeille, qui eſt le principal fondement de ſon examen, ne paroît pas bien certaine, elle a été donnée encore par d'autres Aſtronomes, M.^{rs} Gaſſendi, Caſſini, de la Hire, & il y a entre eux environ 4 minutes de différence.

*Acta Erudit.
Lipſ. 1719.*

Pour éclaircir ces difficultés, j'ai crû qu'il étoit mieux d'employer des obſervations récentes, faites avec l'exactitude de l'Aſtronomie moderne, & dans les mêmes lieux, ou dans différens, mais dont les réfractions fuſſent connus.

Celles que je choiſis pour fondamentales, furent faites en 1655, à Bologne, par feu M. Caſſini, au gnomon de S.^t Pétrone qu'il venoit de conſtruire; l'obliquité de l'Ecliptique qui en réſulte, eſt de $23^{\circ} 29' 15''$.

Or il eſt certain, par toutes les obſervations faites à Paris

Qqq ij

& en d'autres parties du monde, ces dernières années, depuis 1730, que cette obliquité est à présent de $23^{\circ} 28' 20''$, sans qu'il y ait peut-être 5 secondes d'erreur. Elle a donc diminué de 55 secondes en 80 ans, ou, à très-peu près, d'une minute en 90 ans. Par-là on représentera les observations des Astronomes modernes, M.^{rs} Richer, de la Hire, Roemer, Bianchini, de Louville, à 5 secondes près. On trouvera, par exemple, pour n'en citer que deux dont les conditions sont connues, & que M. de Louville n'a point citées, que cette obliquité a dû être en 1681 de $23^{\circ} 29'$, telle que M. de la Hire l'a trouvée alors à Paris. Qu'en 1706, elle a été de $23^{\circ} 28' 41''$, comme elle résulte des observations de M. Roemer, faites à Copenhague.

Puisque l'angle de l'Ecliptique & de l'Equateur diminué, il faut que l'un de ces deux cercles s'approche de l'autre. Si l'on suppose que ce soit l'Equateur qui s'approche de l'Ecliptique, ou que dans le système de Copernic, l'axe de la révolution diurne de la Terre devienne peu à peu perpendiculaire au plan de son orbite, en ne considérant que ce qui doit arriver jusqu'à la confusion des deux cercles, ou, ce qui est la même chose, jusqu'au parallélisme exact des deux axes de la révolution diurne & du mouvement annuel; il est évident que les Etoiles fixes, indépendamment de ce qui doit résulter de leur mouvement en longitude, changeront leur déclinaison par les loix suivantes.

1.^o Les Etoiles dont la latitude & la déclinaison sont de même dénomination, toutes deux boréales, ou toutes deux australes, augmenteront en déclinaison, si leur latitude est plus grande que leur déclinaison, & au contraire, si elle est plus petite, leur déclinaison diminuëra.

2.^o Si la latitude & la déclinaison sont de différente dénomination, les Etoiles diminuëront de déclinaison jusqu'à devenir nulle; après quoi cette déclinaison prendra la même dénomination que la latitude, & sera sujette à la première loy.

Or on peut sçavoir fort exactement quel doit être le

changement d'une Étoile fixe en déclinaison, en vertu de son mouvement en longitude qui est connu, & de la déclinaison une fois observée : Donc en prenant une telle observation pour époque, on aura dans la suite un fort bon moyen de reconnoître si la déclinaison des Étoiles fixes subit d'autres changements que ceux qui leur arrivent par leur mouvement en longitude; & par conséquent si l'Équateur s'approche de l'Écliptique, ou celui-ci de l'autre. Dans ce second cas, la déclinaison des Étoiles sera telle que le mouvement en longitude la doit donner, mais leur latitude changera, au lieu que dans le premier cas elle est toujours la même, & la déclinaison obéit à deux causes de variation.

Je suppose ici que l'axe de ce mouvement, soit de l'Écliptique, soit de l'Équateur, passe par les points des Équinoxes, parce que je ne vois rien encore qui m'oblige de le supposer autrement situé. On voit bien d'abord qu'il ne passe pas par les points qui répondent aux Solstices, puisque l'obliquité diminuë, & que celle de ces points que nous prenons pour la plus grande, devroit toujours être la même. D'où il suit, que s'il est vrai, comme plusieurs Sçavans l'ont cru, qu'Herodote* ait voulu dire d'après les Égyptiens, que l'Écliptique eût été autrefois perpendiculaire à l'Équateur, son obliquité présente de $23^{\circ} 28'$ nous prouve que ce mouvement ne se fait pas sur des points plus éloignés des Équinoxes, que de $23^{\circ} 28'$; mais sans faire aucune attention à cette prétendue tradition, je suppose l'axe de ce mouvement placé comme j'ai dit, & je vois que toutes les observations & les raisonnements astronomiques concourent à l'y fixer : on en va voir une partie dans la suite.

Si les Anciens nous avoient laissé des observations exactes de la position des Étoiles fixes, & sur-tout en déclinaison, leur comparaison avec les nôtres décideroit aujourd'hui lequel des deux cercles s'approche de l'autre : mais celles que rapporte Ptolémée* les seules qui nous restent de l'antiquité, ne sont pas propres à nous éclaircir là-dessus. Tantôt elles favorisent une opinion; elles font, par exemple, approcher

* *Hist. lib. 2.*
sed hac non
videtur dixisse.
Vid. Pompon.
Melam lib. 1. &
in eum Vadiani
Comment. pag.
mihî 55. Fra-
castorii Homo-
centr. sect. 3.
cap. 8. Ricciol.
Almag. novum,
t. 1. p. 165.

* *Lib. 7.*
Almagest.

l'Équateur de l'Écliptique immobile, & tantôt l'opinion contraire : pour plus de précision, j'ai corrigé ces déclinaisons rapportées par Ptolémée, en cette sorte. Il est vraisemblable que cet Astronome les a déduites de leur hauteur méridienne adjointe ou soustraite de la hauteur de l'Équateur à Alexandrie, qu'il a toujours supposée dans son Almageste de $59^{\circ} 2'$; mais M. de Chazelles la trouva en 1692 de $58^{\circ} 49'$: Par-là les déclinaisons boréales de Ptolémée sont trop petites de $13'$, & les australes trop grandes de la même quantité ; mais comme cela ne me donnoit aucun éclaircissement, j'ai pris un autre chemin. Supposant & corrigeant les déclinaisons que Ptolémée rapporte, dont l'observation lui a été plus facile que toute autre, & supposant aussi l'obliquité de l'Écliptique de son temps, telle qu'elle résulte de celle d'aujourd'hui augmentée de $1'$ en 90 ans, & prenant enfin le lieu des Étoiles, comme il résulte aussi des observations modernes, j'ai cherché quelle devoit être la latitude de ces Étoiles fixes ; & comparant cette latitude avec celle qu'elles ont aujourd'hui, j'ai reconnu que la plupart s'accordent à donner à l'Écliptique le même mouvement que demande la diminution de son obliquité depuis Ptolémée jusqu'à nous.

Ce même argument qui est très-fort, a été employé par Tycho le premier pour le même sujet : mais parce qu'il prend les déclinaisons des Étoiles telles que Ptolémée les donne, & qu'il suppose l'obliquité de l'Écliptique trop grande de plus de $5'$, la même qui a été donnée par Eratosthenes, mais deux siècles avant J. C. & trois & demi avant Ptolémée ; & enfin que les latitudes qu'il donne à ces Étoiles, tirées de ses propres observations, n'ont pas la précision de nôtres, il étoit nécessaire de renouveler cet argument, & de le revêtir de toutes ses circonstances les plus conformes aux faits que nous connoissons.

En voici un exemple sur l'Étoile appelée *la claire de l'Aigle*, qui est une de celles que Riccioli regarde comme peu favorables à cette hypothèse.

Progymnasim.
lib. 1. p. 233.
propr. Edit.
Authoris.

Almag. nov.
t. 1. p. 472.

La déclinaison, suivant Ptolémée, est de $5^{\circ} 50'$ boréale; y adjouçant $13'$, elle viendra de $6^{\circ} 3'$. Par mes observations de la longitude de cette Étoile faites en 1732 & 1733, & le mouvement connu des Étoiles fixes, elle étoit du tems de Ptolémée en $5^{\circ} 33' 8''$, & par conséquent fort proche du colure des Solstices, ou du lieu de la plus grande variation en latitude; l'obliquité étoit alors de $23^{\circ} 46'$, d'où l'on trouvera la latitude de cette Étoile de $29^{\circ} 43'$ & environ $10''$; mais cette latitude est aujourd'hui de $29^{\circ} 24' 30''$, elle a donc diminué depuis Ptolémée jusqu'à nous, de $18' 40''$; & si l'on a égard à l'effet de la réfraction sur la déclinaison de l'Étoile, cette diminution sera encore un peu moindre : mais la diminution de l'obliquité de l'Écliptique est pour le même tems de $17' 40''$, d'où l'on voit que cette Étoile, presque placée sur le colure des Solstices, a diminué sa latitude de la même quantité à peu-près que l'obliquité de l'Écliptique, comme il a dû arriver, si ce cercle s'est effectivement approché de l'Equateur.

Jusqu'ici ce sentiment me paroît très-probable, étant confirmé de la même manière par le plus grand nombre des Étoiles dont la déclinaison a été observée par Ptolémée : mais il en résulte deux conséquences remarquables, qui serviront de preuves completes de ce sentiment, si ces conséquences se trouvent conformes aux observations.

La première est, que les plus grandes latitudes des Planètes, ou l'inclinaison de leurs orbites doit changer; la seconde est, que leurs Nœuds ascendans étant tous dans les six premiers Signes du Zodiaque, ils doivent indépendamment de toute autre cause, rétrograder par rapport aux Equinoxes considérés comme fixes, plus ou moins les uns que les autres, suivant leur situation particulière & l'angle des orbites. Un seul triangle que l'on résoudra pour chaque Planète en fera la preuve, & l'on trouvera, en supposant les Nœuds des Planètes & leur inclinaison à l'Écliptique pour la fin de cette année, comme les donne la Table suivante (A), & que ces Nœuds sont fixes par rapport aux Étoiles; que 100 ans avant, c'est-

496 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
à-dire, au premier Janvier 1635, ces Nœuds & ces Inclinaisons étoient comme les donne la seconde Table (B).

	Nœuds en 1734.				Inclinaison en 1734.	
Tab. (A).	☿	15°	21'	8	7°	12'
	♀	14	20	H	3	23
	♂	17	36	8	1	51
	♂	7	27	☿	1	20
	♂	22	11	☿	2	31

	Nœuds en 1634.				Inclinaison en 1634.	
Tab. (B).	☿	15°	27'	0" 8	7°	10' 48"
	♀	14	36	30 H	3	23
	♂	17	47	0 8	1	50 15
	♂	7	59	7 ☿	1	20
	♂	22	31	0 ☿	2	31 20

D'où l'on voit que les Nœuds ont retrogradé en 100 ans depuis 1634 jusqu'en 1734.

Celui de	☿	6'	0"
	♀	16	30
	♂	11	0
	♂	32	7
	♂	20	0

Mais ce mouvement rétrograde n'est tel, qu'en supposant les Nœuds fixes par eux-mêmes, & que les points Équinociaux soient immobiles aussi : cette dernière supposition qui est fautive, étant rectifiée, change le mouvement relatif des Nœuds, & les fait avancer suivant l'ordre des Signes, à cause que le mouvement de précession des Équinoxes se faisant contre l'ordre des Signes, il fait parcourir en apparence en 100 ans à chaque point du Ciel un arc de 1° 24' 35" beaucoup plus grand qu'aucun de ceux que nous venons de trouver, que les Nœuds devoient parcourir en rétrogradant. Par là on trouvera que les Nœuds ascendants des Planetes étoient au commencement de l'année 1635 comme il suit, Tab. (C).

Nœuds

Nœuds en 1634.		Mouvement en 100 ans depuis 1634.		Tab. (C).
☿	13° 55' 40" 8	1'	25" 20"	
♀	13 6 12 8	1	13 48	
♂	16 28 36 8	1	7 24	
♃	6 44 20 5		42 40	
♄	21 5 20 5	1	5 40	

Ces Nœuds comparés à ceux de 1734, de la Table (A), donnent le mouvement pour 100 ans, comme il paroît par la même Table (C), d'où le mouvement annuel se déduit

		par les Tables modernes.	Différence.
pour ☿	51" 12"	1' 25" 0"	33" 48" —
♀	44 20	0 46 0	1 40 —
♂	40 30	0 37 0	3 30 +
♃	25 36	0 14 0	9 36 +
♄	39 24	1 12 0	32 36 —

Parmi ces mouvements annuels déduits de l'hypothèse des Nœuds fixes, & de la diminution d'obliquité de l'Ecliptique, ceux de Venus & de Mars s'accordent à ce qui en a été déterminé ci-devant par les Astronomes, en conséquence des observations immédiates : je puis donc supposer qu'à l'égard de ces deux Planetes cette théorie de leurs Nœuds est vraie, puisque ce que j'en déduis s'accorde avec les observations. Il ne paroît pas qu'il en soit de même des Nœuds de Mercure, Jupiter & Saturne.

Les Tables astronomiques les plus estimées donnent de mouvement annuel au Nœud de Mercure 1' 25", & je ne le trouve que de 51" 12"; la différence est presque de 34", ce qui est fort considérable. Mais il est certain que l'on a pris jusqu'à présent ce mouvement beaucoup plus prompt qu'il n'est en effet ; le moyen de s'en convaincre est de comparer la Conjonction éclipse de cette Planete avec le Soleil, observée en 1723, avec une semblable observée en 1631 par Gassendi : il en résulte un mouvement annuel de 1' 16", déjà plus petit de 9" que celui des Tables astronomiques. Mais si, au lieu de

Mem. 1734.

. R r r

l'observation de Gassendi qui ne fut pas complete, on compare celle de 1723 à celle qui fut faite en 1690, l'une & l'autre avec exactitude & par les Astronomes de l'Académie, on trouvera, comme M. Cassini l'a rapporté dans nos Mémoires de 1723, que ce mouvement annuel n'est que de $53''$, à moins de $2''$ près du mien.

Page 259.

De même je donne au Nœud de Jupiter un mouvement annuel de $25'' 36''$, les Astronomes modernes ne lui en donnent que $14''$, je ne sçais sur quel fondement; car si nous employons à cette recherche la méthode ordinaire, qui est de comparer deux lieux du même Nœud dans des temps fort éloignés, nous trouverons le mouvement que je lui attribue confirmé. La conjonction de Jupiter avec une Étoile fixe de la constellation du Cancer, observée 241 ans avant J. C. & rapportée par Ptolémée, est la plus célèbre & la plus propre pour ce dessein. Feu M. Maraldi qui a calculé lui-même cette observation, en a conclu que le Nœud de Jupiter étoit alors en $24^{\circ} 43' H$: mais le même M. Maraldi trouva ce Nœud en 1693 en $7^{\circ} 20' \text{S}$. Donc en 1934 ans le Nœud avoit avancé suivant l'ordre des Signes, de $12^{\circ} 37'$, ce qui donne pour le mouvement annuel $23'' 30'''$, à $2'' 6'''$ près de ce que j'ai déterminé.

Mémoires de
l'Acad. 1706.
p. 61.

Enfin, j'ai donné au Nœud de Saturne un mouvement annuel de $39'' 24'''$, au lieu qu'on le croit communément de $1' 12''$, près de $33''$ plus grand. Je me sers encore ici d'un examen fait par M. Maraldi des observations anciennes. Par celles de Tycho faites en 1592, lorsque Saturne étoit proche de son Nœud, ce Nœud se trouve en 21°S . M. Maraldi le trouva en 1696 en $22^{\circ} 10'$ du même Signe. Donc en 104 années il avoit eu un mouvement direct de $1^{\circ} 8'$, ce qui donne pour le mouvement annuel $39'' 15'''$, à $10'''$ près de ce que j'ai trouvé.

Mem. Acad.
1704. p. 306.

Almagest.

Si l'on compare de même ce qu'en dit Ptolémée en des termes fort generaux, avec l'observation de 1696, on trouvera ce mouvement annuel seulement de $12''$ plus grand que par les observations de Tycho; mais comme il n'y a aucune

précision dans ce qu'en dit Ptolémée, on ne doit pas s'y arrêter.

Or il faut remarquer, & cela est visible, que ce mouvement des Nœuds des Planetes ne doit pas être recherché par les observations anciennes comparées aux modernes, car comme il n'est que relatif & occasionné par le mouvement de l'Ecliptique en déclinaison, qui va couper l'orbite des Planetes en différents points, il suit que ce mouvement ne doit pas être le même en différents intervalles de temps. Il n'y a que Jupiter & Saturne, mais le premier principalement, pour lesquels cette méthode puisse être d'usage, à cause de la situation particuliere de leur Nœud proche du commencement de l'Ecrevisse, & à cause de leur peu d'inclinaison. Mercure, par exemple, dont l'inclinaison est fort grande, n'a son Nœud qu'au 15.^e degré du Taureau; c'est pourquoi les observations les moins éloignées sont les plus propres pour trouver les mouvements de ses Nœuds.

En général on voit bien que ces mouvements seront inégaux en différents temps, & par conséquent plus les observations seront éloignées, plus elles donneront d'inégalités, à moins que le mouvement annuel ne soit si petit que ces inégalités deviennent en quelque façon insensibles, & c'est ce qui arrive particulièrement dans le Nœud de Jupiter, dont le mouvement annuel est le moindre.

Cette théorie au contraire est fort commode & fort exacte pour représenter la position des Nœuds dans les temps les plus reculés. Par exemple, elle donne très-bien le lieu du Nœud de Jupiter pour l'année 241 avant J. C. tel qu'il a été calculé par M. Maraldi sur l'observation rapportée par Ptolémée. L'intervalle entre ce temps-là & le nôtre, étant de 1975 ans, le mouvement de précession des Equinoxes a été de $27^{\circ} 50' 31''$: c'est pourquoi si l'Ecliptique eût toujours eu la même obliquité qu'aujourd'hui, le Nœud de Jupiter supposé fixe & à présent en $7^{\circ} 27' 28''$, eût été alors en $20^{\circ} 23' 31''$ H; mais à cause du changement d'obliquité de 1' en 90 ans, son obliquité étoit alors de $23^{\circ} 50' 17''$.

500 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
d'où l'on conclut que le Nœud de Jupiter étoit aussi alors en
 $25^{\circ} 28' 30''$ H. L'observation calculée le donne en 24°
 $43'$ du même Signe; la différence n'est que de $45' \frac{1}{2}$ dont
la théorie le donne trop avancé.

Si l'obliquité ne diminue que d'une minute en 100 ans,
comme M. de Louville l'a pensé, le Nœud se trouvera en
 $23^{\circ} 48' 38''$ H, moins avancé de $54' 22''$ que par le
calcul tiré de l'observation; d'où l'on voit qu'afin de représen-
ter parfaitement cette observation, telle qu'elle a été
calculée par M. Maraldi, il suffiroit de supposer que l'obliquité
de l'Ecliptique change d'une minute en 94 ans.

Si l'on examine maintenant de quelle manière la théorie
communément reçue du mouvement des Nœuds de Jupiter,
& les Tables astronomiques les plus exactes, représentent
cette observation, on verra que celles de M. de la Hire,
par exemple, mettent alors ce Nœud en $29^{\circ} 35' 15''$ H,
à presque 5° de l'observation, tandis que selon les mêmes
Tables, le Nœud de Jupiter ne parcourt ces cinq degrés
à l'égard des points équinoctiaux qu'en près de 1250 ans.

Cet accord si singulier entre les conséquences tirées de
la diminution d'obliquité de l'Ecliptique pour la théorie des
Nœuds des Planetes, & celles qui ont été déduites des ob-
servations, sans égard à cette vûe, prouve qu'en effet l'Eclip-
tique s'approche, & non pas l'Equateur; car en supposant
d'abord, comme j'ai fait, les Nœuds fixes, & que ce soit
l'Equateur qui s'approche de l'Ecliptique, ces Nœuds n'au-
ront d'autre mouvement que celui que nous remarquons dans
les Etoiles fixes. Ils avanceront donc tous également, &
de $1^{\circ} 24' 35''$ en 100 ans; mais les observations & les
Tables astronomiques leur donnent un mouvement fort
différent dans le même temps, par rapport aux Equinoxes,
plus grand aux uns, & moindre aux autres. Il s'en suivroit
donc que les Nœuds seroient mobiles, retrogrades dans
certaines Planetes, comme Venus, Mars & Jupiter, & directs
dans les deux autres, Mercure & Saturne; ce que je ne crois
pas devoir être admis sans de bonnes preuves. La manière

dont je conçois ces mouvements fournit peut-être encore l'explication d'un phénomène qui a paru mériter attention. M. de Fontenelle l'expose ainsi dans l'Histoire de l'Académie de 1706. « Le mouvement des Nœuds des Planetes pour-
roit bien n'avoir pas toujours la même direction, mais re-
trograder quelquefois, & avoir des especes de vibrations
irrégulières. A l'égard de la Lune (continuë M. de Fontenelle) «
cela est constant, M. de la Hire croit en être sûr pour «
Saturne; peut-être dans les autres Planetes, les irrégularités «
du mouvement des Nœuds sont-elles moins sensibles. »

On a cru remarquer à peu-près la même chose dans les Nœuds de Venus, mais cela ne vient que de ce qu'on a trouvé le mouvement annuel, par des observations fort proches, plus petit que celui qu'on trouvoit par d'autres observations plus éloignées, comme il a dû arriver en effet suivant ma théorie.

*Memoires de
l'Acad. tome X.
p. 213.*

A l'égard des inclinaisons des Orbites, elles varieront aussi un peu, mais je ne trouve pas de différence sensible entre l'inclinaison de 1734; & celle de 1634; il n'y a que Mercure où cette différence va à 1' 12". Il faudra toujours y faire attention dans la suite.

Puisque les hypotheses que j'ai faites ci-dessus, & que les calculs que j'en ai déduits, s'accordent si bien avec les observations, je crois pouvoir en tirer les quatre conséquences suivantes.

- 1.° Que l'obliquité de l'Ecliptique diminuë.
- 2.° Que ce mouvement se fait sur les deux points des Equinoxes.
- 3.° Que c'est l'Ecliptique qui s'approche de l'Equateur.
- 4.° Enfin, Que les Nœuds des Planetes n'ont aucun mouvement propre, mais qu'ils paroissent avancer suivant la suite des Signes, inégalement en différents temps.

Quelques Astronomes avoient déjà soupçonné ces Nœuds fixes, mais sans autre fondement, du moins que je sçache, que le peu de différence du mouvement de ces Nœuds à celui des Etoiles fixes, ou de la précession des Equinoxes.

*Street. Astron.
Carolin. p. 34.
et ad Lect. edit.
Noriberg.
Whiston Prael.
Astron. p. 194.*

Ici ces quatre points se lient naturellement ensemble, & paroissent aussi bien prouvés que le comporte la nature des connoissances astronomiques. On verra une autre fois l'effet qui résulte de ces mêmes hypothèses pour le mouvement des Aphélie. Je n'ai voulu examiner ici que les Nœuds, & même le Nœud ascendant seulement; car le Nœud descendant pourroit bien, en suivant la même loi, n'avoir pas les mêmes nombres, & il n'est pas sûr que les Nœuds d'une Planete soient opposés l'un à l'autre. Dans Saturne & dans Venus, il semble par quelques observations faites depuis un siècle & demi, que la ligne des Nœuds ne passe pas par le Soleil; mais c'est une chose à examiner dans la suite, & ce que j'ai dit ici des Nœuds en général, sera fort utile à cet examen.



SIXIÈME MÉMOIRE SUR L'ELECTRICITÉ,

Où l'on examine quel rapport il y a entre l'Electricité, & la faculté de rendre de la Lumière, qui est commune à la plupart des corps électriques, & ce qu'on peut inférer de ce rapport.

Par M. DU FAY.

JE ne parlerai point dans ce Mémoire de tout ce qui se trouve dans un grand nombre d'Auteurs sur la Lumière des corps électriques, il me faudroit pour cela remonter à ces temps où la Physique remplie de fables admettoit des pierres précieuses qui rendoient dans l'obscurité une lumière égale à celle d'un flambeau allumé; beaucoup d'exagération, des faits véritables, mais mal rédigés, & quelques circonstances obmises dans le récit de ces faits, ont vraisemblablement donné lieu à ces récits merveilleux, dont on a embelli la description de l'escarboucle & des autres pierres de semblable nature.

Nous nous en tiendrons à des expériences plus récentes, & à des faits plus positifs, & nous n'examinerons la Lumière qu'en tant qu'elle sera liée à l'Electricité, sans parler des autres phosphores qui n'y ont point de rapport, ou du moins dans lesquels nous n'y en connoissons point. Otto de Guerike que nous avons cité fort au long dans le premier Mémoire, a remarqué que la boule de soufre sur laquelle il a fait un si grand nombre d'expériences singulières par rapport à l'Electricité, étoit lumineuse lorsqu'elle étoit frottée dans l'obscurité. Page 149.

Boyle a fait un petit ouvrage intitulé *Adamas lucens*, dans lequel il y a plusieurs faits singuliers, mais celui de tous qui a traité cette matière avec le plus d'exactitude, est Hauksbée,

& comme son objet principal étoit de considérer la lumière des corps par rapport à leur électricité, nous allons donner une idée des principales expériences qu'il a faites à ce sujet. J'ai eu tant d'attention à citer dans mes Mémoires précédents sur l'Electricité, & principalement dans le premier de tous, les Auteurs desquels j'ai tiré quelques expériences, que je croyois être à l'abri de tout reproche à cet égard; cependant j'ai appris que quelques personnes, sur les lectures que j'ai faites dans les Assemblées publiques, ont jugé que j'avois eu dessein de m'attribuer les découvertes de plusieurs Auteurs; je réitère donc aujourd'hui les protestations que j'ai faites à ce sujet dans mon troisième Mémoire. Comme j'ai entrepris de traiter avec quelque détail une matière qui jusqu'à présent ne l'avoit été qu'imparfaitement, & pour ainsi dire, en passant, par divers Auteurs, j'ai été forcé d'employer les expériences de ceux qui m'ont précédé; mais ce n'a jamais été dans la vûe de me parer de ce qu'elles ont de neuf & de singulier, puisque j'ai toujours cité les Auteurs d'où je les ai tirées; s'il y en a d'autres que j'aye cru m'être propres, & qui se trouvent dans quelques Auteurs dont je n'aye pas eu connoissance, on me feroit injustice de croire que j'ai voulu cacher la source d'où je les ai tirées, & je puis assurer que mon silence ne viendra que de ce que je les aurai ignorés; car je n'ai pas même négligé de rendre la justice qui étoit dûe aux personnes qui m'ont donné verbalement quelques avis dont j'ai profité, & je suis persuadé que cette justice que l'on rend fait infiniment plus d'honneur que n'en pourroit faire la découverte même. Après cette courte apologie que j'ai cru nécessaire, je reviendrai aux expériences d'Hauksbée.

*Esper. Fisico-
mecan. in Firenz.
1716. p. 19.*

Il a frotté dans le vuide sur une étoffe de laine une boule de verre creuse, elle a donné d'abord une belle lumière pourpre, qui a blanchi & diminué d'éclat à mesure qu'il a laissé rentrer l'air dans le récipient; ce qu'il y a de très-singulier, c'est que refaisant la même expérience une seconde fois avec la même boule de verre, cette lumière pourpre n'a pas paru, mais ayant repris une autre boule, elle donna pour la première fois

fois seulement, une semblable lumière, après quoi elle fut toujours blanche comme il étoit arrivé avec la première boule; en sorte qu'il paroît que le verre peut s'épuiser de la matière propre à produire cette lumière purpurine, au lieu que toutes les autres expériences concourent à prouver que le verre, ainsi que tous les autres corps électriques, ne diminuent point de vertu, quelque nombre de fois & quelque temps qu'ils aient été frottés.

Il a imbibé ensuite, premièrement d'esprit de vin & ensuite de dissolution de nitre la laine sur laquelle se faisoit le frottement, pour voir si cela apporteroit quelque changement à l'expérience; mais cela n'a pas empêché la lumière de paroître en forme d'éclairs; il est vrai que le mouvement qu'il imprimoit à la boule de verre, étoit si rapide, que la laine en étoit échauffée au point d'être brûlée.

Le globe dont nous avons parlé dans les Mémoires précédents, étant vuide d'air & tourné rapidement sur son axe, devient très-lumineux dans tout son intérieur, lorsqu'on appuie légèrement la main sur sa surface extérieure, & la lumière n'en est ni plus considérable ni plus vive lorsqu'on appuie la main beaucoup davantage, & que par conséquent le frottement devient plus fort; cette lumière est dans le même cas que nous avons déjà remarqué à l'égard du tuyau; il n'en sort point de ces parties brillantes qui s'attachent aux corps voisins, comme il arrive lorsque l'intérieur du globe ou du tube est rempli d'air dans son état naturel, & ce qui est assez singulier, c'est que dans l'un ni dans l'autre cas, la chaleur du tube n'augmente pas sensiblement sa lumière.

Page 30. *W*
suivantes.

Page 46.

M. Hauksbée a ajusté l'un dans l'autre deux récipients cylindriques, en sorte qu'au moyen de deux différentes roues, semblables à celle que nous avons décrite dans le premier Mémoire, on pouvoit les faire tourner séparément ou ensemble, soit du même sens, soit en sens contraire; il y avoit aussi un robinet ajusté à chacun de ces récipients, pour pouvoir pomper l'air de l'un indépendamment de l'autre, & il a remarqué que si l'on pose la main sur le récipient extérieur,

Page 55.

tandis qu'il est tourné rapidement, la lumière qui en sort va s'appliquer sur la surface du récipient intérieur, mais que cette lumière est beaucoup plus vive si les deux récipients tournent à la fois, soit que ce soit du même sens ou en sens contraire. La même chose arrive quoique le récipient intérieur soit vuide d'air. On peut voir dans l'auteur même tout le détail de cette expérience, si l'on n'en a pas une idée assez claire par la description abrégée que je viens d'en faire, mais je n'aurois pas pû l'expliquer plus nettement sans copier tout ce qui est dans le livre même. Ce sont-là les principales expériences qu'a fait M. Hauksbée sur la lumière des corps dont l'électricité est celle que nous avons appelée *vitree*; voici maintenant celles qu'il a faites sur ceux de l'électricité résineuse, ou sur les uns & les autres compris &, pour ainsi dire, confondus dans la même expérience.

Page 86.

Il a frotté très-rapidement dans le vuide une boule d'ambre sur de la laine, elle a donné une belle lumière & beaucoup plus vive & plus abondante qu'elle n'avoit fait étant frottée dans l'air libre aussi fortement & avec la même vitesse. Le soufre frotté dans l'air libre lui a donné très-peu de lumière, & dans le vuide il n'y en a eu aucune.

Page 100.

Page 96.

Un cylindre de gomme lacque tournant rapidement sur son axe dans l'air libre, a donné beaucoup de lumière lorsqu'il a appliqué dessus un morceau de flanelle, mais il en a donné beaucoup davantage lorsque ç'a été la main; cette lumière partoît de l'endroit où se faisoit le frottement, & se répandoit sur tout le cylindre; elle disparoïsoit dans l'instant que le mouvement cessoit, & il ne se détachoit point de ces parties brillantes, qui dans les expériences faites avec le verre, vont s'appliquer sur les corps voisins. La lumière produite par le frottement du même cylindre sur la laine dans le vuide, étoit beaucoup plus vive que dans l'air libre; en sorte qu'il a remarqué dans la gomme lacque presque tous les phénomènes qu'il avoit observés dans l'ambre.

Voici maintenant une expérience qui tient aux deux *électrités combinées ensemble*, & qui, suivant qu'elle est décrite

par M. Hauksbée, paroît un des plus étranges paradoxes qui se puisse imaginer en physique. Il a pris un globe de verre de six pouces de diametre qu'il a enduit intérieurement de cire d'Espagne, à l'exception des Poles où il avoit réservé un espace de 3 ou 4 pouces sans y mettre de cire; en ayant ensuite pompé l'air, & l'ayant ajusté sur la machine ou tour dont nous avons parlé, il fit les observations suivantes: à peine y eût-il appliqué la main pour occasionner le frottement, qu'il apperçût, malgré l'obscurité, l'image & la figure distincte de toutes les parties de sa main peinte sur la surface concave & intérieure de la cire d'Espagne, en sorte que cette cire sembloit être devenuë transparente, & qu'on peut même dire qu'elle l'étoit réellement; car il voyoit sa main précisément comme s'il n'y eût eu que le verre seul sans aucun enduit de cire d'Espagne; il a observé de plus que la cire n'étoit pas moins transparente dans les endroits où l'enduit étoit plus épais, que dans les autres; elle l'étoit pareillement dans quelques parties qui s'étoient un peu écartées du verre en se refroidissant, mais la lumière étoit moins vive en ces endroits que dans le reste du globe. Cette transparence qui faisoit que la main appliquée extérieurement sur le globe paroissoit peinte en-dedans, étoit d'une espece singulière, car on ne voyoit pas cette image de la main en regardant sur les endroits du globe enduits de cire, il falloit regarder dans l'intérieur du globe par les deux endroits où il n'y avoit point de cire, & alors on voyoit distinctement l'image de la main peinte sur la cire de la manière que nous venons de le décrire. La couleur de cette lumière étoit la même que s'il n'y eût eu que le verre seul, mais ayant laissé rentrer dans le globe un peu d'air, la lumière cessa de paroître dans les parties enduites de cire, & continua dans celles où il n'y avoit que le verre seul.

Voilà les principales expériences que j'ai trouvées dans les Auteurs sur la lumière des corps électriques, car je ne parle point des phosphores qui sont en très-grand nombre, mais qui n'ont aucun rapport à l'électricité; je considère uniquement

la liaison que peuvent avoir entr'elles ces deux propriétés singulières, & pour suivre dans cet examen le même ordre que dans les autres Mémoires, je considérerai séparément les deux especes d'électricité dont j'ai reconnu & démontré l'existence, & je vais commencer par rapporter quelques observations sur la lumière des corps électriques résineux.

Si l'on prend un morceau d'ambre, de gomme copal, de cire d'Espagne, ou de soufre, & qu'on le frotte dans l'obscurité, il en sort de la lumière, & ces quatre matières m'ont paru en donner presque également & de la même manière, lorsque les morceaux dont je me servois étoient à peu-près de la même forme & de la même grosseur. Si donc on prend une boule, ou, pour plus de commodité, une pomme de canne d'ambre, & qu'on la frotte par dessus avec la main, on apperçoit entre l'ambre & la main une lumière continuë pendant le frottement; mais si après l'avoir légèrement frottée deux ou trois fois, on enlève subitement la main de dessus sans la glisser, & qu'ensuite on approche le doigt du bord de cette pomme, sans même la toucher, on voit un petit cylindre d'une lumière très-vive qui sort de l'ambre, va frapper le doigt, & retournant du doigt à l'ambre, se sépare sur la surface en rayons brillants disposés en forme d'éventail, & disparoît dans l'instant. Si, au lieu d'appliquer le doigt au bord de la pomme d'ambre, on le pose au milieu en-dessus, la lumière fait le même mouvement; mais en retournant du doigt sur l'ambre, les rayons se disposent en soleil qui a pour centre l'endroit où le doigt a été appliqué.

Lorsque j'ai répété cette expérience plusieurs fois de suite, il est souvent arrivé qu'il n'étoit pas nécessaire de frotter l'ambre pour exciter cette lumière, & qu'il suffisoit de frapper dessus un peu fortement avec la main, & de la relever brusquement sans la glisser sur l'ambre. Quelquefois, au contraire, la lumière ne paroissoit que difficilement en frottant avec la main, & en ce cas je me servois d'un morceau d'étoffe de laine, & l'expérience réussissoit de la même manière lorsque j'approchois le doigt: il y a toute apparence que ces variétés

dépendent de quelque humidité ou graisse qui se rencontre dans la main, car j'ai souvent vu que je ne pouvois exciter de la lumière avec le creux de la main, tandis qu'avec la paume ou le bout des doigts, cela réussissoit parfaitement. Lorsqu'on trouve de ces sortes de difficultés, le plus court est de se servir d'une étoffe de laine ou de soye, car en s'obstinant à frotter avec la main on s'échauffe, & cela nuit d'autant à la réussite de l'expérience.

Voici maintenant quelques circonstances qui accompagnent cette expérience, qui n'ont point encore été observées, & qui méritent attention. Lorsque la pomme d'ambre a été frottée, j'ai quelquefois attendu jusqu'à deux minutes pour en approcher le doigt, & l'éclat de lumière s'est fait à l'ordinaire, mais il a été moins vif, & lorsque j'ai attendu plus long-temps, il ne s'en est point fait du tout. Si au lieu d'approcher de l'ambre frotté le doigt ou la main, je me servois d'un morceau de laine, de soye, de papier, ou de quelque autre corps semblable, il ne sortoit de l'ambre aucune lumière, ou s'il en paroïssoit quelquefois, elle étoit si foible qu'on avoit peine à l'appercevoir. La même chose arrivoit lorsque j'approchois de l'ambre un autre morceau d'ambre, de copal, de soufre, &c. Ce sont donc les corps électriques ou plutôt ceux qui ont le plus de disposition à le devenir, qui ne font point sortir de l'ambre frotté cette lumière qui paroît si l'on en approche le doigt; on voit combien ce fait a de rapport avec la plupart des expériences que nous avons décrites dans les Mémoires précédents. Nous y avons vu que les corps les plus propres à devenir électriques par eux-mêmes, étoient ceux qui le devenoient le moins par communication, ici ces mêmes corps ne font point sortir la lumière des corps électriques résineux, tandis que les autres le font, même sans y être appliqués immédiatement.

Pour que le rapport fût exact, il falloit que la soye, la laine, l'ambre & les autres corps semblables étant mouillés, c'est-à-dire, étant dans la disposition la plus contraire à l'électricité, il falloit, dis-je, qu'ils fissent le même effet que

le doigt; c'est effectivement ce qui arrive, & lorsqu'après avoir frotté de l'ambre, de la copal, du soufre, &c. j'en ai approché quelqu'un de ces mêmes corps, ou quelque corps que ce soit mouillé, il en est sorti l'éclat de lumière de même que si j'en avois approché le doigt ou la main; enfin les métaux rendent l'analogie entièrement complète. Nous avons vû par les Mémoires précédents, que les métaux sont les corps les moins propres à devenir électriques par eux-mêmes, & qu'en même temps ce sont ceux qui le deviennent le plus facilement par communication, ils doivent donc par cette même raison faire sortir la lumière des corps électriques; c'est en effet ce qui arrive, & il m'a paru que le choix des métaux étoit à peu-près indifférent, mais l'expérience la plus frappante en ce genre, est de frotter un morceau de copal ou autre corps semblable, & d'en approcher ensuite une canne à pomme d'ambre, on voit que si l'on applique l'ambre sur la copal, il n'en sort point de lumière, & qu'elle paroît ensuite si l'on en approche la virolle d'or ou d'autre métal qui joint la pomme à la canne; car il est à remarquer que lorsque le corps électrique est frotté de manière à pouvoir donner de la lumière, si on le touche avec une de ces matières que nous avons reconnu n'être point propres à la faire paroître, cela ne le dépouille pas de la faculté de donner de la lumière, & qu'elle paroît aussi-tôt qu'on vient à en approcher le doigt, un métal, &c. en sorte que l'on peut encore adjoûter aux principes que nous avons établis, celui-ci: que les corps résineux ayant été rendus électriques par le frottement, si l'on en approche les corps les moins propres à devenir électriques, ils en font sortir de la lumière, & qu'au contraire les électriques résineux ne le font point.

Quoique j'aye parlé en général de tous les corps dont l'électricité est résineuse, il s'en faut beaucoup néanmoins que la lumière qu'ils rendent soit accompagnée des mêmes circonstances, & il y a sur ce sujet plusieurs observations curieuses à faire, mais ce détail qui seroit immense, & qui paroîtroit aujourd'hui de peu d'importance, deviendra

vraisemblablement un jour plus facile, & peut-être fort intéressant lorsque cette matière sera connue plus parfaitement.

On peut dire la même chose des corps, dont l'électricité est celle que nous avons appelée *vitrée*; quoiqu'ils fassent tous à peu-près les mêmes effets par rapport à l'électricité, & qu'il n'y ait presque de différence que par le plus ou le moins de force de cette vertu, les phénomènes qui les accompagnent par rapport à la lumière sont très-différents; ceux dont la vertu électrique est foible, ne rendent point de lumière, ou du moins elle est si peu considérable, qu'elle ne subsiste que dans le frottement, & en ce cas la matière dont on se sert pour frotter, empêche qu'on ne l'aperçoive, mais comme nous savons que la faculté de rendre de la lumière est une suite assés ordinaire de l'électricité, & que nous avons vu dans le premier Mémoire que tous les corps solides, ou qui peuvent être frottés, sont capables d'électricité, on peut conjecturer qu'ils le sont aussi de rendre de la lumière; mais ce fait n'est pas assés important en lui-même, pour qu'on se donne toute la peine qui seroit nécessaire pour le vérifier; il nous reste un assés grand nombre de faits curieux à observer dans les corps dont la lumière peut être très-sensiblement excitée, pour que nous puissions négliger ceux-là, ou du moins les remettre à un autre temps.

Nous avons parlé dans les Mémoires précédents de la lumière que rend le verre dans différentes expériences, nous en dirons encore quelque chose dans la suite; mais je dois commencer par les pierres précieuses qui me paroissent, à proportion de leur volume, être plus lumineuses que toutes les autres matières que j'ai essayées. Je n'en ai trouvé aucune qui ne rendît de la lumière étant frottée, mais avec des variétés dont il m'a été impossible de démêler la cause, parce que souvent elles se rencontrent dans des pierres de même nature & de même espèce. J'ai, par exemple, trouvé des diamants, qui pendant qu'on les frottoit sur une étoffe de laine, ou autre matière semblable, paroissoient entourés d'une lumière tranquille qui les suivoit dans tout le mouvement qu'on leur

donnoit, & qui disparoiffoit si-tôt qu'on cessoit de les frotter. D'autres ne sont pas sensiblement lumineux tandis qu'on les frotte, mais si, après les avoir frottez, on vient à glisser le doigt ou l'ongle dessus, on en voit sortir de petites étincelles brillantes; il y en a sur lesquels il suffit de passer le bout du doigt, & qui à chaque fois qu'on le passe, donnent une lumière douce & tranquille, sans éclats ou étincelles, qui semble suivre le doigt, & s'évanouit sitôt qu'il ne touche plus la pierre; d'autres en les frottant de la même manière, conservent cette lumière 4 ou 5 secondes; en sorte que recommençant à passer le doigt dessus, lorsque leur lumière s'affoiblit; ils paroissent donner une lumière presque continuë & uniforme. Enfin il y en a qui frottez sur la laine, la soye, &c. s'impreignent d'une lumière qu'ils conservent pendant plusieurs minutes. On trouve dans l'Histoire de l'Académie de l'année 1707, diverses expériences faites par M. Bernoulli & M. Cassini, sur plusieurs corps durs frottés contre le verre & les diamants; mais ces observations n'ont aucun rapport à l'électricité, ainsi nous n'en parlerons point présentement. Si l'on examinoit un plus grand nombre de diamants, peut-être y trouveroit-on encore d'autres variétés; mais comme on ne finiroit point si on vouloit s'arrêter à toutes les circonstances qui méritent attention, je vais seulement rendre compte de quelques faits que Boyle rapporte dans le Traité intitulé *Adamas lucens*, dont nous avons parlé plus haut, & qu'il a observés sur un diamant qu'il croyoit alors être le seul qui eût cette propriété; il en a cependant trouvé d'autres depuis qui faisoient à peu-près le même effet, mais il dit en avoir essayé plusieurs inutilement, ainsi que le cristal de roche; cependant j'ai observé que le cristal de roche, & tous les diamants & autres pierres précieuses transparentes ont donné de la lumière de quelqu'une des manières dont je viens de parler à l'égard des diamants.

Le diamant dont s'est servi M. Boyle étoit long de 4 lignes & un peu moins large, il avoit une table assés grande, il étoit d'ailleurs d'une vilaine eau, & avoit un nuage blanchâtre qui

qui occupoit environ le tiers de la pierre, il l'examina au microscope, & n'y trouva rien de singulier.

Ce diamant conservoit sa lumière après avoir été frotté, en sorte que l'agitant dans l'obscurité avec vitesse, on voyoit une traînée de lumière continuë; étant exposé de fort près à la flamme d'une bougie, & ensuite transporté dans l'obscurité, il conservoit une lumière sensible, mais plus foible que celle qui étoit excitée par le frottement: j'ai tenté cette expérience sur un grand nombre de diamants, & j'en ai trouvé plusieurs qui faisoient le même effet, & dont quelques-uns ont conservé dans l'obscurité une lumière sensible pendant plusieurs minutes.

M. Boyle a observé de plus, qu'appliquant ce diamant sur un fer chaud, ou le tenant quelque temps pressé sur sa main, ou quelqu'autre partie de son corps échauffée, il rendoit un peu de lumière, mais très-foible. Ayant essayé si le diamant, après avoir été rendu lumineux par quelqu'un de ces moyens différens du frottement, avoit contracté quelque vertu électrique, il a trouvé qu'il n'en avoit aucune, ce qui semble prouver que cette lumière est d'une autre nature que celle qui accompagne l'électricité que nous avons appelée vitrée.

Il a aussi cru remarquer quelque différence dans la vivacité de la lumière de ce diamant, suivant la couleur de l'étoffe sur laquelle il étoit frotté, en sorte qu'elle étoit plus brillante sur une étoffe blanche que sur une noire. La lumière étoit pareillement excitée en le frottant sur divers autres corps, comme du bois, de la fayence, de la corne, &c.

Ayant rendu ce diamant lumineux par le frottement, il l'a plongé dans l'eau, & ensuite dans diverses autres liqueurs, comme l'esprit de vin, les esprits acides, les liqueurs alkales, &c. & il y a conservé sa lumière; mais ayant tenté de l'exciter sous l'eau même, en y plongeant un morceau de bois, & frottant le diamant dessus, il n'a pas pu y réussir; il a aussi observé que lorsqu'il avoit été mouillé, il falloit le frotter beaucoup plus long-temps pour exciter sa lumière; cependant il lui est quelquefois arrivé de le rendre

un peu lumineux en le tenant quelque temps plongé dans l'eau chaude.

Il a éprouvé qu'on pouvoit exciter sa lumière sans le chauffer, ni le frotter, en le pressant fortement sur un morceau de fayence, ou en appuyant brusquement un poinçon d'acier contre la table du diamant; mais il est aisé de juger que toutes ces manières de le rendre lumineux, ne le faisoient point devenir électrique, ce qui prouve de plus en plus la différence que nous avons déjà supposée entre la matière de l'électricité & celle de cette espèce de lumière.

J'ai fait avec soin la plupart de ces expériences, & elles m'ont toutes réussi à peu-près de la même manière qu'à M. Boyle, avec cette différence, que je n'ai jusqu'à présent trouvé aucun diamant qui ne rendît de la lumière étant frotté; toutes les autres pierres précieuses que j'ai essayées en ont rendu aussi, ainsi que je l'ai déjà dit; mais le plus ou moins de lumière ne dépend ni de la beauté, ni de la grosseur de la pierre: j'ai frotté pendant assez long-temps deux très-gros diamants de l'eau la plus belle & la plus sèche, ils n'ont pris qu'une lumière assez foible qu'ils ont conservée pendant très-peu de temps, mais qu'ils n'ont pas perdue en passant dessus un linge mouillé; ils n'avoient l'un & l'autre qu'une très-médiocre électricité: un troisième diamant d'une aussi belle eau, mais taillé d'une façon extraordinaire, qu'on nomme à l'*Indienne*, ou en *puits*, étoit très-lumineux pour peu qu'on le frottât, il étoit aussi très-électrique; cependant je ne connois entre ces diamants d'autre différence que celle de la taille, les deux premiers ayant une très-grande table, & le dernier l'ayant fort petite, mais étant très-élevé & très-profond. Je n'ai pas osé chauffer les deux premiers à la flamme, craignant de ne les pas chauffer assez également à cause de leur grande étendue, & qu'il ne leur arrivât quelque accident; mais je juge par l'analogie des autres expériences que j'ai faites, qu'ils n'auroient contracté que très-difficilement de la lumière, & qu'en ce cas même elle auroit été très-foible, mais j'ai chauffé le troisième à la flamme d'une

bougie, & l'ayant transporté dans l'obscurité, il a paru entouré d'une lumière très-vive & à peu-près semblable à celle des vers luisants. La même chose est arrivée à un petit diamant bleu, & à un diamant jaune d'une grosseur assez considérable : mais cette sorte de lumière n'ayant aucun rapport à l'électricité, puisque tous ces diamants dans le temps qu'ils rendoient le plus de lumière, n'avoient aucune attraction sensible, je me contenterai de dire présentement que plusieurs diamants, quelques pierres précieuses, le cristal de roche, & plusieurs autres corps qu'on ne s'aviserait pas de soupçonner, étant exposez à la flamme, ou à la chaleur, ou au Soleil, ou même à la seule lumière du jour, quoiqu'à l'ombre du Soleil, ainsi que je l'ai éprouvé, y acquièrent une lumière qu'ils conservent dans l'obscurité pendant un temps assez considérable ; ce Phénomène nouveau mérite une attention particulière, & peut faire le sujet d'un travail très-curieux, mais qui ne paroît pas avoir de rapport à l'objet actuel de nos recherches. Les Auteurs qui ont dit que certaines pierres précieuses, & en particulier le diamant, éclairoient dans l'obscurité, étoient peut-être beaucoup mieux fondés qu'on ne l'a cru jusqu'à présent. Qu'une personne ayant demeuré quelque temps dans un lieu obscur, & ayant par conséquent la prunelle fort dilatée, y ait vû apporter un diamant qui auroit été exposé pendant quelques minutes au Soleil, ou à quelque autre chaleur équivalente, ou simplement à la lumière du jour, elle aura certainement vû ce diamant lumineux ; & comme ç'aura été sans dessein que ce diamant aura été exposé au Soleil, ou à la lumière, on n'aura pas imaginé d'attribuer ce fait singulier à une cause aussi légère, & on aura pensé, ou que les diamants sont lumineux par eux-mêmes, ou que c'en est une espèce particulière à laquelle on a donné le nom d'escarboucle, dont par la suite on a embelli la description & exagéré les propriétés.

J'ajouterais encore que si quelqu'un veut tenter ces expériences sur le peu que j'en ai dit, il y trouvera des variétés surprenantes, dont il n'est pas temps de donner maintenant

l'éclaircissement ; j'ai voulu seulement indiquer les principaux faits sur lesquels je compte fonder quelque jour un nouveau travail, & tâcher en même temps de faire naître à quelqu'un l'envie d'y travailler aussi de son côté, persuadé que rien n'est plus propre à augmenter les connoissances que nous avons en Physique, que le concours du travail de plusieurs personnes sur une même matière, mais il est temps de revenir à l'électricité vitrée.

J'ai essayé un grand nombre de diamants, & quoique tous aient été rendus électriques par le frottement, & qu'ils aient tous donné de la lumière, il y a eu des différences très-considérables dans leurs effets, dont il est difficile de pouvoir assigner la cause; ce que je puis seulement dire en général, c'est que les plus gros diamants, comme du poids de 70 à 80 grains, ne sont ni plus électriques, ni plus lumineux que les petits; que même la beauté & la netteté du diamant ne paroît pas y rien faire, mais la façon dont il est taillé n'est pas aussi indifférente : j'ai toujours trouvé que ceux qui sont plats & ont une grande table, sont moins électriques & moins lumineux que les brillants élevés.

Les diamants de couleur méritent une attention particulière; de tous les jaunes que j'ai essayés, je n'en ai trouvé qu'un qui ne fût que médiocrement électrique; tous ont été très-lumineux: un très-beau diamant fleur de pêcher rendoit une lumière considérable dès le premier frottement, & étoit électrique, mais moins que les jaunes; un verd n'a pris que difficilement de la lumière, & cependant il étoit plus électrique que le précédent; un diamant bleu d'une assez grande étendue, mais rempli de points & de glaces, n'a point donné de lumière sensible étant frotté, il en sortoit seulement quelques étincelles, lorsqu'après l'avoir frotté on en approchoit le doigt, cependant il étoit très-électrique; enfin un diamant couleur d'amethyste faisoit les mêmes effets, tant par rapport à la lumière, que par rapport à l'électricité; j'ajouterais que tous les diamants dont je viens de parler étoient brillants: je les ai frottés sur différents corps, sans y

avoir remarqué de différence bien sensible, non plus que par rapport à la couleur de l'étoffe sur laquelle je les frotois, quoique M. Boyle dise y en avoir remarqué.

Les exemples que nous venons de rapporter suffisent pour faire voir que la faculté de rendre de la lumière n'est pas tellement dépendante de la vertu électrique, qu'il n'y ait des corps de même nature & de même espece, dont les uns sont plus lumineux & moins électriques, & les autres au contraire plus électriques & moins lumineux; d'où il résulte que quoique ces deux propriétés paroissent extrêmement liées l'une à l'autre, elles ne tiennent pas cependant à la même cause; & on peut apporter une preuve bien simple & bien décisive de cette différence, qui est que, si l'on frotte un diamant capable de devenir électrique & lumineux, & qu'après l'avoir frotté on le mouille, ou que simplement on l'humecte avec l'haleine, sa vertu électrique se trouve anéantie sur le champ, mais la lumière subsiste aussi long-temps que s'il n'avoit point été mouillé.

J'ai fait les mêmes expériences sur toutes les especes de pierres précieuses, mais les variétés qui en résultent n'ont rien d'assés déterminé, pour qu'on puisse sçavoir s'il les faut attribuer à la couleur, à la taille; à la dureté, ou à quelque autre cause moins connue; ainsi je n'entrerai dans aucun détail à ce sujet, & je me contenterai d'ajouter aux autres principes découverts dans les Mémoires précédents, celui-ci; que la lumière excitée par le frottement n'est pas tellement liée à l'électricité, qu'elle ne puisse subsister lorsque cette dernière propriété est anéantie par le moyen de l'humidité.

Je ne rappellerai point ici les expériences dont nous avons parlé dans les Mémoires précédents par rapport à la lumière qui accompagne toujours l'électricité du verre, mais j'observerai que ce Phosphore si connu qui se fait en vuïdant d'air un matras dans lequel il y a du Mercure, est une nouvelle preuve de la différence réelle qu'il y a entre la matière qui sert à l'électricité, & celle qui occasionne la lumière; car si l'on frotte ce matras dans l'obscurité, il devient tout à la fois

électrique & lumineux; si au contraire on se contente d'agiter fortement le Mercure, il devient lumineux, comme l'on faisait, mais il ne contracte pas la moindre électricité.

La lumière qui accompagne l'électricité n'est pas toujours une simple lumière, elle est quelquefois un feu réel & sensible, comme nous l'avons vu dans l'expérience que j'ai rapportée à la fin de mon troisième Mémoire; il est bon de la remettre sous les yeux en peu de mots, parce qu'elle tient à d'autres faits avec lesquels elle concourt pour l'établissement d'un autre nouveau principe.

On suspend une personne sur des cordes de soye, ou, ce qui revient au même, on la fait monter sur une planche qui est supportée par des pieds de verre, de cire, de soufre, de gomme lacque, &c. assés élevés pour que les écoulements électriques soient trop éloignés du plancher & des autres corps solides, pour pouvoir être détournés; on approche de cette personne le tube rendu électrique, sans néanmoins qu'il soit nécessaire de la toucher, cela suffit pour l'environner d'un tourbillon de matière électrique qui se manifeste par tous les effets rapportés dans mon troisième Mémoire; mais celui de tous qui me paroît le plus surprenant, est que lorsqu'une autre personne approche la main de celle qui est ainsi suspendue, il sort de la partie du corps de cette dernière, la plus proche de la main qu'on en approche, une étincelle de feu accompagnée d'un bruit très-sensible, & d'une lumière plus vive de beaucoup que celle qui paroît dans toutes les autres expériences de l'électricité; cette lumière est même, comme nous l'avons dit dans le Mémoire déjà cité, accompagnée d'une douleur semblable à une picqueure ou à une brûlure, dont les deux personnes sont également affectées; & j'ai fait une observation qui est conforme à ce que nous avons vu plus haut, c'est qu'un morceau d'ambre, de verre, ou de tout autre corps naturellement électrique, ne fait point paroître cette étincelle, il faut que ce soit une matière la plus contraire qu'il est possible à l'électricité, comme un corps vivant, un morceau de métal, de glace, toute sorte de matière mouillée, &c.

Un animal vivant suspendu de la même manière, fait précisément les mêmes effets; mais si c'est un animal mort, il ne paroît plus d'étincelles, on ne voit qu'une lumière pâle & uniforme qui paroît sortir de ce corps lorsqu'on en approche la main.

Le corps vivant d'un homme, ou d'un animal, est donc entouré d'une Atmosphère, dont la matière est capable d'allumer, pour ainsi dire, & de réduire en feu actuel la lumière qui accompagne l'électricité vitrée. Je n'ai pas eu la commodité de faire la même expérience sur l'électricité résineuse, parce qu'elle est en général plus foible, & que l'ambre, qui est le corps en qui elle est la plus forte, se trouve rarement en assez gros morceaux pour pouvoir faire un effet aussi considérable que cela seroit nécessaire pour réussir dans cette expérience; mais je suis persuadé que cela arriveroit de même qu'avec le tube, si on se servoit de quelque corps qui eût à peu-près autant de vertu électrique.

J'ai fait depuis peu une autre expérience, qui prouve qu'il suffit pour produire ces étincelles brûlantes, de rendre électrique un corps vivant, soit que ce soit par lui-même qu'il le devienne, ou par la communication du tube, ou de quelque autre corps électrique. J'ai pris un Chat, dont j'ai rendu le poil fort électrique, en lui passant à plusieurs reprises la main sur le dos; lorsqu'ensuite j'approchois mon autre main de ses pattes, de son nez, ou de ses oreilles, il en sortoit de pareilles étincelles accompagnées de bruit & de douleur que le Chat paroïssoit ressentir très-vivement, par l'impatience qu'il marquoit de s'enfuir, & que je sentoïis aussi de mon côté dans le doigt ou dans la main.

Cette expérience, quoique très-simple, ne laisse pas de réussir assez difficilement; tous les Chats ne deviennent pas aussi électriques les uns que les autres, cela dépend de la rudesse, ou de la douceur de leur poil, il faut choisir ceux dont le poil est le plus rude; il faut de plus qu'il fasse froid & sec, & pour mieux réussir, il faut poser le Chat sur du taffetas, ou quelque autre étoffe de soye, ou sur quelque matière

résineuse, afin que le tourbillon électrique demeure plus abondant autour de son corps, & ne soit point détourné par les corps voisins. Je ne doute point que la même expérience ne puisse se faire de beaucoup d'autres façons, & peut-être que l'effet en seroit encore plus sensible; peut-être même pourroit-on porter ce feu jusqu'à embraser les corps combustibles. Dans un sujet aussi rempli de faits nouveaux & singuliers, il est permis de hasarder des conjectures; je crois donc que c'est un feu réel, ou une matière très-propre à le devenir, qui sort des corps électriques; que cette matière sortant d'un corps entouré d'une Atmosphère trop peu dense, ou à laquelle il manque peut-être des parties grasses ou sulphureuses, elle ne produit qu'une lumière tranquille; que sortant du verre dont l'Atmosphère, lorsqu'il est rendu électrique, est chargée de parties sulphureuses que l'on sent très-distinctement à l'odorat, elle produit des étincelles qui frappent le visage ou la main très-sensiblement, mais ne sont pas assez embrasées pour qu'on en sente la chaleur; & qu'enfin lorsque cette matière environne un corps vivant, soit qu'elle en sorte par le frottement, soit qu'elle y vienne par la communication & l'approche du tube, ou de quelque autre corps électrique, elle trouve dans l'Atmosphère de ce corps un aliment convenable qui l'embrase, & la fait devenir un feu actuel capable de brûler & de causer de la douleur. Ainsi il est très-possible qu'on trouve quelque moyen de le réduire à un point d'activité capable d'allumer des corps combustibles, soit en enveloppant le corps animé de quelque matière fort sèche & combustible, & en rassemblant quelques-unes des circonstances les plus propres à augmenter l'action de ce feu, soit de quelque autre manière que l'on peut imaginer, si l'on trouve que ce fait mérite qu'on se donne la peine de le suivre & de s'y arrêter.

Il nous reste à examiner l'effet des deux électricités jointes ensemble; nous avons rapporté au commencement de ce Mémoire une expérience singulière de M. Hauksbée dans ce genre, qui consiste à faire tourner sur son axe un globe de
verre

verre enduit intérieurement de cire d'Espagne, & dont l'air est exactement pompé. J'ai fait cette expérience avec grand soin, & elle est effectivement une des plus belles de celles qui concernent la lumière des corps électriques.

Pour enduire de cire d'Espagne l'intérieur de ce globe, il ne faut que la pulvériser, & après l'avoir introduite dans le globe, le tourner sur son axe au-dessus d'un réchaud plein de feu; on fait par ce moyen appliquer la cire aux endroits que l'on juge à propos. A mesure qu'elle se refroidit, elle se détache du verre en plusieurs endroits, ce que l'on voit par les lames d'air qui s'y introduisent, & les couleurs d'Iris qui en résultent, & même elle s'éclatte & se fend en divers sens, mais tout cela ne nuit en rien à l'expérience. Ayant ainsi préparé ce globe, j'en pompai l'air le plus exactement qu'il me fut possible, & je le fis tourner sur son axe avec beaucoup de rapidité par le moyen du tour décrit dans mon premier Mémoire; à peine eus-je appliqué la main dessus, qu'il parut beaucoup de lumière dans l'intérieur du globe, elle étoit plus vive dans la partie où ma main étoit appliquée; que dans toute autre, & elle y étoit continuë; il se formoit outre cela des éclats de lumière qui paroïssent partir de cet endroit, & s'élançoient de toutes parts dans l'intérieur du globe. Jusques-là ces phénomènes sont très-peu différents de ceux qui arrivent avec le globe vuide d'air sans être enduit de cire d'Espagne, mais voici ce qu'il y avoit de plus singulier, & que M. Hauksbée avoit regardé comme un des plus surprenants paradoxes qu'il y eût en physique; c'est qu'en regardant dans le globe par un endroit qu'à dessein je n'avois point enduit de cire d'Espagne, on y voyoit une image de la main que je tenois appliquée sur le globe, & que cela faisoit le même effet que si ma main eût été lumineuse, & la cire d'Espagne assés transparente pour qu'on la vît à travers.

Un peu de réflexion me fit connoître la raison de ce phénomène; j'observai que lorsque j'appliquois le bout de mon doigt sur la surface du globe, cela excitoit en-dedans une

lumière qui sortoit de la cire d'Espagne dans le seul endroit où mon doigt étoit appliqué : lorsque j'appliquois ma main toute entière, la lumière sortoit pareillement de tous les endroits où ma main touchoit le globe, mais comme dans l'intervalle de mes doigts le globe n'étoit point frotté, (car je le suppose toujours tournant sur son axe); il s'ensuit qu'il ne paroïssoit point de lumière vis-à-vis cet intervalle, non plus qu'au-delà du contour extérieur de ma main, & par conséquent l'image de la main & des doigts étoit exactement figurée par la lumière qui, partant de tous les points d'attouchement & traversant la cire, se faisoit voir au-dedans du globe.

Lorsque j'appuyois médiocrement la paume de la main sur le globe, les plis naturels qui y sont & les principaux traits ne portoient point sur le globe, ce qui causoit une ombre vis-à-vis ces traits, & par conséquent les dessinoit assés correctement sur cette image lumineuse de la main ; mais lorsque j'appuyois plus fortement sur le globe, ces ombres disparoïssient, toute la paume de la main étoit lumineuse, & il n'y avoit plus de sensible que le contour extérieur qui demeurant obscur, formoit toujours une image lumineuse de la main ; ainsi ce fait se réduit à prouver qu'un globe enduit de cire d'Espagne intérieurement & vuïdé d'air tournant sur son axe, si l'on vient à le toucher extérieurement, il part de tous les points d'attouchement une lumière qui passe à travers la cire d'Espagne & paroît dans l'intérieur du globe. J'ai déjà rapporté dans mon troisième Mémoire qu'une plaque de cire d'Espagne n'empêche point l'action des corps électriques, & que le tube attire & repousse des feuilles d'or à travers cette plaque ; on voit que c'est ici le même fait, & que, quoique les pores de la cire d'Espagne ne soient point permeables à la lumière ordinaire, ils le sont néanmoins à la matière de l'électricité, & lorsque cette matière est lumineuse, comme dans l'expérience présente, il en résulte les faits que nous venons de décrire.

J'ai appuyé sur le globe pendant sa rotation, de la laine,

du papier, du linge, de la soye; la laine & le papier n'ont donné aucune lumière, le linge très-peu, & la soye davantage, mais aucune de ces matières n'a fait, à beaucoup près, aussi bien que la main; les corps durs comme le bois, les métaux, &c. n'ont rien fait non plus, il faut une matière souple, & qui occasionne un frottement, tel que celui qui est nécessaire dans les autres expériences de l'électricité.

J'ai enduit un pareil globe de gomme lacque pure, & les effets n'en ont point été différents, quoique cette gomme fût transparente; j'en ai enduit un autre de soufre, mais le soufre diminué de volume en refroidissant, ce qui fait détacher l'enduit entièrement, & il se brise lorsque l'on vient à faire tourner le globe. J'ai fait les mêmes expériences avec des tuyaux de verre, mais les différences sont peu considérables, & ne m'ont pas paru pouvoir nous rien apprendre de plus sur le fait de la lumière, ni de l'électricité, ainsi je n'en rapporterai ici aucune.

Je finirai donc ici ce Mémoire qui est le dernier des six que je m'étois proposé de faire dès le commencement de mon travail sur cette matière, & dans chacun desquels j'avois formé le plan d'examiner quelques-unes des principales propriétés de l'électricité; quoique cet examen ne nous ait pas donné la connoissance des causes physiques & primordiales de l'électricité, il nous a néanmoins conduit à découvrir plusieurs principes inconnus jusqu'à présent, qui simplifient considérablement la théorie de l'électricité, & qui serviront à l'avenir de base & de fondement à ceux qui voudront faire de nouvelles recherches sur une matière si féconde, & sur laquelle il y a, selon toutes les apparences, encore un grand nombre de découvertes à faire. Voici en peu de mots quels sont ces principes dont on trouve le détail & les preuves, tant dans ce Mémoire que dans les précédents.

1.^o Tous les corps qui sont dans la Nature sont susceptibles d'électricité, à l'exception des métaux & des matières qui ne sont pas de consistance à pouvoir être frottées.

2.^o Mémoire sur l'Electricité.

524 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

2.^o Tous, sans exception, même les liquides, deviennent électriques par communication, la flamme seule ne le devient point, & n'est point attirée par les corps électriques.

3.^o Les corps naturellement électriques sont les seuls qui le puissent devenir par communication étant posés sur un appui ou base de métal, de bois, ou d'autre matière qui n'est que peu ou point électrique; & au contraire, ils le deviennent moins que tout autre sur une base disposée à l'électricité.

3.^e Mémoire
sur l'Electri-
cité.

4.^o Les matières naturellement électriques interposées entre le tube & les feuilles d'or, ou autres corps légers, laissent passer les écoulements électriques, au lieu que toutes les autres matières les interceptent.

5.^o Les électriques sont les moins propres de tous à transmettre au loin l'électricité, & les corps mouillés sont les plus propres.

6.^o Le plus grand vent ne détourne point les écoulements électriques, quel'on fait communiquer au-delà de 1250 pieds au moyen d'une corde ou de quelqu'autre corps continu.

7.^o Les corps de même nature s'impreignent de l'électricité, ou l'interceptent à peu-près en raison de leur volume.

8.^o Il sort des étincelles brûlantes d'un corps vivant rendu électrique par la communication du tube, & cette lumière ne cause aucune sensation de douleur, si elle sort d'un corps inanimé.

4.^e Mémoire
sur l'Electri-
cité.

9.^o Il y a deux électricités différentes & distinctes l'une de l'autre, sçavoir, la vitrée & la résineuse, dont l'une attire les corps repoussés par l'autre.

10.^o Les corps électriques attirent toujours & indistinctement tous ceux qui ne le sont point, & repoussent au contraire tous ceux qui sont doués de celle des deux électricités qui est de même espece que la leur.

11.^o L'air humide & chargé de vapeurs, nuit à l'électricité, de quelque nature qu'elle soit, & diminue considérablement ses effets. 5.^e Mémoire sur l'Electricité.

12.^o Les corps électriques placés dans le vuide, y exercent leur action, mais la matière de l'électricité se porte plutôt dans le vuide que dans le plein, en sorte qu'un tube ou un globe vuide d'air, ne fait d'effet sensible que dans son intérieur. Ces deux dernières observations avoient déjà été faites par M.^{rs} Boyle, Hauksbée & Gray, mais avec quelque différence, comme on le peut voir dans le Mémoire cité ci-dessus.

13.^o L'air condensé dans l'intérieur du tube paroît nuire autant que l'air rarefié aux effets extérieurs de l'électricité.

14.^o Tous les corps dont l'électricité est un peu considérable, soit qu'elle soit vitrée ou résineuse, sont lumineux, avec quelques différences néanmoins dans la lumière qui y est excitée par le frottement. 6.^e Mémoire sur l'Electricité.

15.^o La matière de cette espèce de lumière n'est pas la même que celle de l'électricité, l'une de ces deux propriétés pouvant subsister indépendamment de l'autre.

16.^o Enfin les corps résineux, quoiqu'opakes, donnent un libre passage à la lumière, lorsqu'elle émane de la matière électrique, ou du moins qu'elle en est accompagnée, ainsi qu'on vient de le voir dans la dernière expérience de M. Hauksbée.

Voilà les principes, ou, si l'on veut, les faits simples & primitifs auxquels se peuvent réduire toutes les expériences sur l'Electricité, qui sont connus; le nombre de ces principes diminuera vraisemblablement à mesure que l'on parviendra à une connoissance plus exacte de cette merveilleuse propriété de la matière, qui jusqu'à présent n'étoit indiquée que par quelques expériences très-compiquées qui l'avoient fait

juger particulière à certaines matières, & dépendante de circonstances bizarres, & dans lesquelles il ne se trouvoit presque rien d'assuré ni de positif. Aujourd'hui c'est peut-être une qualité de la matière en général dépendante de principes invariables, assujettie à des loix exactes, & qui peut influer beaucoup plus que nous ne pensons, sur l'œconomie du globe ; mais faute d'avoir été considérée dans ce point de vûe, nous n'en avons que des connoissances superficielles ; j'espère que nous n'en demeurerons pas là, & je suis persuadé que les Amateurs de la Physique ne négligeront pas un champ si fertile, & pour ainsi dire, un nouveau monde, dans lequel il reste vraisemblablement tant de découvertes intéressantes à faire.



P R O B L E M E.

Une Courbe étant donnée, trouver celle qui seroit décrite par le sommet d'un Angle dont les côtés toucheroient continuellement la Courbe donnée; & réciproquement la Courbe qui doit être décrite par le sommet de l'Angle, étant donnée, trouver celle qui sera touchée par les côtés.

Par M. FONTAINE.

LE Probleme direct n'a aucune difficulté, aussi n'est-ce que de l'inverse dont il sera ici question. Nous aurons besoin, pour le résoudre, de sçavoir trouver des Courbes dont les points pris deux à deux ayent une relation donnée; & comme M. Newton donna en 1697, dans les Journaux de Leypsic, une méthode pour cela, nous commencerons par la rappeler ici en forme de Lemme.

L E M M E I.

Supposons qu'on demande une Courbe BMN qui ait la propriété qu'exprime l'équation $y^2 + y'^2 = a^2$ ($Ap = x$, $pM = y$, $pN = y'$) puisqu'à chaque point p de l'abscisse l'ordonnée a deux valeurs, l'équation à la courbe BMN aura cette forme $y^2 + Qy + R = 0$ (Q & R sont des quantités composées de x & de constantes); & en résolvant cette équation, on aura $y = -\frac{1}{2}Q - \sqrt{\frac{1}{4}Q^2 - R}$ & $y' = -\frac{1}{2}Q + \sqrt{\frac{1}{4}Q^2 - R}$, $y^2 = \frac{1}{4}Q^2 - R + Q\sqrt{\frac{1}{4}Q^2 - R}$ & $y'^2 = \frac{1}{4}Q^2 - R - Q\sqrt{\frac{1}{4}Q^2 - R}$, donc par la condition donnée $Q^2 - 2R = a^2$, & par conséquent $R = \frac{Q^2 - a^2}{2}$, ainsi toutes les courbes exprimées par l'équation $y^2 + Qy + \frac{Q^2 - a^2}{2} = 0$ dans laquelle on pourra donner à Q telle

Fig. 1.

valeur qu'on voudra en x , auront la propriété demandée, & on ne sçauroit avoir de ces courbes une équation plus générale; si la relation donnée étoit entre trois ordonnées, alors on prendroit une équation du 3^{me} degré; si entre quatre une du 4^{me}, &c. Si on veut qu'il y ait des ordonnées positives, & d'autres négatives, on prendra une équation dans laquelle cette condition soit remplie. Enfin on voit bien que cette méthode ne laisse rien à désirer, mais on doit observer, comme l'a fait M. Newton, que pour que le Probleme soit possible, il faut nécessairement que la relation à laquelle on veut satisfaire soit exprimée, par une équation dans laquelle les ordonnées entrent toutes de la même manière; car si on proposoit, par exemple, comme le faisoit M. Jean Bernoulli, de trouver une Courbe dont la propriété fût que le carré de l'une des ordonnées par l'ordonnée correspondante fût toujours un même produit, alors je demanderois de laquelle des deux ordonnées on veut que je prenne le carré, pour le multiplier par l'autre ordonnée, étant bien évident qu'à moins que toutes les ordonnées fussent égales, il ne sçauroit être indifférent de prendre le carré de l'une des deux, & de le multiplier par l'autre pour avoir un produit déterminé. Si on me dit que c'est le carré de la plus grande qui doit être multiplié par la plus petite, alors il n'y aura plus une loi uniforme dans toute la courbe, ce qui est impossible, l'ordonnée à l'une des branches qui est d'abord plus grande devenant à son tour plus petite,

L E M M E I I.

La loi de l'Angle TMP étant donnée, trouver la Courbe touchée par la ligne Mp.

Fig. 2. Soit prise sur Mp une ligne Ma égale au parametre p de la courbe AMN ; & du point a soit menée sur TM la perpendiculaire ab , & soit $Mb = \phi$ (par ϕ j'entends une fonction des coordonnées z & u de la courbe AM), la différence de Mb étant $d\phi$, celle de l'angle TMp sera $-\frac{d\phi}{\sqrt{p^2 - \phi^2}}$ du

du point M qu'on mene sur TM la perpendiculaire Mq , & du point N la ligne Nq qui fasse sur la tangente tN un angle tNq qui diffère autant d'un droit que l'angle tNp diffère de l'angle TMp ; ensuite qu'on imagine que l'angle TNt s'ouvre jusqu'à ce que l'angle tNq soit droit, & le nouvel angle de contingence sera $-\frac{d\tau ddu}{d\tau^2 + du^2} + \frac{d\phi}{\sqrt{p^2 - \phi^2}}$.

& comme le rayon de la développée est toujours égal au côté de la courbe divisé par l'angle de contingence, on aura

$$Mq = \frac{\sqrt{d\tau^2 + du^2}}{-\frac{d\tau ddu}{d\tau^2 + du^2} + \frac{d\phi}{\sqrt{p^2 - \phi^2}}}, \text{ \& par le moyen des}$$

triangles semblables MNL , Mba , & MpL , MqN ,

$$\text{on aura } Mp = \frac{\sqrt{d\tau^2 + du^2} \cdot \sqrt{p^2 - \phi^2}}{-\frac{p d\tau ddu}{d\tau^2 + du^2} + \frac{p d\phi}{\sqrt{p^2 - \phi^2}}}. \text{ Nommant}$$

maintenant x & y les coordonnées au point p de la courbe touchée, si on fait le calcul comme pour les développées

$$\text{ordinaires, on trouvera } x = \frac{\sqrt{p^2 - \phi^2} \cdot (du \sqrt{p^2 - \phi^2} - \phi d\tau)}{p^2 \cdot (-\frac{d\tau ddu}{d\tau^2 + du^2} + \frac{d\phi}{\sqrt{p^2 - \phi^2}})} + z$$

$$\text{\& } y = \frac{\sqrt{p^2 - \phi^2} \cdot (d\tau \sqrt{p^2 - \phi^2} + \phi du)}{p^2 \cdot (-\frac{d\tau ddu}{d\tau^2 + du^2} + \frac{d\phi}{\sqrt{p^2 - \phi^2}})} - u.$$

SOLUTION.

Que AMB soit la courbe donnée, & concevons que les côtés de l'angle CMD ont dans la figure la position qu'ils doivent avoir, lorsque son sommet est parvenu au point M , je nomme ϕ le cosinus de l'angle CMT , & ϕ' celui de l'angle DMT ; & supposant le rayon $= p$, le sinus de l'angle donné $CMD = n$, son cosinus $= m$, je trouve entre ϕ & ϕ' cette équation $\phi^2 - \frac{2m}{p} \phi \phi' + \phi'^2 = nn$, qui a, comme on le voit, les conditions que nous avons dit être

Mem. 1734.

. XXX

Fig. 3.

nécessaires pour pouvoir appartenir à une seule courbe dont l'abscisse sera celle de la courbe AMB & $=z$, & les deux ordonnées seront ϕ & ϕ' . Supposons donc que l'équation à cette courbe soit $\phi^2 + Q\phi + R = 0$ (on se souvient que Q & R sont des quantités qui dépendent de z & de p), &

nous aurons $\phi = -\frac{1}{2}Q + \sqrt{\frac{1}{4}Q^2 - R}$, & $\phi' = -\frac{1}{2}Q$

$-\sqrt{\frac{1}{4}Q^2 - R}$. Substituons ces valeurs & leurs quarrés dans l'équation à laquelle nous devons satisfaire, & nous

trouverons $Q^2 - 2R - \frac{2m}{p}R = nn$, & par conséquent $R = \frac{Q^2 - nn}{2 \cdot (\frac{p+m}{p})}$, donc $\phi = -\frac{1}{2}Q$

$+ \frac{1}{2\sqrt{p+m}} \sqrt{(m-p)Q^2 + 2pnn}$ & $\phi' = -\frac{1}{2}Q$

$-\frac{1}{2\sqrt{p+m}} \sqrt{(m-p)Q^2 + 2pnn}$. Mais nous avons

appris dans le Lemme second à trouver la courbe touchée, la loi de l'angle TMC ou TMD étant donnée, & nous venons de déterminer cette loi en trouvant le sinus de cet angle convenable aux conditions de notre Probleme, donc il est résolu.



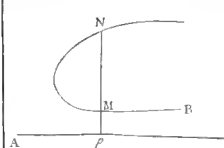


Fig 1

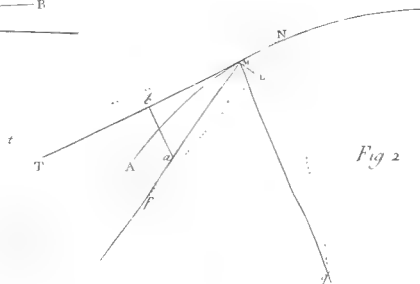


Fig 2

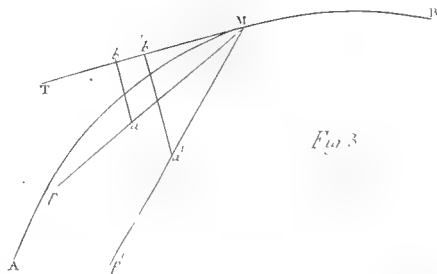


Fig 3

REMARQUES

SUR

LA METHODE DE M. FONTAINE,

Pour résoudre le Probleme où il s'agit de trouver une Courbe qui touche les côtés d'un Angle constant dont le sommet glisse dans une Courbe donnée.

Par M. CLAIRAUT.

LA Méthode de M. Fontaine consiste en ceci : Soit AM la courbe donnée, CMD les côtés de l'angle constant dans une position quelconque, ϕ le cosinus de l'angle TMC , ϕ' celui de l'angle TMD , m le cosinus de l'angle constant CMN , n le sinus, p étant le rayon, on trouvera entre ϕ & ϕ' cette équation $\phi\phi - \frac{2m}{p}\phi'\phi - \phi'^2$

Fig. 1.

$= nn$. Pour satisfaire à cette équation, on prendra $\phi = -\frac{1}{2}Q + \frac{1}{2\sqrt{p+m}}\sqrt{(m-p)Q^2 + 2pnn}$ &

$\phi' = -\frac{1}{2}Q - \frac{1}{2\sqrt{p+m}}\sqrt{(m-p)Q^2 + 2pnn}$ [par Q

on entend une fonction quelconque de l'abscisse z de la courbe donnée]. Cette valeur de ϕ qui ne diffère de celle de ϕ' que par le signe du radical, fait que l'équation générale

$\phi = -\frac{1}{2}Q \pm \frac{1}{2\sqrt{p+m}}\sqrt{(m-p)Q^2 + 2pnn}$ détermine

la courbe cherchée, puisque le Probleme se réduit à trouver la courbe qui touche les côtés MC placés par l'équation précédente. On peut parvenir de différentes façons à achever le Probleme alors. M. Fontaine avoit commencé par un Lemme qui, en supposant que ϕ fût donné, donnoit les coordonnées de la courbe cherchée

Xxx ij

$$x = \frac{\sqrt{p^2 - \varphi^2} (du \sqrt{p^2 - \varphi^2} - \varphi d\tau)}{p \left(-\frac{d\tau ddu}{d\tau^2 + du^2} + \frac{d\varphi}{\sqrt{p^2 - \varphi^2}} \right)} + \tau$$

$$\& y = \frac{\sqrt{p^2 - \varphi^2} (d\tau \sqrt{p^2 - \varphi^2} + \varphi du)}{p^2 \left(-\frac{d\tau ddu}{d\tau^2 + du^2} + \frac{d\varphi}{\sqrt{p^2 - \varphi^2}} \right)} - u.$$

Ainsi cela termine la Solution.

Voici présentement ce qu'on peut, ce me semble, objecter à cette Solution. Lorsque l'on a trouvé la valeur de $\varphi = -\frac{1}{2} Q \pm \frac{1}{2\sqrt{p+m}} \sqrt{(m-p) Q^2 + 2pn n}$, & que l'on veut employer cette valeur pour la substituer dans les valeurs générales de x & de y , on est obligé d'avoir $\sqrt{pp - \varphi\varphi}$ qui est alors $\sqrt{[pp - \frac{1}{4} Q Q \pm \frac{1}{2} \frac{Q}{\sqrt{p+m}} \sqrt{(m-p) Q^2 + 2pn n} - \frac{1}{4} \frac{1}{p+m} (m-p Q^2 + 2pn n)]}$.

Mais il est à remarquer dans cette grande expression que tout ce qui est sous le signe radical est un carré, en sorte qu'elle se réduit à

$$\pm \left[-\frac{1}{2} Q \frac{\sqrt{p-m}}{\sqrt{p+m}} \pm \frac{1}{2\sqrt{p-m}} \sqrt{(m-p) Q^2 + 2pn n} \right].$$

Dans ce cas les valeurs de x & de y , au lieu d'exprimer une seule & même courbe, en expriment deux, l'une en prenant le signe $+$, & l'autre en prenant le signe $-$, & il me semble que M. Fontaine doit démontrer que chacune de ces courbes a la propriété demandée, & non pas que ces deux courbes ensemble sont touchées par les côtés de l'angle constant. Car il est très-naturel de penser qu'il se pourroit bien faire que pour avoir les deux branches touchées par les deux côtés de l'angle, il faut prendre la quantité précédente de ces deux manières

$$-\frac{1}{2}Q \frac{\sqrt{p-m}}{\sqrt{p+m}} - \frac{1}{2\sqrt{p-m}} \sqrt{(m-p)Q^2 + 2pnn})$$

$$\& + \frac{1}{2}Q \frac{\sqrt{p-m}}{\sqrt{p+m}} - \frac{1}{2\sqrt{p-m}} \sqrt{(m-p)Q^2 + 2pnn}),$$

ce qui ne donneroit pas la même courbe, car il faudroit au contraire se servir des deux expressions

$$-\frac{1}{2}Q \frac{\sqrt{p-m}}{\sqrt{p+m}} - \frac{1}{2\sqrt{p-m}} \sqrt{(m-p)Q^2 + 2pnn})$$

$$\& + \frac{1}{2}Q \frac{\sqrt{p-m}}{\sqrt{p+m}} + \frac{1}{2\sqrt{p-m}} \sqrt{(m-p)Q^2 + 2pnn}).$$

En se servant de ces deux expressions, on auroit bien la même courbe, mais ne se peut-il pas faire que les tangentes, au lieu d'être placées de manière que $TMD - TMC$, ou l'angle CMD , soit constant, ce soit l'angle $TMD + TMC$ qui soit constant, de sorte qu'en supposant une autre courbe qui touche les côtés Ma'' , Ma''' , des angles $a''Mb$, $a'''Mb$, égaux à aMb , $a'Mb$, on a un assemblage de deux courbes touchées par l'angle constant $a''Ma$ ou $a'''Ma$. Cette autre courbe cD seroit en ce cas celle qui viendrait par

$$\text{l'expression } + \frac{1}{2}Q \frac{\sqrt{p-m}}{\sqrt{p+m}} + \frac{1}{2\sqrt{p-m}} \sqrt{(m-p)Q^2 + 2pnn})$$

qui est renfermée dans l'expression générale qui s'est trouvée un carré. Il me semble que l'on est en droit de penser que cela peut arriver ainsi dans la Solution de M. Fontaine, jusqu'à ce qu'on voye une démonstration du contraire, car il n'y a rien dans sa Solution qui réponde à cette objection. Car quoique par la construction de M. Fontaine, pour un même z qui répond au point M , on ait deux cosinus Mb & Mb' qui ont ensemble la relation exprimée par l'équation $\phi\phi - \frac{2m}{n}\phi'\phi + \phi'\phi' = nn$ qui fait que la différence des angles bMa , $b'Ma'$, est constante, & qui a les conditions nécessaires pour être possible.

Il est à remarquer que les sinus Mb & Mb' donnent aussi-bien la position des lignes Ma'' , Ma''' , que celle des lignes Ma & Ma' , un cosinus ou un sinus peut être positif, quoique la tangente MC , Mc , soit en dessus ou en dessous.

Il n'en seroit pas de même si l'expression de la tangente de l'angle aMb satisfaisoit à la relation requise, pour que l'angle $a'Mb$ surpassât l'angle aMb d'un angle constant. Car supposons que $aM = p$ pris sur la touchante MT de la courbe donnée MT , soit le rayon pendant que la perpendiculaire aff' donne les tangentes af & af' à l'angle aMf' . Si l'on avoit une équation de la courbe cherchée entre l'abscisse z de la courbe donnée au point M , & la tangente de l'angle aMf ou aMf' , de façon que pour un z on eût deux valeurs pour af & af' , qui fussent telles que $aMf' - aMf$ fût constant, il n'y auroit pas à choisir à poser ces tangentes en dessus ou en dessous.

Mais comme de l'expression que M. Fontaine trouve pour les cosinus Mb , ϕ , & Mb' , ϕ' , on peut tirer celle des tangentes af & af' des angles bMa & bMa' , nous allons vérifier si elles sont telles que $aMf' - aMf$ soit constant.

Il est clair que $\frac{p\sqrt{pp-\phi\phi}}{\phi}$ & $\frac{p\sqrt{pp-\phi'\phi'}}{\phi'}$ seront les tangentes af & af' . Comme ces tangentes, ainsi que les cosinus, ne diffèrent que par les signes des radicaux qui entrent dans leurs expressions, il suffira de réduire l'expression $\frac{p\sqrt{pp-\phi\phi}}{\phi}$, & l'on en tirera aussi-tôt celle de $\frac{p\sqrt{pp-\phi'\phi'}}{\phi'}$.

Pour cela on reprendra l'expression que nous avons trouvée de $\sqrt{pp-\phi\phi}$, & l'on aura af ou $\frac{p\sqrt{pp-\phi\phi}}{\phi}$

$$= p \left[\frac{-\frac{1}{2}Q \frac{\sqrt{p-m}}{\sqrt{p+m}} - \frac{1}{2\sqrt{p-m}} \sqrt{(m-p)Q + 2pnn}}{-\frac{1}{2}Q + \frac{1}{2\sqrt{p+m}} \sqrt{(m-p)Q + 2pnn}} \right] \text{ qui } \\ \text{donnera } af' \text{ ou } \frac{p\sqrt{pp-\phi'\phi'}}{\phi'} \dots \dots \dots =$$

$$= p \left[\frac{-\frac{1}{2}Q \cdot \frac{\sqrt{p-m}}{\sqrt{p+m}} + \frac{1}{2\sqrt{p-m}} \sqrt{(m-p)QQ+2pn\eta}}{-\frac{1}{2}Q - \frac{1}{2\sqrt{p+m}} \sqrt{(m-p)QQ+2pn\eta}} \right].$$

On peut démontrer présentement que ces deux valeurs de af & de af' sont telles que la somme des angles aMf & aMf' est constante, au lieu de la différence. Pour avoir l'angle constant fMf' ; soit t & t' les tangentes de deux angles dont on veut trouver la somme, le rayon étant p ,

$\frac{pt+pt'}{pp-tt'}$ fera la cotangente de la somme des deux angles.

C'est un Lemme facile qu'on peut supposer, si l'on substitue dans cette valeur $\frac{pt+pt'}{pp-tt'}$ pour t & t' les valeurs précédentes de af & de af' , on aura, après les réductions,

$\frac{p\sqrt{pp-mm}}{m}$ qui est la cotangente de l'angle dont le sinus

est n , c'est-à-dire, de l'angle CMD , en sorte que les courbes de M. Fontaine ne touchent que les côtés de deux angles aMf' , aMf , qui se surpassent d'un angle constant, & qu'il faut une seconde courbe qui touche les côtés des deux angles $a''Mb$, $a'''Mb$, pour faire l'assemblage de deux courbes qui soient touchées par l'angle $a''Ma'$ ou $a'''Ma$. Ce qui n'est pas le Probleme proposé.

Fig. 1.

On peut rendre tout ce que je viens de dire plus clair, en prenant un cas particulier, par exemple, celui où l'angle constant est droit, dont j'ai donné une Solution dans ce Volume, p. 206. Examinons si la Solution de M. Fontaine donne ce cas-là.

Les tangentes af & af' des angles TMC , TMD , deviendront $\frac{p(\frac{1}{2}Q + \frac{1}{2}\sqrt{2pp-QQ})}{\frac{1}{2}Q - \frac{1}{2}\sqrt{2pp-QQ}}$ & $\frac{p(\frac{1}{2}Q - \frac{1}{2}\sqrt{2pp-QQ})}{\frac{1}{2}Q + \frac{1}{2}\sqrt{2pp-QQ}}$.

Je dis que ces tangentes sont celles de deux angles aMC , aMD , dont les côtés MC & MD , qui touchent la courbe cherchée, ne sont pas à angles droits comme le Probleme

le demande, mais placées de façon que $aMf + aMf'$ est un angle droit. Car 1.^o ces deux valeurs ne peuvent être que toutes deux positives, ou toutes deux négatives; par conséquent les côtés MC , MD , ne peuvent être distants l'un de l'autre d'un angle droit. 2.^o Le produit de ces deux quantités est pp , ce qui rend les triangles aMf , aMf' ; semblables; par conséquent l'angle $aMf + aMf'$ vaut un droit.

Pour que les deux côtés aM fussent à angles droits, il auroit fallu que le produit des quantités précédentes eût été $-pp$, c'est-à-dire, qu'une des tangentes af ou af' eût été négative, & eût porté le côté Mf' de l'autre côté de MT , ainsi que cela se trouve dans ma Solution.

Selon les principes que j'ai donnés, il faudroit prendre, au lieu des quantités précédentes, des valeurs, comme $R + \sqrt{RR + pp}$ & $R - \sqrt{RR + pp}$ (par R on entend une fonction quelconque de z) dont le produit est $-pp$, & l'on auroit des tangentes af & af'' opposées l'une à l'autre, qui donneroient des droites Mf , Mf'' , à angles droits, ce qui n'arrivera point de la façon de M. Fontaine, c'est-à-dire, en prenant pour af & af' des valeurs dont le produit soit $+pp$.

Fig. 3. Nous finirons ces remarques par un exemple très-simple, où les valeurs des tangentes des angles aMf , aMf' , donnent $+pp$ par leur produit, au lieu de $-pp$. Que ces valeurs soient $z + \sqrt{zz - pp}$ & $z - \sqrt{zz - pp}$, & que la courbe AM ne soit qu'une ligne droite exprimée par l'équation $u = 0$. Pour trouver l'équation entre AB , x , & BD , y , AM étant z , aM , p , & af' , $z + \sqrt{zz - pp}$, on peut se servir des formules de M. Fontaine, ou de la 8^{me} Section des Infiniment-petits, en faisant cette équation

$$\frac{x-z}{y} = \frac{p}{z + \sqrt{zz - pp}} \text{ ou } x - z (\sqrt{zz - pp} + z) = py,$$

& en prenant ensuite la différence, en supposant x & y constants,

Fig. 2

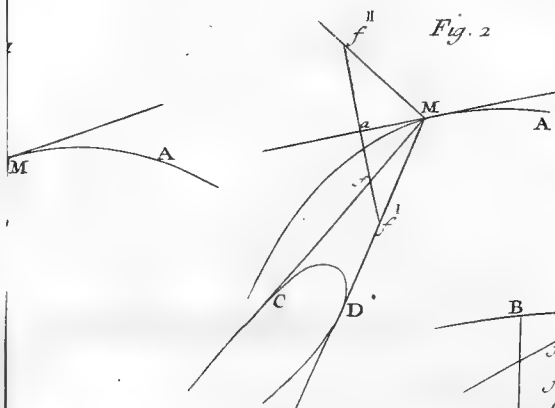


Fig. 3

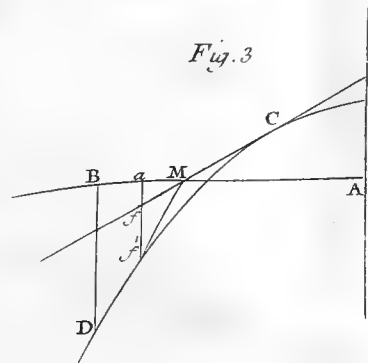
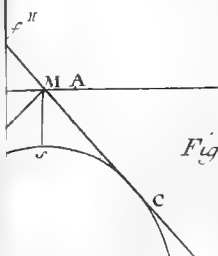
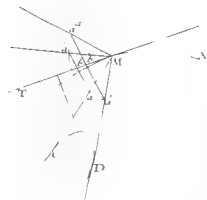


Fig. 4



Mém de l'acad royale pl 36° 17' 53"

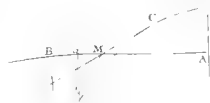
$F_{ul} 1$



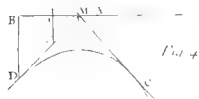
$F_{ul} 2$



$F_{ul} 3$



D_1



Amsterdam 1750

constants, ce qui donne $x - z \left(dz + \frac{z dz}{\sqrt{zz - pp}} \right) +$
 $+ dz (z + \sqrt{zz - pp}) = 0$, ou $\frac{x - z}{\sqrt{zz - pp}} \times$
 $\times dz (z + \sqrt{zz - pp}) = dz (z + \sqrt{zz - pp})$
 ou $x = z + \sqrt{zz - pp}$, qui étant substituée dans
 $x - z (z + \sqrt{zz - pp}) = py$, donne, après l'évanouisse-
 ment de z , $2py - pp = xx$, équation à une parabole DC
 dont BM est une perpendiculaire à l'axe passant par le foyer
 qui est A , le parametre étant $2p$. On voit aisément que
 cette parabole ne peut pas être touchée par un angle droit
 dont le sommet se mouvroit dans AMB , mais que l'angle
 CMD qui la touche est la différence, ou plutôt le complé-
 ment à deux droits de la différence de deux angles BMf ,
 BMf' , dont la somme est un angle droit, ce qui n'est pas
 la solution du Probleme proposé.

Si l'on avoit pris, suivant ce que j'ai enseigné dans mon
 Mémoire, pour af , $z + \sqrt{zz + pp}$, dont le produit par Fig. 4.
 af , $z - \sqrt{zz + pp}$, donne $-pp$, on auroit eu $2py + pp$
 $= xx$ qui exprime une parabole dont BA est la directrice
 avec le même parametre que la précédente, & cette para-
 bole dans tous ses points peut être touchée par les deux
 côtés de l'angle droit DMC , dont le sommet M est dans
 la droite AB .



R E P O N S E
AUX REMARQUES PRECEDENTES.

Par M. FONTAINE.

1.^o SI vous prenez $\sqrt{p^2 - \phi^2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{p-m}{p+m}} \cdot Q + \frac{1}{2\sqrt{p-m}} \sqrt{2pnn - (p-m)Q^2}$.

Il faudra prendre $\sqrt{p^2 - \phi'^2} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{p-m}{p+m}} \cdot Q + \frac{1}{2\sqrt{p-m}} \sqrt{2pnn - (p-m)Q^2}$.

Et si vous prenez $\sqrt{p^2 - \phi^2} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{p-m}{p+m}} \cdot Q - \frac{1}{2\sqrt{p-m}} \sqrt{2pnn - (p-m)Q^2}$.

Il faudra prendre $\sqrt{p^2 - \phi'^2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{p-m}{p+m}} \cdot Q - \frac{1}{2\sqrt{p-m}} \sqrt{2pnn - (p-m)Q^2}$.

Fig. 3. Car à cause de l'angle constant aMa' il y a un même rapport entre les sinus ab , $a'b'$, qu'entre les cosinus Mb , $M'b'$; or ce rapport détermine les signes de la manière précédente.

2.^o Puisque pour chaque z il doit y avoir deux sinus, deux cosinus, deux tangentes, deux, &c. il est évident par le Lemme premier, que Q doit être un radical, parce que c'est sur son coëfficient que tombe la différence des signes.

3.^o Enfin on aura la même courbe, soit qu'on substituë dans les formules du Lemme second les valeurs de Mb & de ab , ou celles de $M'b'$ & de $a'b'$. Donc, &c.



SUR LE MERCURE.

Par M. BOERRHAVE.

J'E'CRIVIS l'année passée quelques Observations sur le Vif-Argent, par lesquelles il paroissoit que, quoiqu'il semblât se transformer continuellement en d'autres corps, il conservoit pourtant d'une manière surprenante la propriété d'être immuable. J'offris ces Observations à cette Assemblée sçavante qui orne l'Angleterre sous les auspices de Sa Majesté Britannique. Elles y ont été goûtées au-delà de mes espérances; de sorte qu'on les a jugé dignes d'être imprimées parmi les Mémoires de ce Corps illustre. Mon unique but dans cet écrit étoit de rapporter fidèlement & précisément les opérations que j'ai faites sur le Vif-Argent, & le produit de ces opérations, & d'exempter par-là mes lecteurs du soin & de la dépense nécessaires pour les répéter. J'ai à présent le même dessein, & j'offre ici à cette Académie si florissante par les bienfaits de Sa Majesté Très-Chrétienne, quelques expériences que j'ai faites sur le même sujet. En joignant ces deux Dissertations, on pourra juger de la fidélité & de l'exactitude des anciens & vrais Alchymistes dans ce qu'ils ont dit touchant le Mercure; & on verra en même temps qu'il faut bien de l'application & de la prudence pour être en état d'expliquer leur sentiment, ou les critiquer avec fondement. J'espère aussi mettre ceux qui s'attachent à la Chimie en état de n'être pas facilement les duppes du sçavoir extravagant des Alchymistes modernes, gens qui dans le fond ne sçavent rien de bon & de solide, & qui n'ont que l'art d'attrapper par leurs fourberies l'or très-réel de ceux à qui ils font croire qu'ils leur apprendront à en faire. Enfin je confirmerai ce que j'ai déjà prouvé de l'immutabilité, de la simplicité & des propriétés singulières du Vif-Argent. C'est à une Assemblée aussi sçavante que la vôtre, Messieurs, qu'il

Y y ij

convient de juger de l'utilité & de la vérité de cet écrit, à l'examen duquel je vous prie de donner quelques moments de relâche de vos occupations plus importantes. Je sçais que ces moments sont rares, aussi j'aurai soin d'être aussi concis qu'il me sera possible. J'entre en matière.

I.

Le vif-argent pur, tel qu'on le trouve ordinairement chés les marchands en compagnie à Amsterdam, mis long-temps en digestion sur le feu, ne se change point en métal.

E X P É R I E N C E .

Ce vif-argent étant distillé, n'a laissé aucune fece. Après cela mêlé avec le vinaigre distillé & le sel marin, & agité pendant long-temps, il est resté pur. Je l'ai fait passer par une peau de Chamois, & j'en ai mis ensuite une livre dans un matras bien net à long col, dont j'ai bouché l'ouverture avec un cornet de papier & par-dessus recouvert d'un autre papier bien lié au col du matras, de manière qu'aucune poussière n'y pouvoit entrer, & que cependant l'air avoit le passage libre pour y entrer & en ressortir : je l'ai placé sur un fourneau à une chaleur continuelle, qui au Thermometre de M. Fahrenheit, a toujours été entreteñu au-dessus de cent degrés depuis le 15 de Novembre 1718, jusqu'au 23 de Mai 1734. J'ai trouvé alors le Mercure fluide dans ce matras avec un peu de poussière noire sur la surface. Cette poussière se revivifioit en Mercure en le frottant dans un mortier. J'ai mis tout ce vif-argent en distillation dans une cornue de verre bien nette, en augmentant le feu vers la fin au point que la retorte étoit presque rouge. Il n'est resté quoi que ce soit dans la retorte, & le Mercure en est sorti sans aucun changement sensible.

C O R O L L A I R E S .

1. Le feu au degré & pendant le temps susdits, ne change rien à la fluidité, à la volatilité, ni à la nature du vif-argent mis dans un vase où l'air a le passage libre, il ne s'est fait aussi aucune séparation du pur d'avec l'impur.

2. Il ne s'est fait non plus aucune génération sensible de la moindre quantité de métal.

3. Bien moins encore d'argent ou d'or.

4. Il ne s'est rien fixé du Mercure dans cette opération continuée pendant 15 ans $\frac{1}{2}$, il n'a pas paru le moindre commencement de fixation métallique, non pas même du plomb, qui cependant, au dire de ceux qui se vantent de le bien sçavoir, est le métal qui doit se former le premier par cette opération.

5. Cette expérience n'est nullement favorable au sentiment de ceux qui affirment que les métaux se forment du vif-argent comme matière, & du feu comme soufre fixant, unis par la digestion.

6. Il y a toute apparence que toutes les opérations semblables faites avec le Mercure commun pur, ne répondent nullement à ce qu'on en promet, puisque le peu de poussière noire dont j'ai parlé, est plus légère que le Mercure sur la surface duquel elle flotte, & qu'elle redevient Mercure très-facilement. Voyés dans les Transactions Philosophiques ce que j'ai dit d'une poussière semblable produite du Mercure par le seul mouvement.

7. Il ne paroît pas que le vif-argent puisse se changer dans les mines en quelque chose de métallique que ce soit, par la seule action de la chaleur souterraine agissante pendant un long temps, & dans un lieu où l'air ait un accès libre: car la chaleur ne monte guères au-delà de 70 degrés dans les lieux où se trouvent les veines des métaux. On dit à la vérité qu'il faut mille ans pour produire cet effet; mais comment les hommes qui vivent si peu ont-ils pû s'en assurer?

8. Le soufre que les Alchymistes ont cru être un des principes des métaux, & dont ils disent qu'il unit ensemble les éléments du vif-argent pour faire un corps solide, fixe à un degré de feu capable de le mettre en fusion & malléable; ce soufre, dis-je, paroît être toute autre chose que la matière de la lumière ou du feu, quoique le feu seul soit l'unique moyen de produire cette union admirable de ce soufre & du Mercure.

Cependant dans cette expérience l'air avoit un accès libre au Mercure, & l'on pourroit dire peut-être que c'est ce qui empêche cette action du feu, d'autant plus que les Alchymistes disent que l'air crud empêche la coction philosophique: c'est ce qui m'a porté à faire l'expérience suivante que je vais rapporter.

I I.

Le vif-argent mis en digestion dans des vaisseaux bien fermés, pendant le temps exprimé ci-dessous, ne produit aucun métal.

O P É R A T I O N.

J'ai mis du vif-argent pur dans un vase de verre conique à fond plat, tel que les Essayeurs s'en servent pour la séparation de l'argent & de l'or; je l'ai exposé à une chaleur de 100 degrés depuis le 6 Décembre 1732, jusqu'au 8 Juillet 1733. Le vase étant toujours bouché, le Mercure n'a souffert aucun changement notable; j'en ai pris 6 onces que j'ai mis dans un vase semblable au précédent, dans l'ouverture duquel j'ai fait entrer le col d'une phiole renversée, sans luter les deux vases ensemble, je l'ai exposé pendant 4 jours au feu de sable assés ardent pour que le Mercure commençât à monter, & cela dans la vûë d'en chasser toute l'humidité qu'il pouvoit y avoir. Lorsqu'il m'a paru qu'il n'y avoit plus le moindre signe d'humidité, j'ai luté exactement l'endroit où ces deux vases se joignoient; j'ai exposé le Mercure au feu de sable assés violent pour le faire doucement monter & descendre; j'ai continué ce degré de chaleur jusqu'au 29 Janvier 1734. Je n'ai trouvé au fond du vase que du Mercure fluide légèrement couvert d'une poussière noire, légère & fine, rien de fixe, point de précipité, quoique le degré de chaleur ait toujours été fort approchant de celui de l'eau bouillante. Alors j'ai fait passer ce Mercure par un entonnoir de papier bien net & bien sec, dont l'ouverture par embas étoit à peine grande à laisser passer un cheveu. Le Mercure bien net a passé par ce petit trou, & il est resté dans l'entonnoir, à ses

paroît, & autour du petit trou un peu de noir qui, en le broyant dans un mortier, est redevenu Mercure. J'ai mis distiller ce Mercure ainsi épuré dans une retorte de verre bien nette à feu de sable, & à la fin à feu de suppression; il n'est rien du tout resté de fixe au fond de la retorte. Le vif-argent a paru peut-être un peu plus fluide qu'auparavant, mais d'ailleurs nullement changé.

COROLLAIRE.

De ceci on peut à peu-près tirer les mêmes conclusions que de l'expérience précédente, & en les joignant à ce que j'ai écrit sur ce sujet dans les Transactions Philosophiques, il paroîtra clairement que le vif-argent est immuable de sa nature par les mouvements mécaniques, par les distillations, & par les digestions décrites. Je conclus de tout ceci, que les Chimistes peuvent se dispenser du travail inutile de répéter toutes ces opérations, dans la vûe de fixer le Mercure, ou de le changer en quelqu'autre corps que ce soit; je leur conseille de plus, de se défier de ces ignorants, abondants en vaines promesses, dont la moins mauvaise espece est de ceux qui tâchent d'hasarder des expériences aux dépens d'autrui.

Je vais rapporter le résultat de quelques autres expériences que j'ai faites sur les métaux, & qui ne m'ont pas moins coûté de travail que les précédentes. Il y a long-temps que je travaille à sçavoir au juste, s'il est vrai que les métaux puissent se résoudre par art en vif-argent & en un autre principe; plusieurs Auteurs l'affirment si nettement & en tant d'endroits, qu'il ne me paroîssoit pas même permis de douter du fait: je le croyois sur la foi de ces Auteurs; mais pour en être convaincu par mes propres yeux, je me mis à operer sur le plomb. Le fameux Van Helmont dit que le plomb, à cause de la crudité de sa nature métallique, telle que quelquefois le feu seul peut le détruire, peut aussi par la partie grasse des sels fixes être divisé dans les principes qui le composent, de sorte qu'il laisse couler le vif-argent crud. (*potest. medicam.* S. 40.) Son fils François-Mercure Van Helmont dit,

544 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 (discours paradox. part. 2. §. 21.) que le plomb peut se résoudre par des sels fixes, ou autres, ou par des huiles qui en séparent le soufre, en sorte que ce métal se transforme en vis-à-vis argent volatil, fluide, & qui ne peut souffrir le feu. Joachin Becherus assure la même chose, & répond du succès de plusieurs opérations qu'il décrit pour cet effet. (dans les *Collectanea quingentorum experimentorum* à pag. 310. ad pag. 333.) Voici clairement & en peu de mots ce que j'ai appris sur ce sujet, au prix d'un travail très-long & très-ennuyeux.

O P É R A T I O N.

J'ai fait dissoudre de la céruse pure, autant qu'elle a pû se dissoudre, dans l'esprit de nitre affoibli par six fois son poids d'eau; j'ai filtré cette dissolution qui s'est trouvée extrêmement claire; cette liqueur mise dans un vaisseau de verre bien net, épaissie à une chaleur douce, ensuite laissée en repos dans un lieu froid, il s'y est formé des cristaux, dont j'ai pris 14 onces, que j'ai réduits en poudre dans un mortier de verre, & avec un pilon de verre: j'ai fait dissoudre cette poudre dans de l'eau de pluie bien pure, & j'ai affoibli cette dissolution par trois fois autant d'eau de pluie, ensuite j'ai versé lentement & avec précaution une autre dissolution filtrée & bien claire, faite de sel armoniac, dans de l'eau de pluie; le mélange devient blanc comme lait, & le plomb se précipite d'abord, comme il arrive à l'argent dissous dans l'eau-forte, dès qu'on y mêle le sel armoniac; la poudre précipitée au fond, & qui étoit blanche comme neige, étant lavée dans beaucoup d'eau, puis séchée, s'est trouvée fort insipide, & pesoit 18 onces $\frac{1}{2}$: j'ai mis 6 onces de cette poudre blanche & sèche dans un urinal de verre bien net, & j'y ai versé jusqu'à la hauteur de deux doigts, en dessous de cette poudre, d'une lessive très-forte, composée de chaux vive & de cendres gravelées, & que j'ai gardées plusieurs années dans une bouteille bien bouchée; ensuite j'ai couvert l'urinal d'un papier brouillard bien lié tout au tour de son col, & je l'ai placé dans un fourneau de putréfaction à une
 chaleur

chaleur de 96 degrés, où je l'ai laissé depuis le 6 de Février 1732, jusqu'au 13 d'Août de la même année, pour essayer si ce mélange exposé à l'air, seroit changé par cette chaleur de putréfaction; je n'ai trouvé qu'une masse blanche que j'ai réduite en poudre, & qui avoit le goût de sel; je l'ai mise dans une retorte de verre enduite d'un lut composé d'argille & de sable; je l'ai poussée à feu ouvert jusqu'à la faire rougir, & la tenir pendant trois heures en cet état : il est monté un peu de suye blanche dans le col de la retorte, mais point du tout de Mercure, & il est resté dans le fond une matière fragile à demi vitrifiée, de couleur de cendres; je l'ai réduite en poudre de même couleur, que j'ai fait long-temps broyer dans un mortier avec une lessive de sel alkali fixe & de chaux vive; je l'ai fait sécher à feu lent, j'y ai versé de nouvel alkali, & je l'ai exposée à la chaleur de 96 degrés, depuis le 18 Août 1732, jusqu'au 15 Octobre 1733, la broyant tous les jours dans le mortier de verre où elle étoit, qui n'étoit couvert que d'un papier, de sorte que l'air y avoit un libre accès; c'étoit alors une poudre blanche, sèche & âcre: j'y ai de nouveau versé de la même lessive, & je l'ai fait broyer jusqu'à ce qu'elle fût réduite en pâte; je l'ai mise en putréfaction comme ci-dessus, en continuant à la broyer souvent, depuis le susdit jour, jusqu'au 21 Février 1734; c'étoit alors une masse saline, blanche, & d'un goût fort approchant du sel marin: après l'avoir broyée & lavée avec de l'eau, & fait bien sécher très-lentement, j'ai eu une poudre blanche très-insipide; je l'ai mise dans une cornue où je l'ai tenuë pendant quelques heures au plus grand feu que le verre luté peut supporter; le 20 Mai 1734, il n'en est venu aucun Mercure, le col de la retorte étoit peint de diverses couleurs, & la masse friable qui restoit dans le fond, jettoit aussi diverses couleurs disposées par couches, & pesoit 5 onc. 6 gros $\frac{1}{2}$; la poudre où elle fut réduite, en la broyant, étoit de couleur de cendres roussâtres.

S C H O L I E.

Dans cette opération, le plomb étoit d'abord de la céruse,
Mem. 1734. . Zzz

c'est-à-dire, qu'il étoit pénétré & dissous par la vapeur du vinaigre, & réduit en chaux blanche, ensuite réduit en poudre fine. Il a été dissous dans l'esprit de nître affoibli, & est par-là devenu une liqueur très-claire, sans couleur, d'un goût doux, dans laquelle le plomb étoit réduit & divisé en parties extrêmement petites. En troisième lieu, le sel armoniac dissous qu'on y a versé, en chassant l'esprit de nître, y a substitué l'esprit de sel marin, & s'unissant intimement à la partie métallique du plomb, l'a disposé, autant qu'il se peut, à faciliter la séparation du Mercure d'avec la partie métallique, suivant l'opinion de tous ceux qu'on croit avoir le mieux écrit sur ces matières; car ils attribuent sur-tout au sel armoniac & au sel marin, la propriété de séparer le Mercure des métaux. En quatrième lieu, la chaux ainsi préparée & mise en digestion pendant sept mois avec un alkali très-violent, sembloit devoir faire reparoître le Mercure, en absorbant le soufre du plomb: cependant, quoique poussée à grand feu, elle n'a pas donné le moindre Mercure. En cinquième lieu, cette masse broyée long-temps & fortement, & puis mêlée d'un nouvel alkali très-fort, & mise en digestion pendant quatorze mois, n'a donné aucune apparence de Mercure. En sixième lieu, elle a été encore broyée avec de nouvel alkali, & mise en digestion pendant cinq mois, de sorte qu'après toutes ces opérations, elle a été assés exposée à l'action de l'alkali, pour qu'il eût le temps de séparer la partie sulfureuse du plomb, & que le Mercure dégagé de ce soufre, pût être exprimé de cette masse par la force du feu. Cependant, après tout ce travail, le plus grand feu n'a fait paroître aucun Mercure.

Il est donc clair, que ce que les Auteurs avancent hardiment touchant la facilité qu'il y a de tirer le Mercure du plomb, n'est pas confirmé par l'expérience. Or le plomb est, disent ces Auteurs, le métal qui contient le plus de Mercure, & qui se résout le plus facilement en Mercure par les sels ressuscitants. La chose est donc plus difficile dans les autres métaux. Les Auteurs assûrent cependant que cela

peut se faire assés aisément, & ils prescrivent des méthodes peu différentes de celle que je viens de rapporter, & qui, après toute la peine qu'elle m'a causée, m'a fait voir que ce qu'ils m'avoient promis, ne me réussissoit point du tout. Je doute que ces Auteurs ayent été fondés en observation dans leurs assertions sur ce sujet; & je panche beaucoup à croire qu'ils se sont plutôt livrés à leur opinion en cette matière, qu'ils n'ont consulté l'expérience. Tout ce que je viens de rapporter, servira au moins à exempter le lecteur, de la peine & de la dépense de répéter ces observations, & à l'empêcher d'admettre facilement ces prétendus principes de la science des métaux. Il seroit bien à souhaiter que ces Chimistes habiles & laborieux nous eussent raconté fidèlement le résultat des expériences qui ont trompé leur attente, & qu'ils ne nous eussent jamais prescrit d'opérations avant de les avoir faites eux-mêmes, cela nous épargneroit du temps, de la dépense & du travail, & la Chimie pourroit en peu de temps prendre son rang entre les sciences. Par toute autre voye, si je ne me trompe fort, on ne parviendra jamais à la vérité qui est le but de nos recherches.

III.

Isacus Hollandus a écrit que le vis-argent pouvoit facilement se tirer du sel de plomb fait par le moyen du vinaigre distillé : pour en faire l'épreuve, j'ai préparé avec la meilleure litharge & le vinaigre du vin distillé, ce suc concret qu'on appelle *suc de Saturne*; j'en ai calciné 2 onces dans un vaisseau de verre ouvert par un feu doux continué depuis le 6 Juin 1734 jusqu'au 19 Juillet suivant. La poudre blanche qui en est provenüe a été pilée fort fine dans un mortier de verre avec un pilon de verre. Je l'ai fait broyer fort vite & fort long-temps, en y adjoûtant une lessive autant chargée du plus violent sel alkali fixe, que l'eau en a pû dissoudre. Je l'ai gardée dans le même mortier couvert de papier, dans une chaleur continuée depuis le 21 Juillet jusqu'au 27 Novembre. Pendant tout ce temps j'ai toujours eu soin, dès que cette poudre étoit sèche, de la rebroyer,

en y adjointant de nouvelle lessive. Je l'ai tenuë, couverte d'un papier, à une chaleur de 90 degrés, la séchant, l'humectant & la broyant ainsi alternativement pendant tout ce temps-là. Le dernier jour je pilai cette matière sèche & blanche en poudre impalpable, & l'ayant mise dans une cornuë de verre lutée, j'ai poussé le feu par degrés avec précaution, jusqu'à ce que la cornuë fût rougie, & je l'ai tenuë en cet état pendant 4 heures. Il ne parut pas le moindre petit globule de Mercure ni dans le récipient, ni dans le col de la cornuë, dans le fond de laquelle il s'est trouvé une masse très-noire, légère, en forme de poudre d'un goût d'alkali brûlant. Je l'ai mise le 28 Novembre dans un plat de verre à la cave, où elle est d'abord devenuë humide, & je l'y ai laissée jusqu'au 8 Janvier 1735. Cette matière avoit alors augmenté de volume, toute la partie saline s'étant tournée en liquide d'elle-même par le secours de l'humidité de l'air, & la partie métallique étant au fond en forme de poussière noire. J'ai fait sécher le tout ensemble, tant ce qui s'étoit fondu que ce qui ne l'étoit pas, & ce mélange s'est trouvé très-noir. Je l'ai remis encore dans une retorte de verre, & je l'ai poussé à la fin à un feu qui a tenu le tout rouge pendant 4 heures. Il ne parut cette fois non plus que l'autre, pas la moindre marque de Mercure, ni dans le récipient, ni dans la cornuë, dans le fond de laquelle il resta une matière de couleur de cendre d'un goût brûlant comme du feu, qui immédiatement se tournoit en liquide étant exposée à l'air.

Dans cette opération le plomb dissous & ouvert par le vinaigre pur, & disposé de sorte qu'il pût être intimement pénétré par le sel; mêlé & broyé avec un alkali fixe, caustique & liquide; mis en digestion, mis en putréfaction, exposé à un feu violent; dissous par l'humidité de l'air pendant un mois philosophique; derechef pilé, séché, poussé à grand feu, n'a pas produit de Mercure le moins du monde.

Que penser donc de cette matière & de ce qu'en avancent si hardiment des gens crédules, paresseux, ou attachés à la spéculation seule? Ils engagent ceux qui ont plus d'application

au travail que de connoissances, à des travaux inutiles & à des dépenses excessives, & rendent par-là odieux un des plus beaux arts. Les autres peuvent profiter de mes peines & de la dépense que j'ai faite, & s'en servir à épargner les leurs.

IV.

Après m'être assuré par ma propre expérience, que les sels appellés *ressuscitants*, ne peuvent pas tirer, à la manière décrite, le Mercure du plomb; j'ai voulu essayer ce que le vif-argent lui-même pouvoit produire en ce cas; vû sur-tout que les Chimistes appellent ce fluide l'*Eau des métaux*, dans laquelle, disent-ils, ceux-ci meurent, renaissent & sortent plus beaux qu'ils n'étoient auparavant. J'ai fait donc fondre une once de plomb dans une cuilliere de fer bien nette. J'ai fait en même temps chauffer dans une autre cuilliere semblable trois onces de vif-argent pur. J'ai versé ensuite le Mercure chaud sur le plomb fondu; il s'y est mêlé d'abord, & ils se sont formés en masse solide, de couleur d'argent. Je l'ai pilée, & après l'avoir ramollie, je l'ai mise dans un petit matras que j'ai fait chauffer, & l'ayant ensuite bouché d'un bouchon de liege, je l'ai posée dans un fourneau de digestion à une chaleur toujours égale de 84 degrés, depuis le 11 Février 1732, jusqu'au 10 Janvier 1735; c'étoit un amalgame mol, coulant comme du beurre sous le pilon, noircissant d'abord quand on le secouoit, pesant quatre onces justes. Je l'ai mis le même jour dans une cornuë de verre, bien nette, à un feu de sable, & à la fin au feu de suppression, au point que le sable étoit tout rouge, & cela pendant quatre heures; il passa 2 onces 6 gros $\frac{1}{2}$ de Mercure dans le recipient. Il y avoit au fond & au col de la cornuë une poudre rouge formée par le Mercure dans la distillation, il y avoit un peu de vif-argent au col, & il y avoit quelques petits globules de plomb tout pur en forme de poussière, tout cela pesoit ensemble 52 grains. Enfin il y avoit au fond une masse solide de plomb pesant 1 once moins 5 grains, lesquels faisoient la valeur de ces petits globules de plomb en forme

de poussière dont je viens de parler, de sorte qu'il paroît que tout le plomb y restoit, & qu'il s'étoit dissipé 43 grains de Mercure. Ceux qui ont quelque connoissance de ces matières, trouveront facilement la cause de cette dissipation dans les causes mentionnées ci-dessus, sur-tout s'ils considèrent que dans les distillations une partie de ce Mercure reste attachée à la superficie fort étendue d'un grand récipient, & qu'une autre partie demeure en forme de petits nuages sur la superficie de l'eau qu'on doit toujours mettre dans le récipient.

J'ai appris par cette opération que par une digestion du Mercure avec le plomb, continuée pendant près de 3 ans, & par une distillation des plus violentes, on ne peut tirer aucun Mercure du plomb, & qu'on ne peut non plus, par ce moyen, fixer le Mercure en plomb, parce que dans la distillation du Mercure, il y en a toujours une petite quantité qui se change en poudre rouge qui est fixe dans le feu en cette application; mais le poids du plomb est toujours resté le même.

V.

J'ai fait la même opération sur un amalgame fait de 3 onces de vis-argent & 1 once de bon étain, je l'ai mis au même degré de chaleur pendant autant de temps, ensuite je l'ai mis distiller de la même manière dans une cornue de verre par le même feu: voici quel en fut le succès. J'ai retiré du récipient 2 onces 4 gros de Mercure; dans le fond de la retorte il y avoit une poudre dont une partie étoit fine & composée d'une petite quantité de Mercure fixé, & l'autre partie plus grossière étoit noire, composée de très-petits morceaux d'une consistance telle qu'est celle de l'étain. Il y avoit encore un peu de Mercure au bas du col de la retorte: tout cela pesoit ensemble 2 gros 5 grains. Au fond étoit une masse solide d'étain, pesant 1 once 1 gros 9 grains. Le déchet étoit de 46 grains: j'ai déjà donné les raisons de ce déchet.

Il paroît que par cette opération on ne peut point tirer de Mercure de l'étain; mais il y a eu 3 gros 14 grains, c'est-à-dire, plus de la septième partie du Mercure qui s'est uni avec l'étain, & si bien fixé, qu'il n'a pu en être séparé par

un feu qui faisoit rougir le sable, continué pendant 4 heures. Il y a grande liaison entre Jupiter & Mercure, & le Soleil est au milieu des deux. *Nov. Lum. Rem. Tractat. 9.*

V I.

J'ai versé 10 onces de Mercure, après les avoir bien chauffées, sur 2 onces de très-bon étain mis en fusion dans une cuillière de fer bien nette. Je l'ai broyé, le tout en un amalgame uniforme que j'ai mis bien chaud & bien sec dans une bouteille de verre nette & chaude, que j'ai ensuite bien bouchée; je l'ai placé dans une boîte de bois, que j'ai attachée au martinet (pilon) d'un moulin à foulon travaillant continuellement, & là elle a été dans un mouvement presque continuel jour & nuit depuis le 30 Novembre 1732, jusqu'au 9 Janvier 1735. J'ai ôté alors la bouteille qui étoit entière, au fond de laquelle se trouvoit du Mercure coulant, & après un repos de quelques jours, il s'est trouvé au-dessus un amalgame assés dur; le tout pesoit exactement 12 onces. J'ai fait distiller dans la cornuë de verre lutée 11 onces 7 gros de cet amalgame, & cela à feu ouvert poussé vers la fin au point d'entretenir la cornuë toute rouge pendant deux heures. Il n'en est sorti précisément que la même quantité de Mercure qui y avoit été mise, & elle en sortit très-fluide, & il restoit au fond une masse d'étain attachée au verre avec un peu de matière jaune qui étoit comme feuilletée. Cette masse étoit fusible à feu médiocre comme l'étain, & alors la superficie exposée à l'air se peignoit de diverses couleurs. La masse d'étain pesoit 1 once 6 gros $\frac{1}{2}$, & il y avoit encore une petite quantité de la matière jaune dont il vient d'être fait mention.

Il est donc certain qu'à l'aide d'un mouvement continué pendant un aussi long temps, le Mercure ne peut pas dissoudre l'étain, de manière qu'on en puisse tirer du Mercure par une distillation faite à très-grand feu.

S C H O L I E.

Une chose singulière que j'ai remarquée dans ces trois

dernières opérations, c'est que le Mercure séparé du plomb ou de l'étain par la distillation, étoit extrêmement liquide, & qu'en le remuant dans un pot de fayence blanche bien net, il pâlissoit en fort peu de temps la superficie de cette fayence, & y laissoit une petite tache noire fort adhérente. Dès que j'avois nettoyé cette tache en l'essuyant avec du papier bien net & bien sec, il s'en reformoit d'abord une autre, & cela plusieurs fois de suite. Cela m'a fait penser que cela devoit s'attribuer à une partie du métal grasse qui dans la distillation s'élevoit avec le Mercure, & restoit attachée à sa superficie & s'en séparoit alors. Pour m'éclaircir sur ce fait, j'ai répandu ce Mercure sur du papier blanc très-net & très-sec, & il y a laissé une légère trace noire par tout où il a passé; d'ailleurs la superficie de ce Mercure étoit toujours couverte d'une pellicule extrêmement mince & qui paroissoit comme un peu de graisse. Ainsi quoique par des distillations de Mercure souvent répétées, quelques parties des autres métaux pussent bien s'unir avec le Mercure, il ne s'ensuivroit pas que quelques-unes fussent changées en Mercure.

J'avois eu soin de faire la même expérience avec le plomb, & il avoit été exposé au même mouvement pendant le même temps; mais dans le temps que je voulois le faire détacher de ce martinet du moulin, la bouteille fut cassée par malheur, & la matière étant perdue, je ne pûs pousser l'opération à la fin.

Ces expériences peuvent répandre plus de lumière sur la nature du Vif-Argent. J'en ai fait plusieurs autres sur le Mercure & sur les métaux, fort différentes de celles-ci, & qui m'ont coûté beaucoup plus de travail. Je les donnerai au public dès que j'en aurai trouvé le temps.



SUITE

SUITE DES OBSERVATIONS
DU THERMOMETRE,

*Faites à l'Isle de Bourbon par M. COSSIGNY,
Correspondant de l'Académie;*

*Et le Résultat de celles de chaque mois, faites à Paris
pendant l'année 1734, avec un Thermometre pareil
à celui de M. Cossigny.*

Par M. DE REAUMUR.

M. COSSIGNY partit de la rade de l'Orient pour l'Isle de Bourbon le 1.^{er} Janvier 1732, bien pourvû de Thermometres construits sur nos principes. Pendant sa route il fut attentif à observer chaque jour la hauteur où se trouvoit la liqueur du Thermometre aux heures les plus chaudes de l'après-midi. Après son arrivée à l'Isle de Bourbon, il continua ses observations, & il les continua de même à l'Isle de France & à la Baye d'Antongil de l'Isle de Madagascar où il fut obligé d'aller. Il nous envoya en 1733 toutes celles qu'il avoit faites pendant plus de quatorze mois consécutifs; nous les avons rapportées dans les Mémoires de 1733. Le résultat de ces observations est assurément curieux. Il fait voir qu'on peut passer la Ligne, & habiter constamment dans les lieux situés entre les Tropiques, sans avoir à craindre de souffrir des chaleurs plus grandes que celles auxquelles nous sommes exposés à Paris dans certains jours d'été. M. Cossigny a continué ses observations, & nous a envoyé celles qu'il a faites pendant près de douze autres mois à l'Isle de Bourbon, c'est-à-dire, celles qu'il y a faites pendant le mois d'Avril, & tous les autres mois suivans de 1733, & pendant les mois de Janvier, & Février de 1734. Nous croyons faire plaisir au Public en les lui

Mem. 1734.

. A A a a

554 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
communiquant ; il verra que le résultat des premières obser-
vations n'a point été démenti par les suivantes. Afin même
qu'on ait ici une suite d'observations faites pendant douze
mois presque complets, nous reprendrons celles de quelques
jours de Mars 1733, quoiqu'elles aient déjà été imprimées.

*Observations des degrés auxquels s'est trouvée la liqueur
du Thermometre à l'Isle de Bourbon, à deux ou trois
heures après midi, depuis le 4 Mars 1733 jusqu'au
1 de Mars 1734.*

M A R S 1733.

JOURS.	Degrés.
4. à	26.
5.	26 $\frac{1}{2}$.
6.	26 $\frac{1}{2}$.
7.	24 $\frac{1}{2}$.
8.	24 $\frac{1}{3}$.
9.	25 $\frac{1}{2}$.
10.	24.
11.	24 $\frac{1}{2}$.
12.	25.
13.	25.

Ici finissoit la Table des observations du mois de Mars ;
& dans une lettre écrite à la fin du même mois, M. Cossigny
me marquoit que depuis le 13 jusqu'au 26, la hauteur
de la liqueur du Thermometre avoit été entre 26, 27 &
28 degrés.

AVRIL. 1733.		M A I.		J U I N.		J U I L L E T.	
	Thermom.		Thermom.		Thermom.		Thermom.
Jours.	Degrés.	Jours.	Degrés.	Jours.	Degrés.	Jours.	Degrés.
1	27	1	25 $\frac{1}{2}$	1	24 $\frac{1}{2}$	1	22
2	26 $\frac{1}{2}$	2	26	2	24 $\frac{1}{2}$	2	22
3	26	3	25 $\frac{1}{2}$	3	24	3	23
4	27	4	25 $\frac{1}{2}$	4	23 $\frac{2}{3}$	4	22
5	26	5	25 $\frac{1}{2}$	5	23 $\frac{2}{3}$	5	22
6	27	6	24	6	24	6	21 $\frac{1}{2}$
7	26	7	23	7	23	7	21 $\frac{1}{2}$
8	26	8	23	8	22 $\frac{3}{4}$	8	22
9	26	9	23	9	22 $\frac{1}{3}$	9	23 $\frac{1}{3}$
10	26	10	23	10	22	10	22 $\frac{1}{2}$
11	25	11	22 $\frac{3}{4}$	11	22	11	22 $\frac{1}{2}$
12	25	12	22 $\frac{3}{4}$	12	23	12	23
13	23	13	22 $\frac{1}{2}$	13	23 $\frac{1}{2}$	13	22 $\frac{1}{2}$
14	25	14	22 $\frac{1}{2}$	14	23 $\frac{1}{2}$	14	22
15	25	15	24	15	23 $\frac{1}{2}$	15	22
16	25	16	25	16	23 $\frac{1}{2}$	16	23
17	25	17	24	17	22 $\frac{2}{3}$	17	23 $\frac{3}{4}$
18	27 $\frac{1}{2}$	18	23	18	22 $\frac{2}{3}$	18	23 $\frac{3}{4}$
19	26 $\frac{1}{3}$	19	25 $\frac{1}{3}$	19	22 $\frac{2}{3}$	19	23
20	25 $\frac{1}{2}$	20	24 $\frac{1}{2}$	20	22 $\frac{1}{2}$	20	21
21	26	21	23 $\frac{2}{3}$	21	22 $\frac{1}{2}$	21	21 $\frac{1}{2}$
22	25 $\frac{1}{2}$	22	24 $\frac{1}{3}$	22	23	22	23 $\frac{1}{2}$
23	25	23	23 $\frac{2}{3}$	23	23	23	22 $\frac{1}{2}$
24	24 $\frac{1}{2}$	24	24 $\frac{1}{2}$	24	21	24	22
25	26	25	25	25	21 $\frac{2}{3}$	25	22
26	25 $\frac{1}{2}$	26	25	26	21	26	20 $\frac{1}{2}$
27	24 $\frac{3}{4}$	27	25	27	21 $\frac{1}{2}$	27	22
28	26	28	25	28	21 $\frac{1}{2}$	28	22
29	25 $\frac{3}{4}$	29	24	29	21 $\frac{1}{2}$	29	22 $\frac{1}{2}$
30	25 $\frac{3}{4}$	30	24	30	22 $\frac{2}{3}$	30	22 $\frac{1}{2}$
		31	24 $\frac{1}{2}$			31	22 $\frac{1}{2}$

A O U S T 1733.		SEPTEMBRE.		OCTOBRE.		NOVEMBRE.	
	Thermom.		Thermom.		Thermom.		Thermom.
Jours.	Degrés.	Jours.	Degrés.	Jours.	Degrés.	Jours.	Degrés.
1	20 $\frac{1}{2}$	1	21 $\frac{3}{4}$	1	22	1	22
2	21 $\frac{1}{2}$	2	21 $\frac{1}{2}$	2	23	2	25
3	21 $\frac{1}{2}$	3	22	3	23	3	25
4	20 $\frac{1}{2}$	4	21 $\frac{1}{2}$	4	22 $\frac{1}{2}$	4	25
5	21	5	21 $\frac{1}{2}$	5	22	5	24 $\frac{3}{4}$
6	20 $\frac{1}{2}$	6	21	6	21	6	24 $\frac{3}{4}$
7	22 $\frac{1}{4}$	7	21	7	22	7	24 $\frac{3}{4}$
8	20 $\frac{1}{2}$	8	22	8	21 $\frac{1}{2}$	8	24 $\frac{3}{4}$
9	21 $\frac{1}{3}$	9	22	9	22	9	24
10	21 $\frac{1}{2}$	10	21 $\frac{1}{3}$	10	22 $\frac{1}{2}$	10	24
11	21	11	22	11	21	11	23 $\frac{2}{3}$
12	21	12	22	12	20 $\frac{1}{2}$	12	24
13	21	13	21	13	21 $\frac{1}{2}$	13	24 $\frac{1}{2}$
14	20	14	22	14	21 $\frac{1}{3}$	14	25
15	20 $\frac{1}{2}$	15	22	15	21	15	23
16	21	16	23	16	21 $\frac{1}{3}$	16	24
17	21 $\frac{1}{2}$	17	23	17	22 $\frac{2}{3}$	17	25 $\frac{1}{3}$
18	21	18	22 $\frac{2}{3}$	18	22	18	25
19	22	19	22 $\frac{2}{3}$	19	22	19	23 $\frac{1}{3}$
20	22	20	22	20	22	20	22
21	22	21	22	21	23	21	20 $\frac{1}{2}$
22	20	22	22	22	23 $\frac{1}{2}$	22	23
23	20	23	22 $\frac{1}{2}$	23	22	23	24 $\frac{1}{2}$
24	20 $\frac{1}{2}$	24	22	24	23	24	24 $\frac{1}{2}$
25	21	25	23	25	25	25	24 $\frac{1}{2}$
26	21	26	22 $\frac{1}{2}$	26	26	26	22
27	21 $\frac{1}{3}$	27	21 $\frac{1}{2}$	27	23 $\frac{1}{2}$	27	22
28	25	28	22	28	23 $\frac{2}{3}$	28	21
29	23	29	23	29	22 $\frac{1}{2}$	29	23
30	21 $\frac{1}{2}$	30	22 $\frac{1}{3}$	30	23	30	23
31	22			31	21 $\frac{1}{2}$		

DECEMBRE 1733.		JANVIER 1734.		FÉVRIER.	
	Thermom.		Thermom.		Thermom.
Jours.	Degrés.	Jours.	Degrés.	Jours.	Degrés.
1	23	1	24	1	25 $\frac{1}{2}$
2	24 $\frac{1}{2}$	2	25	2	26
3	25	3	26	3	26
4	24 $\frac{3}{4}$	4	26 $\frac{1}{2}$	4	25 $\frac{1}{2}$
5	24 $\frac{1}{2}$	5	26	5	26
6	26	6	25	6	25
7	27	7	25 $\frac{1}{2}$	7	25
8	27	8	25 $\frac{1}{2}$	8	24 $\frac{1}{2}$
9	26	9	27	9	27
10	25	10	26 $\frac{1}{2}$	10	27
11	23 $\frac{1}{2}$	11	24 $\frac{1}{2}$	11	27
12	23	12	22 $\frac{1}{2}$	12	27
13	24	13	22 $\frac{1}{2}$	13	27
14	25	14	23	14	27
15	25	15	23	15	27
16	25 $\frac{1}{2}$	16	23 $\frac{1}{2}$	16	25
17	26	17	24 $\frac{1}{2}$	17	24 $\frac{3}{4}$
18	25 $\frac{1}{2}$	18	25	18	24 $\frac{3}{4}$
19	25 $\frac{1}{2}$	19	25	19	26
20	25 $\frac{1}{2}$	20	25 $\frac{1}{2}$	20	26 $\frac{1}{2}$
21	24	21	25	21	23
22	22	22	26	22	26
23	23	23	27	23	26
24	23	24	28	24	26
25	25 $\frac{1}{2}$	25	27	25	25 $\frac{1}{2}$
26	25 $\frac{1}{2}$	26	23 $\frac{1}{2}$	26	25 $\frac{1}{2}$
27	25	27	23	27	25 $\frac{1}{2}$
28	24 $\frac{3}{4}$	28	23	28	25
29	24 $\frac{1}{2}$	29	25		
30	24 $\frac{1}{2}$	30	24		
31	24 $\frac{1}{2}$	31	24 $\frac{1}{2}$		

558 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Si nous prenons dans les Tables précédentes de chaque mois les jours où la liqueur du Thermometre a monté le plus haut, & ceux où elle s'est tenu le plus bas après midi, nous trouverons ce qui suit.

J O U R S.	Plus grande chaleur.	J O U R S.	Moindre chaleur.
M A R S 1733.			
Les derniers jours du mois à 28 ^d .		Le 10. à.....	24 ^d .
A V R I L.			
Le 18. à.....	27 ^d $\frac{1}{2}$.	Le 13. à.....	23 ^d .
M A I.			
Le 21. à.....	26 ^d .	Le 13. à.....	22 ^d $\frac{1}{2}$.
J U I N.			
Le 1. à.....	24 ^d $\frac{1}{2}$.	Les 24. & 26. à.....	21 ^d .
J U I L L E T.			
Le 17. à.....	23 ^d $\frac{3}{4}$.	Le 26. à.....	20 ^d $\frac{1}{2}$.
A O U S T.			
Le 28. à.....	25 ^d .	Les 14. 22. & 23. à...	20 ^d .
S E P T E M B R E.			
Les 16. 17. 25. & 29. à 23 ^d .		Les 6. 7. & 13. à....	21 ^d .
O C T O B R E.			
Le 26. à.....	26 ^d .	Les 6. 11. & 15. à....	21 ^d .
N O V E M B R E.			
Le 17. à.....	25 ^d $\frac{1}{2}$.	Le 21. à.....	20 ^d $\frac{1}{2}$.
D E C E M B R E.			
Le 7. à.....	27 ^d .	Le 22. à.....	22 ^d .
J A N V I E R 1734.			
Le 24. à.....	28 ^d .	Les 12. & 13. à.....	22 ^d $\frac{1}{2}$.
F E V R I E R.			
Depuis le 9. jusqu'au 16. à 27 ^d .		Le 21. à.....	23 ^d .

La plus grande chaleur qui se soit fait ressentir à l'Isle de Bourbon, pendant douze mois consécutifs, a donc été marquée par 28 degrés de hauteur de la liqueur du Thermometre,

& la liqueur n'est montée à ce terme que le 28 Janvier & les derniers jours de Mars. Dans les après-midi les moins chaudes, qui ont été celles des 14, 22 & 23 Août, la liqueur s'est tenuë à 20 degrés. La différence entre la chaleur de l'après-midi la plus chaude de ces douze mois, & celle de l'après-midi la moins chaude n'a donc été que de 8 degrés. Nous sommes sujets dans nos climats à des inégalités bien plus considérables. Pour en être convaincu, on n'a qu'à consulter la Table des plus grands chauds & des plus grands froids de chaque mois de l'année 1734, qu'on trouvera ci-après. Quoique cette année ne nous ait fait ressentir ni froid ni chaud excessif, on verra que le 24 Juin la liqueur du Thermometre s'est élevée à 27 degrés $\frac{1}{2}$ à 3 heures après-midi, & que le 22 Janvier à pareille heure, elle étoit à 2 degrés au-dessous de la congélation : ainsi, à Paris, la différence entre la chaleur de l'air de deux après-midi a été exprimée par plus de 29 degrés. Dans d'autres années on trouvera cette différence de 32 degrés & plus, & elle n'est à l'Isle de Bourbon que de 8 degrés. Les voyageurs se réunissent pour vanter la salubrité de l'air de cette Isle. Il la doit peut-être en grande partie à ce que sa température ne varie pas aussi considérablement que celle du nôtre.

La différence qui est entre notre position & celle de l'Isle de Bourbon, nous montre assés que d'un Solstice à l'autre, nous devons être sujets à des variétés de chaud & de froid qu'on n'éprouve pas dans cette Isle. On ne voit pas de même pourquoi nous sommes sujets à des inégalités de chaleur beaucoup plus grandes dans le même mois, & dans les mois même où le Soleil est presque stationnaire, où nous sommes sujets à des variétés auxquelles l'éloignement ou l'approche du Soleil n'ont aucune part. Nous trouverons, par exemple, dans la Table suivante, que dès le 18 Mai la liqueur s'est élevée à 3 heures après-midi à 26 degrés, & que le 26 du même mois à 2 heures après-midi la liqueur n'étoit qu'à 10 degrés; ainsi le 26 la liqueur étoit à 16 degrés plus bas qu'elle n'avoit été le 18 à pareille heure.

Dans 8 jours de temps on a une différence de chaleur exprimée par un nombre de degrés, double de celui qui exprime la variation de chaleur trouvée dans l'Isle de Bourbon pendant le cours de 12 mois, à de pareilles heures, & triple ou quadruple de la variation d'un mois dans la même Isle. Les mois de Juin, de Juillet & d'Août nous fournissent dans d'autres années de ces variétés & de plus grandes. On trouvera celles que nous avons eues en 1734 dans la Table suivante. On y marque le jour de chaque mois où la liqueur est descenduë le plus bas le matin; le jour de chaque mois où la liqueur a été le plus bas l'après-midi; le jour de chaque mois où la liqueur a été le plus haut le matin; & le jour de chaque mois où la liqueur s'est le plus élevée après midi. Pendant les mois de Septembre & d'Octobre j'ai été en Poitou, ou en route pour y aller & pour en revenir, & j'ai marqué les endroits où les observations ont été faites; les autres observations ont été faites, rue S.^t Thomas du Louvre, à l'hôtel d'Uzès, avec un Thermometre exposé au Nord à l'air extérieur, ou à Charenton. Les degrés qui se trouvent au-dessus de ce trait —, sont au-dessus de la congélation, & ceux qui sont au-dessous, sont au-dessous de la congélation.

*Observations des plus grands Froids & des plus grands
Chauds de chaque mois, pendant l'année 1734,
aux heures marquées dans les Tables.*

Plus grand froid du matin.	Plus grand froid de l'après-midi.	Plus grand chaud du matin.	Plus grand chaud de l'après-midi.
J A N V I E R 1734.			
23. à 7 ^h $\frac{1}{2}$ à 6 ^d $\frac{1}{2}$	22. à 3 ^h à 2 ^d	4. à 6 ^h à 10 ^d $\frac{3}{4}$	3. à 7 ^h à 10 ^d $\frac{1}{2}$
F E V R I E R.			
5. à 7 ^h à 0 ^d $\frac{1}{3}$	5. à 3 ^h à 1 ^d $\frac{1}{2}$	28. à 7 ^h à 7 ^d $\frac{1}{2}$	16. à 3 ^h $\frac{1}{2}$ à 10 ^d $\frac{1}{2}$
M A R S.			
5. à 6 ^h $\frac{1}{2}$ à 1 ^d $\frac{1}{3}$	5. à 3 ^h à 6 ^d $\frac{1}{4}$	18. à 6 ^h à 11 ^d	15. à 3 ^h à 16 ^d

Plus

Plus grand froid du matin.	Plus grand froid de l'après-midi.	Plus grand chaud du matin.	Plus grand chaud de l'après-midi.
AVRIL 1734.			
9. à $6^h \frac{1}{2}$ à $4^d \frac{1}{2}$	28. à $3^h \frac{1}{2}$ à 10^d	3. à $6^h \frac{1}{2}$ à 11^d	24. à $3^h \frac{1}{2}$ à $19^d \frac{1}{2}$
M A I.			
26. } à $6^h \frac{1}{2}$ à $4^d \frac{1}{2}$ 27. }	26. à 2^h à 10^d	19. à 6^h à 17^d	18. à 3^h à 26^d
J U I N.			
7. } à 6^h à 10^d 8. }	11. à 2^h à 16^d	25. à $5^h \frac{1}{2}$ à $17^d \frac{2}{3}$	24. à $2^h \frac{1}{2}$ à $27^d \frac{1}{3}$
J U I L L E T.			
16. à 6^h à $11^d \frac{1}{2}$	18. à 3^h à 12^d	8. à 6^h à $16^d \frac{2}{3}$	8. à 3^h à $24^d \frac{1}{3}$
A O U S T.			
12. à 6^h à $10^d \frac{2}{3}$	27. à 3^h à 17^d	24. à 6^h à $16^d \frac{2}{3}$	19. } à 3^h à 23^d 20. }
S E P T E M B R E.			
A Reaumur. 23. à $6^h \frac{1}{2}$ à 5^d	A Reaumur. 25. à 3^h à $2^d \frac{1}{3}$	A Amboise. 10. à $5^h \frac{1}{2}$ à $16^d \frac{1}{4}$	A Saint-Dié. 8. à 3^h à $27^d \frac{1}{3}$
O C T O B R E.			
A Etampes. 29. à 6^h à 1^d	30. } à 3^h à 5^d 31. }	3. à 6^h à 13^d	A Reaumur. 9. à 3^h à 14^d
N O V E M B R E.			
30. à $6^h \frac{1}{2}$ à $5^d \frac{2}{3}$	29. à $2^h \frac{1}{2}$ à $1^d \frac{1}{2}$	5. à $6^h \frac{1}{2}$ à $8^d \frac{1}{2}$	5. } à $2^h \frac{1}{2}$ à 10^d 12. }
D E C E M B R E.			
10. à 7^h à 6^d	11. à $2^h \frac{1}{2}$ à 1^d	5. à $6^h \frac{1}{2}$ à 8^d	30. à $2^h \frac{1}{2}$ à $8^d \frac{1}{3}$

Cette Table nous apprend que le 4 Janvier à 6 heures du matin, la liqueur du Thermometre étoit à $10 \text{ deg. } \frac{3}{4}$ au-dessus de la congélation, & que le 26 du mois de Mai à 2 heures après midi, elle n'étoit qu'à 10 degrés . Il faisoit donc plus

Mem. 1734.

. B B b b

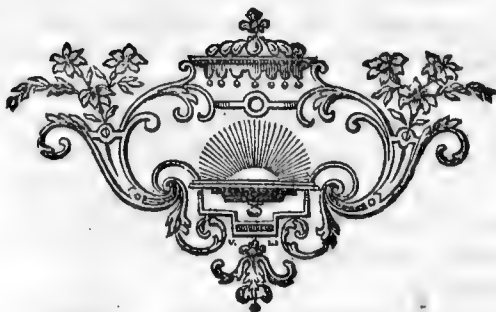
chaud le 4 Janvier à 6 heures du matin que le 26 Mai à 2 heures après midi; cependant dès le 18 Mai, la liqueur s'étoit élevée l'après-midi à 26 degrés, ce qui marque un degré de chaleur de nos jours d'été très-chauds.

Le 24 Juin est de tous les jours de cette année celui où nous avons observé la liqueur plus haut, après midi elle s'éleva à 27 degrés $\frac{1}{2}$. Les observations rapportées par M. Maraldi donnent le 8 Septembre pour le jour le plus chaud, & nous l'eussions apparemment trouvé tel si nous eussions été à Paris. La liqueur de l'ancien Thermometre de l'Observatoire y monta à 75 degrés; j'étois ce jour-là à Saint-Dié près de Blois. La liqueur de notre Thermometre posé en dehors d'une fenêtre tournée vers le Nord, ne monta qu'à 27 degrés; mais la différence des positions d'un Thermometre, peut donner de plus grandes différences que celles d'un demi-degré, ou même d'un degré. J'ai souvent observé que dans une chambre d'une grandeur médiocre, la liqueur du Thermometre placé à côté de la cheminée, étoit constamment élevée de 3 degrés de plus que celle du Thermometre qui étoit placé vers le milieu de cette chambre.

Notre Table nous donne le plus grand froid le 23 Janvier à 7 heures $\frac{1}{2}$ à 6 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessous de la congélation. Le 10 Décembre à pareille heure à peu-près, nous avons eu la liqueur à 6 degrés au-dessous de la congélation, & ce dernier jour est celui qui a été trouvé le plus froid à l'Observatoire.

Le 5 Septembre j'étois en route vers les cinq heures après midi, la liqueur de deux Thermometres qui étoient dans ma Breline, étoit à 25 degrés; nous étions quatre dans la même Breline à qui ce degré de chaleur étoit très-incommode. Je voulus voir quel étoit alors le degré de chaleur de ma peau, & deux autres personnes eurent la même curiosité pour avoir celui de la leur. Nous appliquâmes les boules des Thermometres immédiatement contre notre peau au-dessous de la poitrine, nous les recouvriâmes autant qu'il étoit possible, pour que l'air extérieur fit sur elles peu d'impression.

La chaleur de nos peaux se trouva à peu-près la même; elle ne put faire monter la liqueur à plus de 32 degrés, & celle d'un de nous trois ne la fit monter qu'à 31 $\frac{1}{2}$. J'ai rapporté ailleurs que j'avois fait une épreuve semblable pendant l'hiver étant auprès de mon feu où l'air étoit tempéré. La chaleur de ma peau fit alors monter la liqueur du Thermometre à 32 degrés comme dans l'expérience précédente. Nous pouvions donc être dans un air dont nous avons peine à supporter la chaleur, & dans un air dont nous aimons la température, sans que notre peau ait réellement un plus grand degré de chaleur dans l'une que dans l'autre de ces circonstances.



OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES

FAITES A UTRECHT,

PENDANT L'ANNEE M. DCCXXXIV,

Extraites d'une Lettre de M. MUSSCHEMBROEK.

Par M. DU FAY.

M. MUSSCHEMBROEK Professeur de Mathématiques à Utrecht, & Correspondant de l'Académie, qui fait depuis plusieurs années les observations Météorologiques en cette ville, avec toute l'attention & toute l'exactitude qu'on peut attendre d'un homme aussi versé qu'il l'est dans toutes les parties de Physique & de Mathématique, m'a envoyé celles de l'année 1734; M. de Mairan à qui j'ai communiqué cette Lettre, en a extrait ce qui concernoit les Aurores Boréales, & en a rendu compte à l'Académie; j'ai fait la même chose pour ce qui regarde les Parhélies, Halos, ou Parasélènes, & on trouvera dans les Mémoires de l'année prochaine, plusieurs observations que j'ai faites ou recueillies sur cette matière, parmi lesquelles sont celles de M. Musschembroek. Je vais maintenant faire un extrait de ses autres observations qui n'ont pû trouver place dans ces deux Mémoires.

La plus grande hauteur du Barometre fut à Utrecht le 22 Janvier, elle fut de 29 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$, mesure du Rhin, ce qui revient à 28 pouces 10 lignes $\frac{1}{4}$, ou environ, de notre mesure. M. Musschembroek n'avoit point encore vû le mercure monter aussi haut, le vent étoit au Nord, & ce qu'il y eut de singulier, c'est que le lendemain le Ciel fut couvert, & il dégeloit un peu; cependant le mercure ne baissa que d'une demi-ligne, & demeura encore le jour suivant à la même hauteur. Ce fut le 25 Décembre à midi qu'il fut le

plus bas, il n'étoit qu'à 27 pouces 8 lignes, ou 26 pouces 8 lignes $\frac{1}{4}$ de notre mesure. Ce jour-là fut mémorable par une tempête qui fit périr un très-grand nombre de Bâtimens, tant sur les côtes de Hollande que sur celles d'Angleterre. Le plus grand froid a été le 22 Janvier sur le soir, le même jour auquel le Barometre avoit aussi été le plus élevé; le Thermometre de Fahrenheit étoit à 22 deg. ce qui répond à 5 degrés au-dessous du terme de la congélation du Thermometre de M. de Reaumur; & le plus grand chaud a été le 19 Mai & le 9 Juillet, le Thermometre de Fahrenheit ayant monté ces deux jours-là au 82.^{me} degré, ce qui revient au 23 $\frac{1}{2}$ de celui de M. de Reaumur. Il y eut le 5 Juillet une pluie prodigieuse; car depuis 11 heures du matin jusqu'à minuit il tomba 47 lignes $\frac{1}{2}$ d'eau, & cependant il y eut une interruption assez considérable depuis le commencement jusqu'à 2 heures après midi; cette pluie fut accompagnée d'un tonnerre peu considérable qui dura depuis 3 heures $\frac{1}{2}$ jusqu'au soir.

La quantité d'eau de pluie tombée à Utrecht en 1734, a été de 35 pouces 11 lignes $\frac{7}{9}$, ou 34 pouces 9 lignes de notre mesure, ce qui seroit beaucoup plus pour Paris que ce n'est pour Utrecht, car on y compte l'année moyenne de 24 pouces du Rhin, ou de 23 pouces 10 lignes du pied de Roi. La somme de l'évaporation pendant toute l'année a été de 25 pouces 3 lignes, ce qui fait 24 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$, mesure de France.

M. Musschembroek fait avec un soin très-particulier les observations de l'inclinaison & de la déclinaison de l'aiguille aimantée, & il a trouvé qu'il y avoit quelquefois d'un jour à l'autre des changements assez considérables; les aiguilles dont il se sert, sont très-grandes, & elles demeurent toujours dans la même position sur des appuis très-solides, & desquels il a eu soin d'éloigner tous les corps métalliques qui pouvoient apporter quelque dérangement aux observations; la déclinaison a varié dans le cours de cette année depuis 12^d 55'

566 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 jusqu'à 14^d , & en général les plus grandes déclinaisons ont
 été pendant les mois de Juillet, Août & Septembre, mais
 cette regle n'a pas été sans exception : l'inclinaison de l'ai-
 guille aimantée a varié depuis $71^d 10'$ jusqu'à $77^d 30'$, elle
 a demeuré pendant plusieurs jours à cette déclinaison au mois
 de Novembre pendant une gelée assés forte, mais les autres
 changements sont arrivés dans toutes les températures indif-
 féremment, si ce n'est qu'après avoir été presque toujours
 croissante depuis le milieu de Juillet jusqu'au milieu de No-
 vembre, elle a décrû ensuite jusqu'à la fin de l'année, où elle
 n'étoit que de $73^d 35'$.



JOURNAL D'OBSERVATIONS
DES AURORES BOREALES,

Qui ont été vûes à Paris ou aux environs, à Utrecht,
& à Petersbourg, dans le cours de l'année 1734.

Avec quelques Observations de la Lumière Zodiacale.

Par M. DE MAIRAN.

JE remarquai l'année dernière, en finissant un pareil Journal, qu'elle avoit été moins féconde en grandes Aurores Boréales que la précédente 1732, & 1732 moins encore que l'année 1731. Il n'en étoit pas tout-à-fait de même à l'égard de la fréquence absolue du Phénomene pris indifféremment dans toutes ses apparitions plus ou moins marquées; car il avoit paru plus souvent en 1732 qu'en 1731. Mais sa diminution tant de fréquence, que de grandeur & de régularité, a été beaucoup plus sensible cette année 1734, que dans aucune de celles dont je viens de parler. Ce qui doit sans doute être attribué en partie au mauvais temps, & à plusieurs nuits sombres qu'il a fait cette Automne, c'est-à-dire, dans la saison de l'année où les Aurores Boréales sont communément les plus fréquentes, les plus grandes, & les plus régulières. 10 Decemb.
1734.

Janvier. Je n'ai observé le Phénomene dans tout ce mois, que le 8, quoiqu'il s'y soit passé peu de soirées sans que j'y aye fait attention; il étoit informe, & répandu par gros flocons de matière lumineuse en divers endroits du Ciel, le Nord en étant cependant beaucoup plus chargé que tout le reste. Je l'avois apperçu dès 6 heures $\frac{1}{2}$ du soir, malgré le temps sombre qu'il avoit fait toute la journée, & qui duroit encore. Il est vrai que la Lune qui avoit 4 jours, & qui étoit sur l'horison, pouvoit rendre ces apparences équivoques; mais

568 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
à 8^h $\frac{3}{4}$, & après le coucher de la Lune, l'Aurore Boréale n'étoit plus douteuse; elle me fut bientôt dérobée par quantité de nuages obscurs.

J'ai appris par des personnes qui étoient sur pied à 4 heures du matin, le jour des Rois, qu'ils avoient vû vers le Nord, & le Nord-Ouest, une grande clarté, comme si le jour alloit paroître. C'étoit, selon toute apparence, un reste de l'Aurore Boréale de la veille (le 5), laquelle n'avoit pu se montrer à cause du temps sombre; car ce n'étoit ni l'heure, ni le lieu de la Lumière Zodiacale, & il n'y avoit point de Lune.

J'ai appris aussi par deux Lettres de M. *Bouillet*, que le 9, après le coucher du Soleil, on avoit vû à Servian, gros village à 2 ou 3 lieuës de Béziers, une bande de lumière rougeâtre qui s'élevoit au-dessus de l'horison, à peu-près à l'endroit du coucher. C'étoit, sans doute, la Lumière Zodiacale; mais comme cette lumière ne se terminoit nullement en pointe, qu'elle montoit fort haut, & qu'elle dura assés avant dans la nuit sous cette forme, il y a grande apparence aussi que la matière de l'Aurore Boréale s'y mêla, comme il arrive souvent, & sous l'apparence d'une de ces bandes Zodiacales dont nous avons parlé plusieurs fois dans les observations des années précédentes.

Du reste, je n'ai vû la Lumière Zodiacale qu'une ou deux fois dans tout ce mois, quoique j'y aye été attentif, & qu'il ait fait plusieurs belles soirées très-propres à la faire paroître.

Février. Le 3, le temps ayant été couvert après le coucher du Soleil, & long-temps après, j'ai été averti à 11 heures qu'il paroissoit une Aurore Boréale, & je l'ai trouvée en effet très-bien formée, clair-céladon, horizontale, & déclinant beaucoup vers l'Occident: elle s'étendoit depuis l'Ouest jusqu'au Nord-Est; le Ciel étoit serein dans toute cette partie, & les Etoiles y brilloient. La plus grande clarté du Phénomène, &, comme je le présume, son milieu répondoit au-dessous & entre le triangle de Cassiopée & les Etoiles du Dragon, dont plusieurs se trouvoient alors disposées verticalement.

verticalement. Quelques minutes après elle a été coupée par une bande noire horizontale, de 2 ou 3 degrés de largeur, élevée de 5 à 6, & le Ciel s'est bientôt couvert de brouillards ou de matière fumeuse & opaque; j'ai cru y appercevoir quelques rayons à la jambe orientale de l'arc vers les $11^h \frac{1}{4}$, mais tout cela a disparu, ou a été obscurci dans un instant.

Le 18, j'ai vû dans le Ciel, peu de temps après le coucher du Soleil, de ces bandes blancheâtres, concourantes vers les deux points opposés, en forme de côtes de melon, dont j'ai parlé plus d'une fois dans les observations des deux années précédentes, & qui m'ont paru tenir quelque chose de la matière de l'Aurore Boréale, ou l'annoncer comme prochaine.

Le 21, la Lumière Zodiacale a paru fort grande vers les $7^h \frac{1}{2}$ du soir.

Le 22, il y a eu une Aurore Boréale, tranquille, basse, mais assés bien terminée. Je ne l'ai observée que sur ses fins, ou pendant que des nuages l'offusquoient, vers les $8^h \frac{1}{2}$ du soir; mais M. *Godin* qui l'a vûe à $7^h \frac{3}{4}$, m'en a donné une note, d'où je recueille qu'il y avoit un segment obscur, & par-dessus un arc lumineux très-brillant; que la corde de cet arc mesurée sur l'horison étoit de 104 degrés, & que son milieu, qui s'élevoit à plus de 10 degrés, déclinait du Nord vers l'Ouest de 14 degrés. La luisante de la queue du Cigne étoit à cette heure sur le bord de l'arc lumineux, dont la largeur étoit d'environ $1^d \frac{1}{2}$; mais cette Étoile déclinait vers l'Ouest par rapport au sommet de l'arc. Le même Phénomene a été observé à Bayeux par M. l'Abbé *Outhier*, avec quelques différences que la situation, l'heure & d'autres circonstances peuvent avoir occasionnées.

Le 26, malgré un Ciel fort couvert, & par un vent de Sud qui tenoit de la tempête, il y a eu vers les $8^h \frac{3}{4}$ du soir, des signes fort marqués de l'Aurore Boréale, des traînées de lumière blanches, des nuages rougeâtres que je ne sçauois attribuer à aucune autre cause.

Mars. Le 8 de ce mois, par un temps fort semblable à celui du 26 Février, & le Barometre se trouvant plus bas

570 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
que je ne l'avois vû depuis long-temps, sçavoir à 26 pouces
9 lignes, j'ai vû l'Aurore Boréale, qui a été aussi remarquée
à 9^h par M. *Grand-Jean*, & quelque temps après par M.
Godin.

Le 28, le 30 & le 31, la Lumière Zodiacale, ou l'Aurore Boréale, ou peut-être les deux ensemble ont paru; car il m'a été difficile de les bien distinguer: cependant je présume qu'il y a eu certainement beaucoup de matière Boréale le 31.

Le 11 & le 14, la Lune a été environnée d'une couronne ou *Halo*, que je juge avoir été du nombre de celles qui ont 44 à 45 degrés de diametre.

Avril. L'Aurore Boréale s'est souvent montrée dans ce mois: elle a été bien décidée le 5, le 7 & le 8; douteuse ou peu marquée le 2, le 4, le 9 & le 10: mais cette dernière n'a pas été peu marquée en *Italie*.

Celle du 8 a été ici la plus forte: elle avoit des jets de lumière, & paroïssoit avec la Lune qui avoit quatre jours. Je juge qu'elle pouvoit avoir commencé vers les 8 heures. La journée avoit été froide; le Soleil y avoit souvent été caché par les nuages, avec de la pluie & de la grêle. A 8^h $\frac{3}{4}$, il y avoit sous l'Étoile Polaire une si grande clarté rougeâtre, & si semblable à l'effet d'un grand feu allumé derrière des murs qui le cacheroient, que me trouvant alors dans les rues, j'ai été obligé de monter chés moi, & de voir cette partie du Ciel à découvert, pour me convaincre que c'étoient les approches d'une grande Aurore Boréale, dont je voyois déjà çà & là divers rayons qui partoient de plusieurs nuages fumeux répandus du côté du Nord. A 9^h l'arc étoit formé, mais assés mal terminé, fort large, d'environ 4 à 5 degrés, de couleur céladon fort beau & fort vif. Je n'ai pû bien distinguer le pied occidental de cet arc, ni l'extrémité du segment obscur qu'il bordoit, à cause de la clarté de la Lune qui étoit au-dessus, & de plusieurs nuages vrais ou apparents qui s'y mêloient; mais l'extrémité opposée de ce segment vers l'Est, passoit 2 ou 3 degrés au-delà du vertical de

l'Etoile α de la Lyre vers le Midi, c'est-à-dire, 47 ou 48 degrés d'amplitude orientale; de sorte que comptant l'occidentale à environ 85 ou 86, à peu-près sous le vertical de la Lune, on aura 132 ou 133 degrés pour la corde horizontale du segment, & sa déclinaison de 18 à 20 degrés. Comme il étoit mal terminé, je n'ai pû juger de la hauteur de son sommet qu'imparfaitement, de 12 à 15 degrés. Il y a eu encore quelques jets après 9^h ou 9^h $\frac{1}{4}$, presque toujours mêlés de matière fumeuse, la clarté dominante tirant vers le citrin céladon. Le Phénomene a toujours été ensuite en diminuant de vivacité & de hauteur, & à 11 heures on ne voyoit plus qu'une petite clarté blancheâtre vers cette partie du Ciel.

Les circonstances du temps ne m'ont pas permis d'observer le Phénomene du 10. Je vis seulement du côté de l'Est vers les 9 heures, une assez grande clarté dont la présence de la Lune me rendoit la cause douteuse, parce que du côté opposé où elle étoit, & où le Ciel se trouvoit plus découvert, cet Astre dardoit sa lumière sur la plupart des nuages, ou sur des pelotons de matière fumeuse & boréale qui étoient parsemés dans tout le reste du Ciel. Mais j'ai été bien dédommagé de ces obstacles par l'exakte description que M. *Manfredi* m'a envoyée de ce qu'il avoit vû à Bologne le même jour & à la même heure. Il observa, sans doute, par un temps très-favorable, puisqu'à compter depuis 8^h $\frac{3}{4}$ qu'il commença d'appercevoir le Phénomene, jusqu'à minuit, il en remarqua toutes les apparences presque à chaque minute. Je garde précieusement ce détail pour m'en servir dans l'occasion, & je me contente d'en transcrire ici ce qu'il contient de plus essentiel par rapport au plan que je me suis fait dans ce Journal.

Le Phénomene consistoit d'abord, à 8^h $\frac{3}{4}$ du soir, en une lumière couchée sur l'horison à l'Orient équinoctial: elle étoit si vive, qu'on eût dit que le Soleil alloit se lever. Au-dessus de cette lumière, en tirant vers la droite, on voyoit une matière fumeuse, de couleur cendrée, qui s'élevoit

par pelotons; & un peu plus haut, à environ 5 à 6 degrés au-dessus de l'horison, & perpendiculairement sur le milieu du Phénomene, paroissoit un petit nuage lumineux & rougeâtre, qui s'y maintint sans changer de place jusqu'à 9 ou 10 minutes après 9 heures. Tout cet amas de lumière & de fumée sembla ensuite avoir un mouvement qui le rapprochoit du Nord, conservant toujours cependant une position fort orientale. Il y eut quelques rayons, dont les plus grands ne montoient guères au-delà de 8 degrés $\frac{1}{2}$. Vers les 10 heures, c'étoit la partie septentrionale du Phénomene qui étoit la plus brillante. Enfin sa lumière s'affoiblit de vivacité & d'étendue, & il n'en restoit à minuit que quelques traces, sous une forme ronde, & de la grandeur de la Lune naissante. Ces sortes d'Aurores Boréales, ou plutôt Orientales, sont très-rares.

Les Aurores Boréales du 5 & du 7 dans le même mois, & dont j'ai déjà fait mention, étoient du nombre de celles que j'appelle *informes*. Celles du 2, du 4 & du 9 m'ont paru douteuses en ce qu'elles étoient foibles & mêlées de la Lumière Zodiacale, si ce n'étoit la Lumière Zodiacale toute seule qui paroissoit, & mal terminée, comme je juge qu'elle a paru encore le 29 du même mois.

May. J'apprends de M. *Maraldi* qu'il y a eu une petite Aurore Boréale le 24. Le 2, la Lumière Zodiacale s'étendoit jusqu'aux Etoiles des Gemeaux, mais mal terminée. Je ne donne aucun détail du Parhélie qui fut observé le jour précédent, & que M. *du Fay* a décrit. Il me suffit d'en faire mention, pour remplir mon objet, dans l'ignorance où je suis de la liaison que tous ces Phénomenes pourroient avoir ensemble.

Juin. Je n'ai rien apperçû dans ce mois, ni de l'Aurore Boréale, ni de la Lumière Zodiacale.

Juillet. Le 2, je juge par une lumière qu'il y a vers le Nord à 11^h, & qui surpassé celle du Crépuscule, de même que par plusieurs autres circonstances, qu'il y a assurément une Aurore Boréale.

Août. L'Aurore Boréale paroît le 23 à 11^h par une simple clarté, mais bien marquée sur l'horison, presque directement au-dessous de l'Etoile Polaire, ayant seulement une déclinaison occidentale de 2 ou 3 degrés.

Le 24, le 25, le 26 & le 30, il n'y a eu que des apparences équivoques du Phénomene, tant par elles-mêmes, que par les circonstances extérieures du temps. Mais le 31 il y a eu une de ces Aurores Boréales qui occupent presque tout l'horison, & qu'on peut par-là appeller *horizontales*. Celle-ci consistoit en un nuage fumeux surmonté de blanc, à 5, 6, 10 & 12 degrés de hauteur; un peu plus haut on voyoit les Etoiles ternies, sans doute par la continuation de la même matière autrement distribuée ou modifiée; ce que j'ai observé avec divers changements peu remarquables depuis 9^h du soir jusqu'à 11.

Septembre. Le 19 de ce mois, étant à Nointel près de Beaumont, j'ai observé l'Aurore Boréale à *rayons & jets de lumière*, mais *sans arc lumineux*, ni *segment obscur*, ce qui est assez rare, & qui pourroit même être douteux en cette occasion; parce que je n'ai commencé de l'observer qu'à 10 heures, & que j'ai sçu qu'elle paroissoit avec beaucoup d'éclat tout au moins à 9. Or comme je l'ai remarqué dans mon *Traité* sur cette matière, l'arc ou le limbe lumineux, & le segment obscur venant à ne plus former qu'un amas confus de lumière sur la fin du Phénomene, lorsque, selon ma conjecture, toutes ses parties ont eu le temps de s'enflammer, il y a grande apparence que je n'ai vû celui-ci qu'en cet état; & en effet il a toujours diminué jusqu'à 11 heures, où il n'en restoit aucun vestige.

Le 20, il y a eu sûrement une Aurore Boréale, mais si obscurcie & si interrompue par les nuages, que je n'ai rien à en dire de positif. L'on m'a appris depuis qu'elle avoit été beaucoup mieux vûe à Paris, & les mêmes personnes m'assurent qu'un semblable Phénomene y avoit paru le 13.

Le 23 & le 27, Aurores Boréales bien marquées & très-lumineuses, mais dont on ne peut déterminer les

574 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
limites, à cause du temps sombre, nébuleux, & changeant.

Le 28, autre Aurore Boréale à peu-près dans les mêmes circonstances de temps que les deux précédentes; mais qui a eu cela de particulier, qu'elle a été d'abord *Lumière Boréale* & *Méridionale* tout ensemble, le reste du Ciel étant parsemé çà & là dans ses autres parties, & sur-tout vers le Zénith, de la même matière. C'est l'état où étoit le Phénomene lorsque je l'ai apperçû à $8^h \frac{3}{4}$, après quoi il m'a été souvent caché en tout ou en partie. A 11^h , toute cette matière fumeuse ou éclairée s'étoit entièrement jettée vers le Nord, l'Ouest & l'Est, du moins n'en ai-je rien pû discerner vers le Midi.

Le 29, à Paris, après une belle journée & un beau coucher, n'ayant rien vû dans le Ciel qui m'annonçât l'Aurore Boréale, j'avois négligé d'y être attentif; mais ayant été averti à 11^h qu'elle paroïssoit, je l'ai trouvée en effet très-bien formée, à *segment*, avec un *arc* lumineux, foible & blancheâtre; ce qui joint à quelques autres circonstances, me fait juger qu'elle devoit avoir commencé depuis quelque temps & tirer sur sa fin. Le limbe de l'arc étoit comme entrelacé avec les Etoiles de la grande Ourse, passant à gauche ou du côté de l'Occident entre les Etoiles β & γ de cette Constellation, & à droite entre celles qui sont marquées ϵ , ζ , & η , de manière que β , ϵ , ζ , sembloient raser le bord supérieur de ce limbe, & γ , η , l'inférieur, le milieu ou le sommet se trouvant entre ces deux dernières, mais un peu plus près de η que de γ . Ce qui donne une détermination de sa hauteur de 13 à 14 degrés au bord supérieur, & de 12 à 13 à l'inférieur, sa largeur demeurant par-là d'environ un degré. J'ai aussi déterminé son amplitude occidentale de 59 ou 60 , par le moyen du vertical de l'Etoile de la Lyre, où se trouvoit assés exactement le pied de cet arc; mais je n'ai pû voir son pied oriental, à cause de la face du vieux Louvre qui répond à cette partie du Ciel, & qui me la cachoit. A $11^h \frac{1}{4}$ il ne restoit presque plus rien du Phénomene.

Octobre. Le 10, à 9^h il y avoit autour de la Lune une couronne dont la partie comprise entre son centre & l'Etoile

de la Lyre, m'a paru partager cet intervalle, en raison de 2 à 5, les 5 demeurant entre l'arc de la couronne & l'Etoile. Ce qui par le lieu actuel de la Lune (à environ $23^{\circ} 38'$), latitude septentrionale $3^{\circ} 20'$) & sa distance à cette Etoile (environ 78°), donne un peu plus de 22 degrés de rayon à la couronne: c'est à peu-près la mesure ordinaire de ces Phénomènes selon M. *Huguens*.

Dans la plupart des jours de ce mois le temps a été sombre, pluvieux, & accompagné quelquefois d'un vent de tempête; par exemple, le 15 & le 16, le Barometre qu'on a à Nointel où j'étois, s'est trouvé fort bas, & 3 ou 4 lignes au-dessous de 27 pouces. C'est un Barometre à gros tuyau, où j'ai vérifié que le Mercure peut aller jusqu'au bout. L'Aurore Boréale aura donc pû être bien des fois dans l'Atmosphère, sans paroître: mais j'ai jugé qu'elle y étoit sûrement le 19, par la grande clarté que j'ai vûe du côté du Nord, depuis l'entrée de la nuit jusqu'à $11^h \frac{1}{2}$, & de même à peu-près le 21 & le 23.

Le 25, le Ciel étant beaucoup plus serein, le Phénomène a paru après 7 heures du soir, il étoit tranquille, & à *simple Lumière septentrionale*, déclinant vers le couchant. Cette lumière, ou, si l'on veut, cette espece de nuage blanc & lumineux, formoit au-dessous de la grande Ourse un segment bien terminé, dont le sommet, autant que j'en ai pû juger, répondoit à l'intervalle des deux Etoiles Δ , ϵ , de cette Constellation, & il déclinait par-là vers le couchant, d'une vingtaine de degrés. Il faut remarquer cependant que dans les Aurores Boréales fort basses, il est mal aisé de distinguer le sommet du segment par lui-même. Telle étoit celle-ci où la hauteur de ce sommet ou de la partie que j'ai prise pour le milieu, m'a paru un peu moindre que la distance de la première & de la dernière Etoile (ϵ , η ,) de la queue de l'Ourse, à laquelle je pouvois aisément la comparer. Et je n'ai pû déduire ce milieu de l'amplitude du segment sur l'horizon, parce que du lieu où j'étois il m'étoit caché à l'Orient, & qu'au couchant il y avoit une espece de gros nuage qui

576 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
couvroit la lumière. Le Phénomene s'est soutenu à la même hauteur jusqu'à 11 heures, après quoi il a diminué sensiblement d'étendue, & de clarté.

Le 26, le 27, le 28 & le 29, j'ai apperçû des marques certaines que l'Aurore Boréale étoit dans l'Atmosphère & au-dessus des gros nuages qui m'ont permis d'en voir la clarté par intervalles, malgré le temps obscur & couvert de toutes ces nuits.

Novembre. Le 14 & le 15, *Aurores Boréales informes.*

Le 19, à 8^h $\frac{1}{2}$ du soir, tout le Ciel étant couvert d'une espèce de brouillard, j'ai apperçû vers le Nord-Est une clarté fort haute, & fort large, qui avoit toutes les apparences d'un grand rayon de l'Aurore Boréale, & qui ne pouvoit en effet être attribué qu'à ce Phénomene, si ce n'est qu'au lieu d'un rayon, ce pouvoit n'être que la lumière de l'Aurore Boréale en général, vûë à travers une ouverture ou un intervalle que le brouillard laissoit en ce moment dans cette partie du Ciel. Elle a été effacée dans quelques minutes.

Le 22, l'Aurore Boréale se montre à diverses fois derrière des nuages depuis 8^h $\frac{1}{2}$ jusqu'à 10^h.

Décembre. Je n'ai vû l'Aurore Boréale que le 17, & par un temps aussi peu favorable à l'observation que dans le mois précédent. Mais il y en a eu de simples apparences qui se compliquent, à mon avis, avec la Lumière Zodiacale les 19, 22, 24, 25 & 30.

Où je dois cependant remarquer que le 21, le Ciel étant beau & sans nuages, & ayant fait attention à l'un & à l'autre de ces Phénomenes aux heures les plus convenables, je n'en ai pû appercevoir le moindre vestige. A l'égard du 25, j'ai appris par M. *Bouguer*, que les apparences que j'y avois remarquées, se sont trouvées à Roüen & sur le chemin du Havre à cette ville, où il alloit ce jour-là, des signes non équivoques d'une Aurore Boréale fort claire, & fort étendue.

Le Barometre a été encore fort bas dans ce mois, sçavoir, le 26, étant descendu à 26 pouces 8 lignes, ou 7 lign. $\frac{1}{2}$. On peut même présumer qu'il avoit été plus bas pendant la nuit,

la nuit, parce qu'à 8 heures du matin le mercure montoit, comme je l'ai reconnu à sa surface convexe dans le tube*, & comme la suite l'a justifié une heure après. Nous avons vû ci-dessus qu'il avoit été au même point dans le mois d'Octobre; ce qui est allés rare, y ayant bien des années où il n'en approche pas.

Je ne sçauois mieux terminer ce Journal d'Observations de l'Aurore Boréale, que par des marques publiques de reconnaissance pour tout ce que je dois sur cette matière à M. *Celsius* Professeur en Astronomie à Upsal, & aujourd'hui très-connu personnellement, & par son sçavoir, de la plupart des Membres de cette Compagnie. Vers le commencement de cette année, j'appris qu'il avoit donné dans la précédente 1733, & à peu-près au même temps que mon Traité de l'Aurore Boréale parut, un Recueil d'observations de ce Phénomene, au nombre de 316, faites dans toute la Suede, & jusques sous le Cercle Polaire, soit par lui-même, soit par ses correspondants, depuis 1716 jusqu'en 1732 inclusivement. Parmi ces observations qui roulent sur 224 Aurores Boréales différentes, il y en a 188, c'est-à-dire, environ 5 de 6, qui n'ont point paru ici, ou qui m'avoient été inconnues. On peut juger de l'empressement que j'eus pour recouvrer un livre si intéressant pour moi, & que je ne regardois pas moins comme un trésor, en ce qu'il pouvoit contenir de peu favorable à mes idées, & me donner lieu par-là de les rectifier, qu'en tant qu'il étoit capable de les favoriser. L'ouvrage n'étoit guères répandu encore qu'en Italie, où M. *Celsius* étoit alors depuis plusieurs mois, & où il l'avoit apporté d'abord après l'impression. M. le Marquis *Poleni* à qui il en avoit fait

* Le frottement ou la viscosité du mercure sur la paroi intérieure du tube, fait qu'il y devient plus convexe, lorsqu'il monte, & beaucoup moins, ou même concave; lorsqu'il descend. Ce que l'on reconnoitra en frappant doucement sur la planche du Barometre; car on y verra sur le champ

le mercure monter ou descendre d'une demi-ligne plus ou moins, selon qu'il est en *montée*, ou en *descente*. J'écris ici cette remarque, toute simple qu'elle est, sur ce que l'on m'a dit qu'elle pouvoit être utile, pour voir tout d'un coup, si le Barometre monte, descend, ou est fixe & *stationnaire*.

* Lettre du 15
Avril 1734.

présent, m'en donna le premier connoissance*, & dans un détail qui est trop important sur la matière dont il s'agit, & qui fait trop d'honneur à mon hypothèse, pour être passé sous silence. M. *Poleni* venoit de recevoir mon Traité, & comme il avoit fait beaucoup d'attention aux Tables que j'y ai données, pour comparer par voye de dénombrement la fréquence ou la rareté des apparitions du Phénomene, selon les différentes situations de la Terre sur l'Ecliptique, ou selon ses différentes distances au Soleil, il les avoit appliquées aux observations de M. *Celsius*; en un mot, il en avoit dressé des Tables toutes pareilles aux miennes, & ce sont ces Tables d'observations faites dans des vûës, en des temps, & en des lieux si différents de ceux qui sont marqués dans celles que j'avois recueillies, qui ont fourni à M. *Poleni* des résultats tout semblables aux miens; la plus grande fréquence du Phénomene, par exemple, aux Périhélies de la Terre, à ses temps d'ascendance, ou lorsqu'elle est dans les Signes septentrionaux ascendants, & ainsi du reste. Mais j'ai encore des obligations plus directes à M. *Celsius*; car depuis qu'il est à Paris, il m'a fait part de son livre, & d'une infinité d'observations ou de matériaux qu'il a rassemblés depuis sur le même sujet, tant par rapport aux années renfermées dans son ouvrage, que pour des temps plus reculés, ou pour les années suivantes 1733 & 1734, & cela avec une générosité & une politesse peu communes. Par le moyen des Phénomenes que m'a fournis M. *Celsius*, & de tous ceux que j'ai recueillis d'ailleurs, ou observés moi-même depuis la publication de mon Traité, je puis appliquer la méthode & les principes que j'y ai adoptés, à plus de 600 apparitions de l'Aurore Boréale, au lieu de 229 seulement, que j'y avois employées. C'est aussi ce que je compte faire dans un supplément que je serai par-là en état de donner bien plutôt que je n'eusse osé l'espérer. J'y rendrai justice aux autres personnes qui m'ont fourni, ou qui me fourniront à l'avenir leurs observations, & entre lesquels le sçavant M. *Kirch* est un de ceux à qui je suis le plus redevable, ayant reçu de lui sur ce sujet une lettre

remplie de réflexions & de recherches curieuses, où il remonte jusqu'aux Aurores Boréales qui ont paru depuis deux siècles. Cependant les observations de ce Phénomène que M. *Muffchembroek* Professeur de Mathématique à Utrecht & Correspondant de l'Académie, nous a envoyées depuis peu pour la présente année, trouvent naturellement ici leur place. Elles sont contenues dans une lettre latine du 3 Janvier 1735, adressée à M. *du Fay*, & avec toutes les autres observations météorologiques de l'année 1734. Je ne toucherai qu'aux Aurores Boréales, & je me contenterai d'en donner un extrait abrégé. Du reste l'exactitude & le sçavoir de M. *Muffchembroek* sont trop connus par ses excellents ouvrages, pour qu'il soit nécessaire d'en faire mention.

Aurores Boréales observées à Utrecht, pendant tout le cours de l'année 1734.

Le 3 *Février*, à 7^h $\frac{3}{4}$ du soir, l'Aurore Boréale parut entre le Nord & le Nord-Ouest; elle jeta quelques rayons parmi lesquels on en vit qui atteignoient jusqu'au Zénith. Ces rayons s'élevoient du bord supérieur & éclairé d'un nuage d'ailleurs très-obscur, qui étoit comme suspendu un peu au-dessus de l'horison. *Cette Aurore Boréale est marquée & décrite ci-dessus.*

Le 22 *Mars*, il y eut une petite Aurore Boréale à 8^h du soir, laquelle s'étendoit depuis le Nord jusqu'à l'Est, & qui s'élevoit d'environ 10 degrés au-dessus de l'horison.

Dans le mois d'*Avril*, on a vû l'Aurore Boréale trois nuits consécutives, sçavoir, le 7, le 8 & le 9; celles du 7 & du 9 furent peu considérables, mais celle du 8 fut très-grande. Elle brilloit déjà à 9^h du soir, s'étendant de l'Orient au Couchant, au-dessus d'un nuage éclairé; elle avoit des jets de lumière qui montoient jusqu'au Zénith, & qui à mesure qu'ils approchoient de ce point, sembloient s'y confondre & s'y allumer. Il souffloit pendant ce temps-là un petit vent de Nord-Est, le Ciel étoit serein, & le Phénomène dura presque toute la nuit. *On peut voir ce que j'en ai dit ci-dessus;*

580 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
& comparer avec ceci la manière dont il parut à Paris.

Le mois de *Mai* a été un des plus féconds en Aurores Boréales à Utrecht, M. *Muffchembroek* en a compté jusqu'à 12; savoir, le 1, le 4, le 5, le 6, & les 8 derniers jours de ce mois. Il faut que des circonstances de temps aient été contraires à ce Phénomène à Paris; car je ne sçache pas qu'on l'y ait observé aucun de ces jours, excepté le 24.

L'Aurore Boréale du premier *Mai* étoit *tranquille*, sa lumière comme suspendue au haut de l'Atmosphère, sur-tout vers le Nord & vers l'Occident, laissoit voir toutes les Etoiles si distinctement, que M. *Muffchembroek* ne se souvient pas d'en avoir observé de pareille à cet égard.

Celle du 4, n'étoit pas de la même transparence vers cette partie du Ciel, elle n'y laissoit appercevoir que les Etoiles de la première & de la seconde grandeur; mais du côté du Midi où elle s'étendoit aussi jusqu'à la hauteur de 15 degrés, on en voyoit de la troisième & de la quatrième grandeur. M. *Muffchembroek* dit avoir remarqué dans le cours de ce Phénomène, que la matière qui le composoit, se portoit souvent du Septentrion au Midi: & comme il y a remarqué la plupart des mêmes apparences, quoique sans jets de lumière, qu'on a coutume de voir du côté du Nord, il croit qu'on peut l'appeller *méridional*. Il y avoit aussi un semblable mouvement, soit vrai ou apparent du Septentrion vers le Midi, à l'Aurore Boréale du 5, qui parut à 9 heures du soir après un peu de pluie. On juge d'ordinaire ce mouvement à l'inspection de quelques flocons ou nuages de matière lumineuse; mais on voit combien il faut être réservé à l'établir de la part de la matière Boréale proprement dite. Car comme des nuages & des amas de vapeurs qui n'appartiennent pas au Phénomène, peuvent fort bien en avoir les apparences, étant éclairés par la lumière, rien n'est plus aisé que de s'y méprendre. On doit aussi se tenir beaucoup sur ses gardes dans les jugements que l'on porte des apparitions de l'Aurore Boréale dans tous ces mois qui avoisinent le Solstice d'Été; car le Soleil ne s'y trouvant jamais pendant

la nuit que fort près de l'horison, les Crépuscules y sont longs & forts, & s'y compliquent souvent avec la Lumière Zodiacale, dont les apparences dans ces rencontres ne diffèrent presque point de l'Aurore Boréale tranquille & horizontale; & c'est de quoi M. *Musschembroek* nous avertit lui-même, comme nous allons voir.

L'Aurore Boréale du 6 donna encore une lumière méridionale toute semblable à la lumière septentrionale.

Avant que de parler de l'Aurore Boréale du 24, & de celles qui l'ont suivie presque sans interruption jusqu'au 7 Juin, » Me voilà parvenu, dit M. *Musschembroek*, à une « Aurore Boréale la plus longue, &, pour ainsi dire, la plus « opiniâtre que j'aye jamais vûë, ayant vraisemblablement duré « pendant l'espace de 15 jours, quoiqu'il y ait eu deux jours « dans cet intervalle (sçavoir le 3 & le 6 Juin) où elle n'a pas « été visible. Ce n'est, adjointe-t-il, qu'avec beaucoup de cir- « conspection qu'il faut observer l'Aurore Boréale dans ces « temps-ci, à cause de la Lumière Zodiacale, qui pourroit fort « aisément tromper ceux même qui y sont les plus exercés, « s'ils n'avoient pas d'ailleurs des indices *manifestes* de l'Aurore « Boréale. Depuis quelques années » continuë le sçavant Professeur « que j'observe ce Phénomene avec attention, j'ai « appris à le discerner & à le prévoir pendant le jour, & « le présage ne m'en a pas trompé jusqu'ici; non que je « puisse connoître la matière Boréale pendant que le Soleil « est encore fort élevé, mais seulement lorsqu'il commence à « s'approcher du couchant, & qu'il n'est tout au plus qu'à une « quinzaine de degrés sur l'horison; car si l'on voit alors vers « le Septentrion des nuages bleuâtres, comme s'il alloit tonner, « on peut s'assurer qu'ils contiennent de la matière Boréale. « Mais je connois encore mieux cette espece de nuages, que « je ne les puis décrire, &c. »

Il passe ensuite à la description de l'Aurore Boréale du 24 Mai, dont la lumière s'étendoit à 40 degrés au-dessus de l'horison, & qui a continué sous différentes formes, jusqu'au 7 Juin inclusivement.

Dans le mois de *Juin*, M. *Muffchembroek* n'a vû l'Aurore Boréale que le 24. Elle étoit *tranquille*, mais sa lumière s'étendoit jusqu'au Zénith, entre le Septentrion & le Levant: c'étoient des nuages très-legers & fort interrompus.

En *Juillet*, le Phénomene a paru le 5, le 7, & peut-être le 8. Ce dernier est douteux, à cause de la lumière de la Lune qui entroit dans son premier quartier. Celui du 5 se montra vers les 9 heures du soir, parmi la pluye & le tonnerre.

Le 6 *Août*, il y eut, selon toute apparence, une Aurore Boréale tranquille, qui se manifesta sur tout l'horison par des nuages lumineux dispersés çà & là. Mais le 7 de ce mois elle ne fut pas équivoque, & elle consistoit de même en des nuages interrompus & dispersés vers la partie occidentale du Ciel, ce qui rend d'autant plus vraisemblable l'apparition du jour précédent. Elle parut aussi le 9.

M. *Muffchembroek* a vû 4 Aurores Boréales dans le mois de Septembre à Utrecht, sçavoir, le 21, le 25, le 27 & le 29; j'ai aussi observé les deux dernières auprès de Paris, comme il a été rapporté ci-dessus. Celle du 21 étoit méridionale, n'ayant presque vers cette partie du Ciel où elle étoit fort lumineuse, & où elle s'étendoit, qu'environ 20 degrés d'amplitude, avec la même hauteur sur l'horison. Celle du 25 étoit au Nord, au Couchant, & au Midi; l'une & l'autre ont été mêlées de pluye. Dans celle du 27, M. *Muffchembroek* remarqua des colonnes ou verges qui s'étendoient du Septentrion au Midi, paralleles entr'elles, & à l'horison, *virgæ parum lucentes, copiosæ, breves; exorreclæ omnes à Septentrione ad Austrum, &c.* & il n'avoit, adjoûte-t-il, jamais vû un semblable Phénomene. Je suis bien trompé si ce n'est là ce que j'ai observé quelquefois, & que j'ai désigné par des bandes, ou grandes traînées blancheâtres disposées en côte de melon, & qui s'étendent depuis un côté du Ciel jusqu'au côté opposé sur l'horison, où elles semblent concourir. Voyés-en des exemples ci-dessus au 18 Février, p. 569, & dans les Mémoires de l'année dernière, pp. 486 & 491;

car ce qui est dit ici de leur parallélisme pourroit bien tomber sur leur partie supérieure vers le Zénith, ou à quelque distance de leurs points de concours vûs ou présumés sur l'horison, lorsqu'il est assés découvert pour cela; & il se peut faire que l'horison d'Utrecht ne l'étoit pas. L'Aurore Boréale du 29, que je n'ai observée à Paris que sur sa fin, depuis 11^h jusqu'à environ 11^h $\frac{1}{4}$, fut vûë un peu après 10^h à Utrecht; elle y parut occuper la plus grande partie du Ciel; cependant M. *Musschembroek* ne la met qu'au nombre des *tranquilles*, n'y ayant remarqué aucune émission de jets de lumière. Ce n'est pas ce que j'en aurois jugé, en la voyant encore si marquée à son dernier quart d'heure. M. *Musschembroek* adjoûte qu'il sembloit y avoir dans ce Phénomene un mouvement assés lent de l'Est à l'Ouest. Mais j'ai fait observer ailleurs combien cette apparence peut être trompeuse, soit par la matière qui s'assemble d'un côté, tandis qu'elle se dissipe de l'autre, soit par celle qui s'allume, ou qui vient à être éclairée, & qui ne l'étoit pas auparavant, &c.

Il n'y a presque pas eu un jour serein dans le mois d'Octobre. M. *Musschembroek* n'a pas laissé d'y observer 5 Aurores Boréales, le 1, le 2, le 5, avec une très-grande pluie, le 6 & le 14. Pendant cette dernière, qui étoit foible, & qui paroissoit entre le Nord & l'Est, il vit une couronne autour de la Lune, qu'il trouva avoir exactement 44 degrés par son diametre intérieur.

Le reste de l'année ne lui a fourni que 2 Aurores Boréales; sçavoir le 19, & le 25 Décembre.

Aurores Boréales observées à Petersbourg, pendant les mois de Septembre, Octobre, & Novembre, par M. Delisle.

Entre plusieurs Aurores Boréales observées à Petersbourg par M. *Delisle*, & dont il a bien voulu me faire part, il y en a 18 des mois de *Septembre, Octobre & Novembre* de cette

année. Je les adjoute ici avec leurs descriptions, telles qu'elles m'ont été envoyées, & sur lesquelles on peut d'autant plus compter, que, comme M. *Delisle* me l'apprend dans une de ses Lettres, il a fait placer une espece de Quart-de-cercle azimuthal sur le haut de son Observatoire, dans le seul dessein de bien déterminer la grandeur, les positions, & toutes les apparences de ces Phénomènes. Il rapporte une de ces apparences bien singulière, du 5 Octobre à 3 heures du matin, après une Aurore Boréale qu'il y avoit eu le soir de la veille. C'étoit une lumière très-vive qui avoit l'air de la queue d'une Comete obliquement couchée au-dessus de l'horison, & qui, selon la figure qu'il m'en a envoyée, & la comparaison que j'en ai faite avec l'état actuel du Ciel sur le Globe, devoit se trouver précisément dans le plan de l'Equateur Solaire par le milieu de sa longueur. Si cette bande de lumière avoit été placée à l'Orient, on ne douteroit point que ce ne fût la Lumière Zodiacale, qu'on sçait devoir paroître le matin en Automne; mais elle étoit à l'Occident. Du reste, il paroît par les Phénomènes qui ont été vûs à Petersbourg en Octobre, que le Ciel y a été pendant ce mois beaucoup plus serein qu'à Paris.

Le 1 & 2 Septembre 1734, à Petersbourg.

Le 1 & 2 Septembre 1734, il a paru de foibles Aurores Boréales indécises, depuis 10 heures environ du soir, avec quelques traits ou jets de lumière verticaux au Nord-Ouest, sans arc lumineux, ni forte lumière dans ces Aurores. Celle du 1 a duré presque toute la nuit; au moins le 2 au matin elle étoit encore visible avant la lumière du Soleil. Celle du 2 au soir a été plus foible, & n'a pas duré si long-temps.

Le 3 Septembre 1734.

Le 3 Septembre, il a encore paru une Aurore Boréale, depuis le soir après le crépuscule, mais sans traits de lumière. Il n'y avoit qu'un arc lumineux semblable au crépuscule élevé de quelques degrés, & ayant un segment obscur à l'ordinaire
qui

qui lui servoit de base; mais ce segment & la lumière qui le bordoit ne paroissoient pas parfaitement circulaires. Ils étoient défigurés un peu au Nord-Est. Le tout étoit élevé de peu de degrés, & s'est abaissé vers le milieu de la nuit, de sorte qu'il a disparu peu après une heure du matin, le 4 Septembre.

Le 8 Septembre 1734.

Après quelques jours de temps couverts, il paroissoit le 8 Septembre au matin, un peu devant le crépuscule, vers les 3 & 4 heures, un reste d'Aurore Boréale indécise qui s'élevoit encore de 8 à 9 degrés.

Le 18 Septembre 1734.

La nuit du 18 au 19 Septembre, il y a eu une assez grande Aurore Boréale, dont les nuées n'ont laissé voir le 18 au soir jusqu'à $8^h \frac{1}{2}$ qu'une lumière assez élevée indécise; mais vers les 11 heures du soir, il y avoit des jets de lumière fort hauts, & le matin du 19, à $4^h \frac{1}{2}$ environ, on n'en voyoit plus rien, autant qu'on le pouvoit discerner au travers des nuées dont presque tout le Ciel étoit couvert.

Le 23 Septembre 1734.

Le 23 Septembre au soir à $8^h 5'$, il paroissoit comme un faisceau de Lumière Boréale au dessous des Pléiades, ayant 2 à 3 degrés de largeur, & 5 à 6 degrés d'étendue, en se perdant insensiblement depuis la base qui étoit la plus lumineuse, & qui n'étoit élevée que de 2 ou 3 degrés sur l'horison. Il paroissoit en même temps une autre grande bande lumineuse qui commençoit à droite de la tête du Bélier, & qui passoit au dessous de la luisante de l'Aigle. Cette lumière n'avoit que 2 degrés environ de largeur dans ses extrémités, & 10 ou 12 dans son milieu.

A $8^h 20'$ la première lumière s'élargit beaucoup en forme de gerbe, & est dirigée vers l'Etoile Polaire. Elle a 5 à 6 degrés de largeur, & est longue de 10 à 12 degrés. Les

Mem. 1734.

. E E e e

586 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
Pléiades sont sur son bord vers le Midi. L'autre bande s'efface
presqu'à $8^h 22'$.

La lumière au dessous des Pléiades est restée la même
jusqu'à $8^h 33'$ presqu'aussi brillante qu'aucune Lumière Bo-
réale. Le Ciel étoit serein par-tout, & il n'y avoit aucune
autre lumière, pas même au Nord : l'horison étoit un peu
sombre au dessous de cette lumière jusqu'à la hauteur de 2
ou 3 degrés.

A $8^h 35'$ la lumière a commencé à s'affoiblir en s'éloi-
gnant des Pléiades, & restant dans une même situation à
l'égard de l'horison. A $8^h 38'$ elle est très-foible. A $8^h 40'$,
elle n'est pas encore dissipée.

Depuis, jusqu'à $8^h 43'$, au lieu de se dissiper, elle s'est un
peu rallumée par deux reprises différentes.

A $8^h 47'$ cette lumière ne paroît plus, mais immédia-
tement après, il paroissoit au Nord plusieurs rayons sans
segment, peu élevés, & en petit nombre. Il en parut encore
quelques-uns de même à 10^h , & puis le tout s'est réduit à
une Lumière Boréale indécise, qui se perdoit insensiblement
depuis l'horison jusqu'à la hauteur de 8 ou 10 degrés, &
cela jusqu'à 11 heures du soir.

Le segment boréal s'est ensuite élevé peu après jusqu'à la
hauteur de 8 ou 10 degrés qu'il avoit atteints à minuit &
demi, mais il déclinait considérablement, c'est-à-dire,
d'environ 10 degrés du Nord vers l'Ouest, ce dont on n'a
pû s'assurer exactement, n'ayant fait cette estime qu'à la vûe
sans instruments. Le 24 Septembre, à 4 heures du matin, il
ne paroissoit plus rien au Nord ni ailleurs que le crépuscule
ordinaire au Nord-Est.

Le 24 Septembre 1734.

Le 24 Septembre, dès les 8 heures du soir, il a paru au
Nord de considérables jets de lumière fort étroits, & qui
montoient fort haut : il n'y avoit point de segment obscur
ni d'arc lumineux. Le lendemain à 4^h du matin, le Ciel

étant très-serein, comme il l'a été toute la nuit, il n'y avoit plus aucune Lumière Boréale. La fatigue des observations de la veille précédente m'a fait coucher ce soir-là de bonne heure, ce qui m'a empêché d'observer tout le progrès de cette lumière boréale de la nuit du 24 au 25 Septembre.

Le 29 Septembre 1734.

Le 29 Septembre au soir, entre 7 & 8 heures, il paroissoit un rayon de lumière étroit en forme de lance. La tête de cette lumière, qui étoit sous les nuées, étoit dans le Taureau vers les Pléiades : de-là cette lumière alloit un peu en s'élargissant. Sa situation étoit oblique à l'égard de l'horison. Elle laissoit les plus basses Etoiles de Persée au dessus d'elle, & les touchoit presque. Sa longueur étoit d'environ 30 degrés, & sa largeur d'un degré au plus. Cette lumière étoit fort foible, sur-tout à son extrémité la plus élevée. L'on a vû le même soir & la nuit une Aurore Boréale indécise dont je n'ai pas observé la durée ; mais les nuées dont le Ciel a souvent été couvert en auroient bien troublé l'observation.

Le 30 Septembre 1734.

La nuit du 30 Septembre au premier Octobre il y a eu une Aurore Boreale que je n'ai pas observée.

Le 1 Octobre 1734.

La nuit du 1 au 2 Octobre, le Ciel étant extrêmement serein, il a paru une petite Aurore Boréale fort peu élevée, & indéterminée pendant la plus grande partie de la nuit.

Le 4 Octobre 1734.

Le 4 Octobre au soir, il paroissoit une petite Aurore Boréale vers les 9 heures sans segment, avec des rayons. Le 5 à 3 heures du matin elle étoit sans rayons & mêlée de nuées ; mais il y avoit à l'Ouest une lumière très-vive, qui avoit l'air de la queue d'une Comete *dirigée vers le point du Ciel*

588 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
qu'occupoit alors la Planete de Saturne, & obliquement à l'ho-
rison dans le même sens, & à peu-près selon la même inclinaison
que le plan de l'Ecliptique auquel elle étoit presque parallele du
côté du Sud*.

* Cette description a été ajoutée d'après une figure qu'il y avoit ici, & conformément à ce qui en a été dit ci-dessus, p. 584.

Le 6 Octobre 1734.

Le 6 Octobre, à 3 & 4 heures du matin, il paroissoit une Aurore Boréale avec un segment obscur élevé seulement de quelques degrés. Le sommet de ce segment déclinait aussi de quelques degrés à l'Ouest.

Le 14 Octobre 1734.

Le 14 Octobre au soir, il y a eu de 7 à 8 heures de fort belles apparences d'une Aurore Boréale, remarquable par des portions d'arcs fort lumineux & fort étroits, mais fort interrompus, & fort changeants par leur situation. Il y en avoit des portions élevées jusqu'à la hauteur de 30 à 40 degrés. Il n'y a point eu de segment obscur, mais seulement quelques traits verticaux de lumière, qui s'élevoient jusqu'à 15 à 20 degrés de distance du Zénith.

Le 16 Octobre 1734 au matin.

Le 16 Octobre, à 2 heures du matin, il paroissoit une grande Aurore Boréale composée d'un segment obscur élevé d'environ 20 degrés par son sommet, qui déclinait considérablement vers l'Ouest. Ce segment étoit bordé par un arc lumineux de plusieurs degrés de largeur, qui se perdoit insensiblement. Cet arc s'est ensuite élevé considérablement, & s'est divisé, & il a paru des traits de lumière avec des ondulations. Les parties de l'arc lumineux qui s'élevoient & se détachent, avoient la figure de petits cintres surbaissés, & aux extrémités la lumière étoit plus vive & plus large. Ces arcs pouvoient avoir 40 degrés dans leur plus grande étendue posée horizontalement. Il ne paroissoit plus rien à 3 heures du matin.

Le 16 Octobre 1734 au soir.

Le 16 Octobre au soir après le Crépuscule, il a paru un grand arc circulaire fort large, & se perdant insensiblement, son sommet passoit par les Étoiles de la tête de la grande Ourse; il se terminoit du côté de l'Occident environ sous le vertical d'Arcturus, & du côté de l'Orient sous le vertical de la Lune qui se levoit alors; c'étoit vers 8 heures. Il y avoit au-dessous de cet arc un segment obscur, mais qui n'étoit pas fort sombre. Le tout n'a pas duré long-temps; une heure après, toute cette apparence étoit fort diminuée, & à 9^h du soir environ il n'y avoit plus rien.

Le 17 Octobre 1734.

Le 17 Octobre au soir, il y a eu une fort grande Aurore Boréale qui, à 6^h $\frac{1}{4}$, étoit élevée jusqu'aux Étoiles les plus basses du quarré de la grande Ourse. Il y avoit un grand segment obscur & deux arcs lumineux fort larges, principalement le supérieur. Le tout a duré plusieurs heures.

Le 20 Octobre 1734.

Le 20 Octobre au soir, il paroissoit une Aurore Boréale plus basse que celle du 17, elle avoit aussi un segment obscur qui n'étoit pas bien terminé.

Le 26 Novembre 1734.

La nuit du 26 au 27 Novembre, il a paru une petite Aurore Boréale élevée de quelques degrés; elle me paroissoit un peu décliner vers l'Ouest; elle étoit tranquille, formée par une simple lumière au-dessus d'un segment obscur, mal terminé.



M E T H O D E
D' O B S E R V E R L A V A R I A T I O N
D E L' A I G U I L L E A I M A N T E E
E N M E R.

Par M. GODIN.

3 Février
1734.

S'IL étoit toujours possible d'observer les Astres à l'horison toutes les fois qu'ils y arrivent, je ne crois pas qu'il y eût de meilleure méthode d'observer la variation de l'Aiguille aimantée en Mer, que la méthode ordinaire des Pilotes, rectifiée sur les remarques de M. Bouguer, & dans laquelle on se serviroit d'une Boussole qui, suivant M. de la Condamine, porteroit un Cercle divisé, posé de chan sur le bord de la Rose, en sorte qu'il y en eût une moitié en dessus, l'autre moitié en dessous, ce qui me paroît adjoûter à cet instrument une perfection considérable. Dans ce cas, les pinnules ou filets verticaux doivent être d'une telle étendue, qu'on puisse par leur moyen viser à l'horison, tant en dessus de la Rose pour un des côtés du Ciel, pour l'Est par exemple, qu'en dessous pour l'Ouest. Dans les deux cas, le même filet vertical dirigé à l'Astre, marquera sur l'un des demi-cercles gradués, le degré de la Rose auquel répond l'astre à son lever ou à son coucher, à compter depuis la pointe de la Fleur-de-Lys; & sçachant l'amplitude de cet astre, on aura la variation à la manière ordinaire, ce qui ne demande qu'un seul observateur. Mais cette méthode, la meilleure de toutes sans contredit, est presque toujours impraticable, faute de pouvoir observer les Astres à l'horison, & même fort souvent le Soleil qui y est enveloppé de vapeurs. Il seroit donc utile de pouvoir se servir des Astres dans d'autres situations, & d'en déduire commodément la variation. Voici pour cet effet un moyen qui ne dépend que d'une Addition fort simple faite au Compas ordinaire de Variation.

Je suppose qu'on sçache l'heure en Mer. On peut la connoître par le lever & le coucher du Soleil, même avec assés de précision ; on peut encore prendre des hauteurs correspondantes, en se servant du Quartier Anglois ; enfin on la peut avoir par une simple observation de quatre Etoiles, dont deux soient dans un même vertical vers l'Orient, & les deux autres dans un même vertical vers l'Occident : car cette observation qui ne demande qu'un à-plomb & des Tables d'Ascension droite & de Déclinaison des Etoiles, si elle se peut faire en Mer, donnera en même temps la hauteur du Pole & l'heure de l'observation. Le calcul en est effectivement un peu long ; mais comme l'observation se peut faire à terre avec précision, qu'elle ne demande aucun appareil d'Instruments, & qu'elle peut être répétée autant de fois que l'on voudra, & être fort utile en bien des occasions, lorsque les autres moyens manqueroient, j'ai cru la devoir adjoûter ici à la suite de la Méthode d'observer la Variation.

Mais si l'on connoît l'heure par le lever ou le coucher du Soleil, on pourra aussi alors observer la variation : cela est vrai, mais la méthode de l'observer à toutes les heures du jour ou de la nuit n'en sera pas moins utile.

Je fais une Boussole ou Compas de Variation dont la Rose soit évidée intérieurement, autant qu'il est possible, & dont la circonférence soit divisée en degrés. M. de la Condamine s'en sert aussi dans sa Méthode, du moins dans certains cas, & il remarque que la Boussole en devient plus légère, & peut être plus agile. Je tends un fil un peu au dessus, qui passe par le milieu de la chape. Dans la Boîte je mets une Glace de Miroir qui en occupe tout le fond.

Je dis qu'avec une telle Boussole, & connoissant l'heure, on observera aisément la variation toutes les fois qu'il y aura quelque Astre visible sur l'horison, à quelque hauteur & en quelque azimuth qu'il soit. Mais il est plus facile de le prendre lorsqu'il est au Méridien : or on sçait, par des Tables ou toutes calculées, ou très-aisées à calculer, à quelle heure chaque Astre, chaque Etoile doit passer par le Méridien ;

donc puisqu'on connoît l'heure, on sçaura le moment auquel cette Étoile sera effectivement dans ce cercle. Alors tournant la Boussole à l'Étoile, de manière que son image peinte sur le Miroir du fond soit coupée par l'image du fil, ce fil représentera exactement la Méridienne du lieu, & dans cet instant on remarquera à quel degré du cercle de la Rose le même fil répond, ce qui donnera tout d'un coup la variation par la différence de ce degré à 180, dont la dénomination sera aisée à reconnoître par le sens de la division de la Rose.

Cette méthode, comme on voit, ne demande que l'heure par quelque moyen qu'on la connoisse; elle n'a pas besoin de la hauteur du Pole si l'heure est donnée indépendamment, elle n'est point sujette aux refractions, elle peut être répétée un très-grand nombre de fois de suite, enfin un seul observateur lui suffit.

Elle se peut encore pratiquer dans tous les autres Azimuths, mais alors il faut connoître la Latitude du lieu & l'Azimuth de l'Astre, ou l'angle qu'il fait avec le Méridien. On peut l'avoir par un calcul fort court, en connoissant l'heure de son passage par le Méridien & sa déclinaison, ce que les Ephémérides donnent & l'heure de l'observation, mais il seroit très-aisé de faire une Table qui évitât ce calcul.

On peut aussi se passer de connoître l'heure, & cependant trouver assés précisément le temps auquel une Étoile passe par le Méridien, & en conclure ensuite tous les Azimuths dans lesquels on voudra prendre l'Étoile pour observer la variation.

Voici maintenant la méthode de trouver la Latitude & l'heure sans autre instrument qu'un à-plomb.

Soit P le Pole, Z le Zénith, ZB , ZD , deux verticaux quelconques; soient CD deux Étoiles dans un même vertical du côté de l'Orient, & AB deux autres Étoiles dans un autre vertical vers l'Occident dans le même instant.

Dans le Triangle PAC étant donnés PA , PC , & l'angle compris CPA , on connoitra AC & les angles sur AC . De
même

même dans le Triangle PBC on connoît PB , PC , & l'angle compris CPB , donc on connoîtra BC & les angles sur BC .

Dans le Triangle BAC on connoît donc AC , BC , & l'angle compris ACB , qui est la différence entre les angles PCB , PCA , donc on connoîtra BAC , dont le supplément fera l'angle ZAC . Or ôtant cet angle de l'angle PAC , il restera l'angle PAZ .

Dans le Triangle PBD on connoît PB , PD , & l'angle compris BPD , on connoîtra donc BD & l'angle CBD ; c'est pourquoi dans le Triangle CBD , connoissant les deux côtés CB , BD , & l'angle compris, on aura l'angle BCD , dont le supplément ZCB , diminué de l'angle ACB , donnera l'angle ZAC .

Or dans le Triangle ZCA , on connoît le côté AC , & les angles faits sur le côté en C & en A , donc on connoîtra les côtés ZA , ZC , & l'angle CZA .

Enfin dans le Triangle PAZ , on connoît AZ , PA , & l'angle PAZ , donc on connoîtra PZ , complément de la latitude du lieu.

Mais dans ce même Triangle on connoîtra aussi l'angle APZ , qui est l'azimuth de l'Etoile A . Or par-là on connoîtra l'heure en connoissant l'ascension droite de l'Etoile à l'égard du Soleil, & par conséquent à quelle heure elle doit passer par le Méridien. Supposons, par exemple, qu'à l'heure de l'observation une Horloge quelconque, une Montre, par exemple, ait marqué $6^h 30'$ après-midi; que l'angle APZ , réduit en heures, ait été trouvé de $2^h 55'$, & que l'Etoile soit à l'Occident; donc l'Etoile A a passé par le Méridien $2^h 55'$ avant l'heure de l'observation, c'est-à-dire, à $3^h 35'$ après-midi. Mais si par le calcul des Ascensions droites, cette Etoile a dû passer par le Méridien à $3^h 45'$, il suit que la Montre de laquelle on s'est servi, retarde sur le temps vrai de $10'$. Donc le temps vrai de l'observation étoit à $6^h 40'$ après-midi.

J'ai obmis ici, plusieurs attentions ou corrections dont j'aurois pû grossir cet Ecrit, & dont on feroit un très-bon

594 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
usage dans l'observation de la Variation en Mer, parce que
je suppose qu'on les remarquera, en y faisant la moindre
attention.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES
FAITES
PENDANT L'ANNEE M. DCCXXXIV.

Par M. MARALDI.

Observations sur la quantité de Pluie.

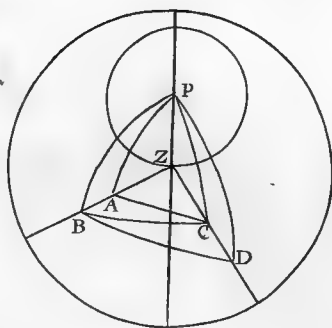
12 Janvier
1735.

IL y a long-temps qu'il n'y a eu d'année aussi pluvieuse
que l'année 1734; elle est la plus pluvieuse qu'il y ait
eû depuis 1720, cependant la pluie n'a pas été aussi abon-
dante qu'aux années où on a commencé à faire les Obser-
vations Météorologiques, & où on avoit déterminé une
année commune à 19 pouces. La quantité de la pluie tombée
en 1734 a été de 17 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$, ce qui approche
de l'année commune, qu'on a été obligé de réduire der-
nièrement à 17 pouces $\frac{1}{2}$. Voici le détail de la pluie tombée
chaque mois.

	pouc.	lign.		pouc.	lign.
En Janvier	1	2 $\frac{3}{6}$	En Juillet	3	1 $\frac{5}{6}$
Février	0	9	Août	0	10 $\frac{2}{6}$
Mars.	1	5 $\frac{4}{6}$	Septembre ...	0	2 $\frac{2}{6}$
Avril	1	1 $\frac{2}{6}$	Octobre	1	11 $\frac{5}{6}$
Mai.	1	11 $\frac{3}{6}$	Novembre ...	0	8
Juin	1	2 $\frac{2}{6}$	Décembre ...	2	9 $\frac{5}{6}$
	7	10 $\frac{2}{6}$		9	8 $\frac{5}{6}$

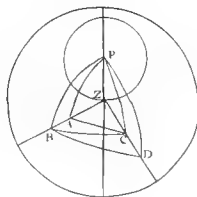
Donc la somme totale de la pluie est de 17 pouces
6 lignes $\frac{1}{2}$.

La pluie tombée dans les six premiers mois a été de 7



Simoneana Sculp.

Mem de l'Acad 1739 p^{te} 37 p^{ar} 524



l'Acad 1739

pouces 10 lign. $\frac{1}{3}$, moindre de 1 pouce 9 lign. $\frac{5}{6}$ que celle qui est tombée dans les six derniers mois, qui est de 9 pouces 8 lignes $\frac{1}{6}$. Elle a été distribuée fort inégalement dans les six derniers mois; le seul mois de Juillet en a fourni autant que les trois mois suivans, Août, Septembre & Octobre. J'ai vû plusieurs Rivières qui ont débordé au commencement de ce mois, comme la Marne, la Meuse & la Moselle, aux bords desquelles la plus grande partie des fourages a été perduë. Le vent a toujours été pendant ce mois au Sud, tirant tantôt vers l'Est, tantôt vers l'Ouest. La pluye du mois de Décembre a été aussi très-abondante, elle a été de 12 pouces 9 lignes $\frac{1}{6}$. Il y a eu sur la fin de ce mois des vents de Sud-Ouest très-violents, & le 25 de ce mois il y a eu un grand orage avec des éclairs & tonnerres.

Observations sur le Thermometre.

L'hiver a été très-moderé, le plus grand froid n'a fait descendre la liqueur du Thermometre ordinaire qu'à 23 degrés $\frac{1}{2}$, & celle du Thermometre de M. de Reaumur à 996 degrés, le 23 & le 24 de Janvier, par un temps couvert & un grand vent de Nord-Est; mais le vent s'étant calmé le 25, la liqueur de l'un monta à 24 degrés $\frac{1}{2}$, & celle de l'autre à 996 $\frac{1}{2}$, & le 28 du même mois elle étoit dans le premier à 28 degrés, & dans le second à 999. Il paroît que le plus grand froid de l'année 1734 est arrivé, suivant les Thermometres, le 30 de Novembre. La liqueur du Thermometre ordinaire est descenduë ce jour-là à 22 degrés $\frac{1}{2}$, & dans celui de M. de Reaumur à 994 $\frac{1}{2}$; elle avoit été le 29 à 24 degrés $\frac{1}{2}$ dans le premier, à 997 dans le second. La chaleur de l'Été n'a pas été fort grande, les mêmes Thermometres ont marqué la plus grande chaleur au commencement de Septembre. Le 6 de ce mois, à 3 heures après midi, la liqueur de l'un est montée à 76 degrés, & celle de l'autre à 1025 $\frac{1}{2}$ par un vent d'Ouest. Le 7 elle étoit à 72 degrés dans le premier, & à 1024 dans le second, mais

596 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
le 8 elle étoit montée à 75 degrés dans l'un, & à 102 $5\frac{1}{2}$
dans l'autre.

Sur le Barometre.

Le Barometre a marqué la plus grande élévation du Mercure le 9 de Février à 28 pouces 6 lignes, le 16 du même mois à 28 pouces 6 lignes $\frac{1}{4}$ par un temps couvert & un vent de Nord-Est ; il a été plusieurs jours avant & après à 28. pouces 5 lignes $\frac{1}{2}$, enfin il s'est soutenu à une grande hauteur pendant les mois de Janvier & de Février.

Le même Barometre a marqué la plus petite hauteur le 26 & le 27 de Décembre à 26 pouces 11 lignes par un temps couvert & pluvieux, & un très-grand vent de Sud-Ouest qui a regné pendant la plus grande partie de ce mois.

Déclinaison de l'Aiguille aimantée.

J'ai observé le 13 de Mai 1734. avec une Aiguille de 4 pouces, la Déclinaison de l'Aiman de 15° 35' au Nord-Ouest. M. Buache l'a observée le 1.^{er} de Décembre avec une Aiguille de 6 pouces de 15° 40'.



*ADDITION au Mémoire qui a pour titre
Nouvelle Manière d'observer en Mer la Déclinaison de l'Aiguille aimantée.*

*Extrait d'une Lettre de M. DE LA CONDAMINE,
de Saint-Domingue, le 15 Juillet 1735.*

PENDANT notre traversée de France à la Martinique & à Saint-Domingue, nous avons eu le loisir de faire l'expérience de mon nouveau Compas de Variation. M^{rs} Godin & Bouguer, mes compagnons de voyage, en ont paru fort contents, & le préférèrent à tous ceux dont on se sert en Mer, particulièrement pour l'observation des Amplitudes horisontales, ce qui est son usage principal & le plus ordinaire. Il fait très-bien son effet, & est d'une grande commodité, en ce qu'il ne demande qu'un observateur, & qu'il n'a pas besoin comme les autres d'être continuellement dirigé vers le Soleil, auquel il suffit de l'exposer. Les Pilotes, qui n'approuvent gueres ce qui a un air de nouveauté, lui donnent unanimement la préférence sur leur Compas de Variation, & ont trouvé celui-ci d'un usage facile & commode. Si leur suffrage est de quelque poids, c'est sur-tout dans les choses de pratique ; vous pouvés voir de quelle manière s'exprime dans son Certificat le S.^r Auroy, ancien Pilote, Vice-Amiral des Vaisseaux du Roy, qui étoit embarqué avec nous.

J'avois craint que lorsque le Soleil ne seroit pas bien net à l'horison, ce qui arrive assés fréquemment, on ne pût pas observer faute de pouvoir distinguer l'ombre du Stile, & j'avois songé à me servir en ce cas d'un Verre convexe pour rassembler les rayons, & former une ombre sensible. Mais l'expérience m'a fait connoître qu'en se plaçant à l'opposite du Soleil, on peut toujours & fort aisément remarquer à quel degré du rebord vertical répond le Stile ou le Pivot.

en leur faisant couper en deux également le disque du Soleil levant ou couchant. Lorsque le Soleil est brillant, on a le choix d'observer ou de cette manière ou par l'ombre, ou des deux manières tout à la fois.

L'expérience m'a encore appris qu'on peut aussi observer directement la variation avec ce Compas par le moyen des Etoiles fixes, en les prenant au Méridien, & remarquant alors à quel degré du rebord vertical répond le Stile ou le Pivot. La seule difficulté en ce cas consiste à bien éclairer les degrés de la Rose ou du rebord sans présenter la lumière aux yeux de l'observateur qui bornoye l'Etoile par le Stile vertical ou par le pivot, selon que le rebord vertical gradué est supérieur ou inférieur au plan de la Rose : on comprend bien que les Etoiles les plus proches de l'horison sont les plus commodes & les plus propres pour cette observation. On trouve des Boussoles toutes faites de cette nouvelle construction à Paris, Quai de l'Horloge, chés le Sr le Maire fils, au Quartier Anglois ; il les met en état d'être transportées par terre.

Corrections & Additions pour le Mémoire intitulé Nouvelle Manière d'observer en Mer la déclinaison de l'Aiguille aimantée. 14. Novembre 1733.

Page 446. ligne 6. après ces mots, tout le secours qu'on en doit attendre. Adjoûtés, peut-être n'est-ce qu'à l'imperfection de l'Instrument dont on se sert en Mer pour observer la Variation, qu'il faut s'en prendre, si on n'a encore pû tirer aucun avantage, pour la connoissance des longitudes en Mer, de l'ingénieux Systeme des Courbes de Variation de M. Halley.

Ligne 10. Ce n'est probablement pas. *Lifés,* & ce n'est probablement pas.

Ligne 19. Le mérite de ce qui a paru d'excellent sur cette matière. *Lifés,* le mérite de tout ce qui a paru sur cette matière.

Page 447, ligne 33. On peut voir ce qu'en ont dit M. de Radouay, &c. *Lifés*, On peut voir ce qu'en ont dit le P. Feuillée dans son Journal d'Observations, le P. Laval dans son Voyage de la Louisiane, M. de Radouay, &c.

Page 448, ligne 1. Je me contenterai d'observer qu'outre les défauts auxquels on peut remédier, &c. *Lifés*, Je me contenterai de rapporter ici les termes dont se sert l'illustre M. de la Hire, en parlant des Boussoles de Vaisseau en général, *celles de Mer sont si grossières qu'on ne peut assés s'étonner comment on s'y fie pour la conduite d'un Vaisseau, mais on n'a rien de meilleur ni de plus commode. Mem. de l'Acad. 1716. p. 6.* Outre les défauts auxquels on peut remédier, &c.

Ligne 4. après ces mots, dans son état présent. *Adjoûtés*, tel à peu-près que le sont les Compas de Variation de construction Angloise.

Ligne 14. Il ne suffit pas que chaque observation instantanée soit juste en elle-même, si elles ne sont pas exactement contemporaines. *Lifés*, il ne suffit pas que les deux observations soient justes en elles-mêmes, si elles ne sont pas simultanées.



